

К вопросу об инварианте графического изображения

Спиридонов К. Н.

spiridonov@petrsu.ru

Петрозаводск, ПетрГУ

Впервые тема анализа изображений петроглифов была затронута в 1977 г. А. Я. Шером в его статье [3]. В данной статье А. Я. Шер предложил алгоритм классификации петроглифов на основе стилистических инвариантов. На данный момент актуальными направлениями в области численного анализа изображений петроглифов являются:

- разработка методов определения стилистических особенностей петроглифов по технике их выбивания (определение инварианта петроглифа по технике выбивания);
- определение порядка заполнения скалы петроглифами (иногда они наложены друг на друга, и даже опытные специалисты не могут точно установить их границы);
- бинарная сегментация изображений петроглифов.

Для решения этих и других задач необходимо разработать методологию расчета характеристик каменной поверхности на основе фотографических снимков. В качестве метода расчета характеристик поверхности скалы был выбран метод мультифрактальной параметризации структур [2], первая модификация которого была разработана в 1993 г. в лаборатории прочности металлических материалов ИМЕТ РАН. Одной из основных характеристик в данном методе является спектр фрактальных размерностей Реньи D_q .

Мультифрактал и спектр фрактальных размерностей Реньи

Существуют различные определения мультифракталов, но ни одно из них не описывает все множество мультифрактальных объектов. В данной работе используется определение мультифрактала из [1]. Рассмотрим фрактальный объект, занимающий некую область M размера t в d -мерном евклидовом пространстве. Разобьем всю область M на кубические ячейки со стороной $\varepsilon \ll t$ и объемом ε^d . Пусть на каком-то этапе построения фрактального объекта он представляет собой множество из $N \gg 1$ точек, как-то распределенных в области M . Будем предполагать, что в конце концов $N \rightarrow \infty$. Пусть номер занятых ячеек i изменяется в пределах $i = 1, \dots, N(\varepsilon)$, где $N(\varepsilon)$ — суммарное количество занятых ячеек, зависящее от ε . Пусть $n_i(\varepsilon)$ представляет собой количество точек в ячейке с номером i . Тогда величина $p_i(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i(\varepsilon)}{N}$ представляет собой оценку вероятности того, что наугад взятая точка из фрактального множества находится в ячейке i . Если значения p_i зависят

от i , то фрактальный объект называют *мультифракталом*. Одной из основных характеристик мультифракталов является *спектр фрактальных размерностей Реньи*. Приведем его определение. Введем в рассмотрение обобщенную статистическую сумму $Z(q, \varepsilon)$, характеризуемую показателем степени q , который может принимать любые действительные значения, $Z(q, \varepsilon) = \sum_{i=1}^{N(\varepsilon)} p_i^q(\varepsilon)$. Спектр фрактальных размерностей Реньи D_q , характеризующий распределение точек мультифрактала в занимаемой им области M , определяется с помощью соотношения: $D_q = \frac{\tau(q)}{q-1}$, где функция $\tau(q)$ имеет вид $\tau(q) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\ln[Z(q, \varepsilon)]}{\ln[\varepsilon]}$.

Метод расчета спектров D_q для полутоновых изображений

Приведем общее описание метода мультифрактальной параметризации структур (полное описание см. в [2]):

1. Исследуемый объект помещается в евклидово пространство. В частности, так можно рассматривать часть поверхности скалы, какого-либо изделия из металла и т. д.
2. Область, занимаемая объектом, разбивается на ячейки со стороной ε .
3. Каждой i -й ячейке присваивается мера распределения вещества $p_i(\varepsilon)$ в данной ячейке.
4. Используя введенную меру $p_i(\varepsilon)$, рассчитываются различные мультифрактальные характеристики данного объекта, например, спектр фрактальных размерностей Реньи D_q .
5. На основании полученных характеристик делаются те или иные выводы относительно свойств исследуемого объекта.

В нашем случае величина $p_i(\varepsilon)$ (3-й пункт) для i -й ячейки со стороной ε рассчитывается по формуле $p_i(\varepsilon) = C_i/C$, где C — сумма значений цветов пикселей по всему изображению, C_i — сумма значений цветов пикселей по i -й ячейке.

Анализ фотографий петроглифов Карелии с помощью спектров фрактальной размерности Реньи

Рассмотрим четыре свойства признаков изображения, наличие которых необходимо для использования значений спектров фрактальных размерностей Реньи D_q при анализе петроглифов:

1. Близость значений D_q для фрагментов внутри каждой из двух областей — области петроглифа и области скалы на одном фотоснимке.
2. Близость значений D_q для фрагментов из области петроглифа на различных фотоснимках одного и того же петроглифа.
3. Различие значений D_q для фрагментов областей петроглифа и скалы на одном фотоснимке.

4. Различие значений D_q для фрагментов из областей петроглифа различных петроглифов.

На наличие свойств 1–4 было проанализировано 100 петроглифов (4 фотоснимка одного и того же петроглифа, итого 400 фотоснимков). В результате выяснилось, что свойство 1 выполняется для 95 петроглифов, свойство 2 — для 73 петроглифов, свойство 3 — для 89 петроглифов, свойство 4 — для 54 петроглифов. Невысокое значение для 4-го свойства интерпретируется как образование групп петроглифов на основе инвариантности структуры поверхности петроглифов.

Выводы

Результаты проведенных исследований позволяют утверждать, что спектр фрактальных размерностей Реньи можно рассматривать как инвариант петроглифа, определенный по структуре его поверхности. Кроме того, если принять гипотезу о том, что разные люди использовали разную технику выбивания петроглифов, то можно решить задачу о порядке заполнения скалы петроглифами. Используя в качестве характеристики текстуры петроглифа и скалы спектры D_q , можно также решать задачу бинарной сегментации изображений петроглифов [5].

Работа выполнена при поддержке РГНФ, проект № 05-01-12118в.

Литература

- [1] Божожкин С. В., Паршин Д. А. Фракталы и мультифракталы. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. — 128 с.
- [2] Встовский Г. В., Колмаков А. Г. и др. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. — М: R&C Dynamics, 2001. — 115 с.
- [3] Шер А. Я. Алгоритм распознавания стилистических типов в петроглифах (к теории стиля в первобытном искусстве) // Математические методы в историко-экономических и историко-культурных исследованиях. — Москва, 1977. — С. 138.
- [4] Лобанова Н. А., Саватеев Ю. А., Rogov A. A., Георгиевский И. Ю., Рогова К. А. Петроглифы Карелии. База данных. / Институт языка, литературы и истории Карельского научного центра РАН. — «Информрегистр» Гос. регистр баз данных РС №.10542 от 7.09.2006. — ГР №.0220611248 от 7.09.2006. — Петрозаводск, 2006.
- [5] Спиридонов К. Н. Применение мультифрактального анализа при изучении петроглифов Карелии // 9 межд. конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки». — Москва: мех.-мат. МГУ, 2006. — Т. 2, ч. 2. — С. 278–280.