Модифицированное равновесие в лабораторных сетевых рынках

Яминов Р. И.
rinaty@gmail.com
Москва, МФТИ

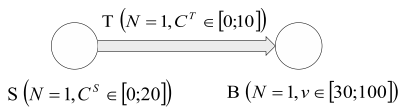
Характерной особенностью сетевого рынка [1, 2] является отсутствие возможности у продавца и покупателя взаимодействовать друг с другом непосредственно, а только через транспортную сеть. Транспортная сеть представляет ориентированный граф, в вершинах которого расположены продавцы и покупатели, ребра соответствуют третьему типу агентов — транспортировщикам, а направление показывает, в какую сторону может передаваться продукт.

1. Покупатель (**B**uyer) хочет приобрести N единиц продукта на рынке для конечного использования. Он обладает некоторыми выкупными стоимостями товара $v_1, \ldots, v_N$, и выигрыш его в случае приобретения $k > 0$ единиц товара равняется $\Pi^B = \sum_{i=1}^{k} \left(v_i - p_i^B\right)$, где p_i^B — цена, по которой была куплена i-я единица товара. Если покупатель не приобрел продукт, то его выигрыш равен нулю. Выкупная стоимость товара может являться случайной величиной, которая реализуется в момент начала аукциона до выставления участниками своих ставок. При этом только покупатель знает реализации выкупных стоимостей. Остальным участникам аукциона известно лишь распределение.
2. Продавец (**S**eller) обладает N единицами неделимого продукта и готов продать их на рынке. Издержки продавца: $C_1^S, \ldots, C_N^S$. Прибыль в случае продажи $k > 0$ единиц, равна $\Pi^S = \sum_{i=1}^{k} \left(p_i^S - C_i^S\right)$, где p_i^S — цена, по которой была продана i-я единица товара. В случае, если продавец ничего не продал, его выигрыш равен 0.
3. Транспортировщик (**T**ransporter) может доставить N единиц товара из одной вершины в другую. Издержки транспортировки: $C_1^T, \ldots, C_N^T$. Прибыль от транспортировки k единиц равна $\Pi^T = \sum_{i=1}^{k} \left(p_i^T - C_i^T\right)$, где p_i^T — цена, транспортировки из одной вершины в другую. В случае, если транспортировщик ничего не перевёз, его выигрыш равен 0.

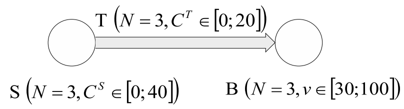
Опишем механизм заключения сделки. Все участники, независимо друг от друга, выставляют заявки. Продавец на каждую единицу товара выставляет цену, за которую он готов ее продать. Транспортировщик на каждую единицу товара выставляет цену, за которую он готов её перевезти. Покупатель на каждую единицу товара, которую он может купить, выставляет максимальную цену, за которую он еще готов купить. После чего по правилам аукциона выбираются те заявки, которые максимизируют общий дополнительный доход.

В работе рассматриваются три теоретико-игровые ситуации.

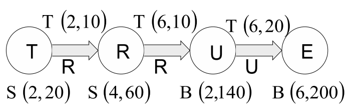
Базовый эксперимент. Сделка происходит, если заявка покупателя больше суммы заявок транспортировщика и продавца. Цена определяется следующим образом: $p_B = Q_B - \frac{1}{3}\Delta$, $p_S = Q_S + \frac{1}{3}\Delta$, $p_T = Q_T + \frac{1}{3}\Delta$, где $\Delta = Q_B - Q_S - Q_T$, а Q_S, Q_T, Q_B – заявки игроков.



Увеличены отрезки затрат для транспортировщика и продавца. Теперь не все сделки могут заключиться. У каждого игрока теперь по 3 заявки.



Более сложный граф. Теперь для нахождения тех заявок, которые должны быть удовлетворены, нужно решать задачу линейного программирования и двойственную — для нахождения цен. У одного игрока не одна роль, а может быть несколько.



Во всех этих играх есть бесконечно много равновесий Байеса-Нэша, поэтому возникает проблема селекции равновесия. Для этих целей, по аналогии с Perfect Equilibrium [5] и Proper Equilibrium [6], вводится модифицированное равновесие.

Для байесовской игры с неполной информацией $G = \langle N, A, T, p, u \rangle$, в которой $A_i \subseteq \mathbb{R}^k$ — непустые выпуклые компакты, введем дополнительно некое семейство ξ_m^d независимых непрерывных векторных распределений с дисперсией d и матожиданием m такое, что распределения непрерывно зависят от дисперсии d и матожидания m.

Введем модифицированные выигрыши игроков:

$$\widetilde{u}_i\big(a, t \,|\, \xi_m^d\big) = \mathsf{E} u\big(a_1 + \xi_m^d, \ldots, a_i, \ldots, a_n + \xi_m^d, t\big),$$

где матожидание берется по ξ_m^d. Обозначим через $S = (s_1, \ldots, s_n)$ профиль стратегий $s_i \colon T_i \to A_i$ всех игроков.

Определение 1. *Профиль стратегий S будем называть модифицированным равновесием для байесовской игры G, если существуют равновесия Байеса-Нэша $S\,(m,d) = \big(s_1(m,d),\ldots,s_n(m,d)\big)$ для игр $\tilde{G}_m^d = \langle N, A, T, p, \tilde{u}\rangle$ такие, что $\lim\limits_{\substack{m\to 0\\ d\to 0}} S(m,d) = S$.*

Игру $\tilde{G}_m^d$ будем называть *модифицированной игрой*, а $S\,(m,d)$ — *равновесием в модифицированной игре*.

Для данных сетевых рынков проведен численный расчет модифицированных равновесий и равновесий в модифицированных играх. Вычислительный эксперимент показал, что в модифицированных играх имеется только по одному равновесию.

На базе системы Z-Tree [4] были написаны программы, реализующие данные сетевые аукционы. С их помощью было проведено несколько серий лабораторных экспериментов в компьютерных классах на базе ВЦ РАН, МГИМО, лаборатории экспериментальной экономики МФТИ и центра переподготовки персонала ЦБ РФ. Результаты экспериментов согласуются с понятием модифицированного равновесия при предположении о нормальности отклонений от наилучшего ответа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты № 07-01-00605а, № 06-01-08057-офи, и программы «Развитие научного потенциала высшей школы (2006–2008 годы)» Федерального агентства по образованию, код проекта РНП.2.2.1.1.2467.

Литература

[1] *Журавель Ю. Ю., Меньшиков И. С.* Двойной аукцион для сетевых рынков. — М.: ВЦ РАН, 2004.

[2] *Меньшиков И. С.* Анализ влияния психофизиологических параметров участников на агрегированное поведение рынка методами экспериментальной экономики // ММРО-13 (в настоящем сборнике). — 2007. — С. **??**–**??**.

[3] *Myerson R.* Game Theory: Analysis of Conflict — 1991.

[4] *Fischbacher U.* Z-Tree — Zurich Toolbox for Readymade Economic Experiments // Experimenter's Manual, Working Paper No. 21, Institute for Empirical Research in Economics, University of Zurich, 1999.

[5] *Selten R.* Reexamination of the perfectness concept for equilibrium points in extensive games // Int'l Journal of Game Theory. — No. 4, 1975. — Pp. 25–55.

[6] *Myerson R.* Refinements of the Nash equilibrium concept // Int'l Journal of Game Theory. — No. 7. — 1978. — Pp. 73–80.