

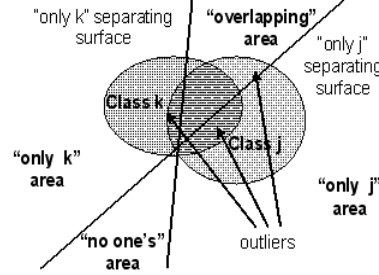
## Метод многоклассовой (multi-label) классификации на основе попарных сравнений с отсечением наименее релевантных классов

*Петровский М. И., Глазкова В. В.*

Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова

Расширением традиционной постановки задачи классификации с несколькими классами (multi-class) является постановка задачи *многоклассовой* (multi-label) классификации, в которой классифицируемый объект может принадлежать нескольким классам одновременно, и сами классы являются не взаимоисключающими (возможно, даже вложенными). Задачи такого типа возникают при анализе, рубрикации и классификации текстов, изображений, цепочек ДНК, и т. д. В случае multi-label классификации в исходной обучающей совокупности  $S = (x_i, y_i)_{i=1}^n$  для каждого примера  $x_i$  задан не единственный класс, а множество релевантных классов  $y_i \subset \{1, \dots, q\}$ , и целью алгоритма машинного обучения является построение классификатора  $f_S: X \rightarrow 2^q$ , предсказывающего все релевантные классы, где  $X$  — исходное пространство признаков, а  $q$  — число классов. Традиционным подходом к решению таких задач является декомпозиция типа «каждый против остальных» исходной multi-label задачи в  $q$  задач бинарной классификации с целью независимо определить, является ли каждый из  $q$  классов релевантным  $x$ . Для каждого класса  $l$  формируется тренировочный набор, где  $x_i$  помечен как «положительный», если в  $S$  выполнялось  $l \in y_i$ , иначе  $x_i$  помечен как «отрицательный». Далее строится  $q$  бинарных классификаторов  $f_S^l: X \rightarrow \{0, 1\}$ . Этот подход критикуется за низкую точность, поскольку не учитываются корреляции между классами, и за ресурсоемкость, поскольку при обучении необходимо решать  $q$  задач размера  $n$  вместо одной.

В настоящей работе исследуется возможность использования для решения задачи multi-label классификации подхода на основе декомпозиции типа «каждый против каждого». Предлагается новый алгоритм, основанный на модифицированном *методе попарных сравнений* с помощью набора *бинарных классификаторов*. Следует отметить, что ранее этот подход не давал позитивных результатов для задач multi-label классификации, поскольку не удавалось построить точный классификатор, разделяющий два существенно перекрывающихся класса. Поэтому в нашем методе каждая пара возможно классов  $j$  и  $k$  разделяется с помощью двух бинарных классификаторов. Используя их, можно выделить четыре области: область «только класса  $j$ »; область «только класса  $k$ »; «перекрывающаяся область» ( $j$  и  $k$ ); область, не принадлежащую «ни классу  $j$ , ни классу  $k$ »:



Для каждой пары классов  $j$  и  $k$  формулируется две задачи обучения, которые включают только примеры, помеченные в  $S$  либо  $j$ , либо  $k$ , либо обоими классами одновременно (число таких примеров, как правило, существенно меньше  $n$ ). В первой подзадаче примеры, помеченные только классом  $k$ , рассматриваются как «положительные», все остальные — как «отрицательные». В результате, построенный классификатор предсказывает вероятность:  $r_{kj}^+(x) = P(k \in f_S(x) \wedge j \notin f_S(x) | x \in k \cup j)$  и дополнительную вероятность:  $r_{kj}^-(x) = 1 - r_{kj}^+(x) = P(j \in f_S(x) | x \in k \cup j)$ . Вторая подзадача формулируется и решается аналогично, но для класса  $j$ :  $r_{jk}^+(x) = P(j \in f_S(x) \wedge k \notin f_S(x) | x \in k \cup j)$  и  $r_{jk}^-(x) = P(k \in f_S(x) | x \in k \cup j)$ . Вероятности принадлежности  $x$  каждой из областей вычисляются так:

$$\begin{aligned} P(x \in \text{overlapping } k, j) &= r_{kj}^-(x) r_{jk}^-(x); \\ P(x \in \text{only } k) &= r_{kj}^+(x) r_{jk}^-(x); \\ P(x \in \text{no one's } k, j) &= r_{kj}^+(x) r_{jk}^+(x); \\ P(x \in \text{only } j) &= r_{kj}^-(x) r_{jk}^+(x). \end{aligned}$$

