

Принятие решений при многих критериях на основе нечёткой информации об относительной важности критериев

Ногин В. Д.

noghin@home.eltel.net

Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный университет

Излагаются основы теории выбора решений при наличии нескольких числовых критериев в условиях нечёткого отношения предпочтения лица, принимающего решение (ЛПР), и заданном конечном наборе количественной информации об этом нечётком отношении предпочтения.

Введение

Принципиальная сложность задач выбора при многих критериях заключается в невозможности априорного определения того, что называть наилучшим решением. Каждое ЛПР имеет право вкладывать свой смысл в это понятие. Более того, небольшое изменение обстоятельств, при которых осуществляется выбор, может привести к изменению смысла наилучшего решения. Это говорит о непродуктивности использования для решения задач выбора при многих критериях традиционного подхода, сложившегося десятки лет назад в области оптимизации с одним критерием и предполагающего обязательное формальное введение понятия оптимального решения.

В отличие от традиционного подхода в последние два десятилетия активно развивается методология, не предполагающая для своей реализации наличия строгого определения выбираемого решения (см., например, [1]). Ее суть заключается в получении тех или иных оценок сверху для заранее неизвестного множества выбираемых решений на основе определённых общих свойств поведения ЛПР в процессе принятия решений с учётом количественной информации об отношении предпочтения ЛПР.

Эта методология к настоящему времени приобрела вполне определённые контуры [1]. Ее фундамент составляет знаменитый принцип Эджворта-Парето, а основное содержание образуют результаты, показывающие, каким образом следует учитывать ту или иную количественную информацию об отношении предпочтения ЛПР для обоснованного сужения множества Парето. Нередко такую информацию удобно интерпретировать в терминах относительной важности критериев.

В соответствии с этой методологией любой выбор, подчиняющийся нескольким аксиомам, характеризующим в определённой степени «разумное» поведение ЛПР в процессе принятия решений, следует осуществлять в пределах множества Парето, которое можно построить с помощью

нового векторного критерия, вычисляемого на основе исходного векторного критерия и имеющейся количественной информации об отношении предпочтения ЛПП. Тем самым, конструируется определённая оценка сверху для неизвестного множества выбираемых решений, которая является более точной, чем множество Парето. Этот подход можно охарактеризовать и таким образом: наличие указанной информации дает возможность сузить исходное множество Парето.

Нередко при выявлении информации об отношении предпочтения удается получить соответствующие количественные данные лишь в специфической нечёткой форме, когда предпочтительность того или иного решения по сравнению с другими оценивается с субъективной степенью уверенности, способной изменяться в некоторых пределах. В таких ситуациях оказывается возможным применить аппарат теории нечетких множеств и отношений [5].

Выяснилось, что разрабатываемая методология сужения множества Парето допускает распространение на более общий случай нечеткого отношения, а также нечеткого множества возможных решений (см. [2, 4]). Основы подобного распространения были заложены ещё в работе автора [3]. При этом использование нечётких множеств и отношений дает возможность разработать более гибкий аппарат, который можно применять при решении прикладных задач многокритериального выбора достаточно широкого класса.

Обзор основных результатов

Рассматривается задача многокритериального выбора, постановка которой содержит абстрактное и в общем случае нечёткое *множество возможных (допустимых) решений*, на котором заданы числовые функции (*критерии*). Относительно нечёткого *отношения предпочтения* ЛПП считаются известными некоторые его общие свойства, а также пары несравнимых критериальных оценок, в которых одна оценка предпочтительнее другой с некоторой степенью уверенности, оцениваемой числом в пределах от 0 до 1. Собственно выбор заключается в использовании всей имеющейся в наличии информации для указания такого в общем случае нечёткого подмножества множества возможных решений (так называемого *множества выбираемых решений*), которое является наиболее приемлемым для ЛПП.

При условии выполнения нескольких аксиом «разумного» поведения ЛПП формулируется так называемый *нечёткий принцип Эджворта-Парето*, согласно которому множество выбираемых решений должно быть подмножеством множества Парето. Этот принцип даёт возможность в некоторых случаях сужать область поиска решений, подлежащих выбору, до множества Парето. Иными словами, в соответствии с этим

принципом за пределами множества Парето выбираемых решений быть не должно.

Поскольку множество Парето нередко оказывается достаточно широким, для дальнейшего его обоснованного сужения предлагается использовать информацию о нечётком отношении предпочтения в форме конечного набора пар несравнимых оценок (векторов), в которых одна оценка предпочтительнее другой с некоторой степенью уверенности, оцениваемой числом α в пределах от 0 до 1. Вводится понятие непротиворечивого (совместного) набора нечёткой информации об отношении предпочтения и устанавливается критерий непротиворечивости подобного набора. В соответствии с этим критерием проверка непротиворечивости сводится к решению набора задач линейного программирования специального вида.

Главными теоретическими результатами предлагаемого подхода являются теоремы, показывающие, каким образом следует учитывать имеющуюся нечёткую информацию для сужения множества Парето. В этих теоремах строятся определенные оценки сверху для неизвестного нечёткого множества выбираемых решений с использованием специальных множеств Парето относительно специальным образом построенных векторных критериев. Показывается, что нередко этот учёт может быть сведён к решению нескольких задач построения множества Парето.

Следует отметить, что предлагаемый подход может быть использован при решении задач многокритериального выбора с любыми множествами допустимых решений и произвольными критериями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00310.

Литература

- [1] Ногин В. Д. Принятие решений при многих критериях — 2-е издание. — Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 176 с.
- [2] Ногин В. Д. Принцип Эджворта-Парето и относительная важность критериев в случае нечёткого отношения предпочтения // ЖВМиМФ. — 2003. — Т. 43. № 11. — С. 1676–1686.
- [3] Ногин В. Д. Upper estimate for fuzzy set of nondominated solutions // Fuzzy Sets and Systems. — 1994. — Vol. 67. — P. 303–315.
- [4] Ногин В. Д., Волкова Н. А. Эволюция принципа Эджворта-Парето // Таврический вестник информатики и математики. — 2006, — № 1. — С. 21–33.
- [5] Zadeh L. A. Fuzzy sets // Informat. Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338–353.