Важно отметить, что при такой формулировке оба бинарных классификатора разделяют взаимно исключающие суперклассы, и для решения и оценки попарных вероятностей могут быть использованы стандартные алгоритмы бинарной классификации, например, на основе Support Vector Machines или Kernel Fisher Discriminant. Формулируя и решая таким образом  $q(q-1)$  задач бинарной классификации, каждая размера меньше, чем  $n$ , мы получаем попарные вероятности сравнения  $r_{jk}^*(x)$ .

Далее необходимо, используя результаты попарных сравнений, оценить вероятности принадлежности  $p_l(x)$  каждому из  $q$  непересекающихся классов. Для этого мы предлагаем использовать обобщённую модель ранжирования Бредли-Терри с «ничьёй», которую сформулировали Рао и Купер (1967). Учитывая, что в нашем случае вероятность «ничьи»

$$P(j \text{ ties } k) = P(x \in \text{overlapping } k, j) + P(x \in \text{no one's } k, j),$$

$P(k \text{ beats } j) = P(x \in \text{only } k)$ ,  $P(j \text{ beats } k) = P(x \in \text{only } j)$ , получаем оптимизационную задачу:

$$\begin{aligned} \min_{\bar{p}, \theta} l(\bar{p}, \theta), \quad p_k \geq 0; \\ l(\bar{p}, \theta) = -\frac{1}{2} \sum_k \sum_j \left[ 2r_{kj}^+ r_{jk}^- \ln \frac{p_k}{p_k + \theta p_j} + \right. \\ \left. + (r_{kj}^- r_{jk}^- + r_{kj}^+ r_{jk}^+) \ln \frac{(\theta^2 - 1)p_j p_k}{(\theta p_k + p_j)(p_k + \theta p_j)} \right]. \end{aligned}$$

Для решения данной задачи можно использовать итеративный minorization-maximization алгоритм [1], детально описанный для нашего случая в [2].

Решив сформулированную задачу оптимизации, мы получаем оценки релевантности классов  $p_l(x)$ , и теперь должны выбрать наиболее релевантные классы в качестве решения исходной multi-label задачи:  $\{l | p_l(x) > t, l \in \{1, \dots, q\}\}$ . Порог отсечения  $t$  обычно зависит от классифицируемых объектов, поэтому возникает необходимость построения пороговой функции  $t(x)$ . Для этих целей используется подход, предложенный нами в [3] для сведения задачи ранжирования к задаче multi-label классификации. В существующих методах сложные пороговые функции строятся в пространстве признаков  $X$ , в нашем подходе предлагается строить простые линейные пороговые функции в пространстве релевантностей классов, используя результат работы алгоритмов ранжирования как новое множество признаков анализируемого объекта:

$$t(\bar{p}(x)) = \sum_{j=1}^q a_j p_j(x_i) + a_0.$$

Коэффициенты  $a_j$  определяются методом наименьших квадратов на примерах из обучающей совокупности. Детально подход описан в [3].

Все разработанные алгоритмы были экспериментально проверены на эталонных тестовых наборах данных Yeast 2K и Reuters-2000, где показали высокие результаты как по точности классификации так и скорости обучения [2, 3].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 06-01-00691, гранта Президента РФ МК-4264.2007.9, а также в рамках госконтракта с Федеральным агентством по науке и инновациям № 02.514.11.4026.

### Литература

[1] Hunter D. R. MM algorithms for generalized Bradley-Terry models. — Annals of Statistics, 32(1), 2004. — pp. 384–406.

- 
- [2] *Petrovskiy M.* Paired Comparisons Method for Solving Multi-label Learning Problem. — Hybrid Intelligent Systems, IEEE Press, 2006. — pp. 42–48.
- [3] *Petrovskiy M., Glazkova V.* Linear Methods for Reduction from Ranking to Multilabel Classification. — Springer-Verlag, 2006. — LNAI, vol. 4304 — pp. 1152–1156.