

**Планирование эксперимента при исследовании  
конкретных динамических систем методами  
распознавания образов**

*Неймарк Ю. И., Теклина Л. Г.*

neymark@pmk.unn.ru

Нижний Новгород, НИИПМК ННГУ

Теория динамических систем и дифференциальных уравнений является основой современной науки, а исследование динамических систем — это один из путей познания окружающего нас мира и совершенствования современной техники. Теория динамических систем, возникшая в трудах великих ученых А. Пуанкаре и Д. Биркгофа, получила мощное развитие, однако успехи ее в исследовании конкретных динамических систем достаточно скромны. Конечно, с того времени математическая теория динамических систем существенно расширилась, но ее возможности по-прежнему отстают от современных потребностей. Основные трудности связаны с «проклятием размерности» как фазового пространства, так и пространства параметров. Для преодоления их в исследовании конкретных динамических систем предлагается использовать методы теории распознавания образов, основанные на извлечении знаний из рассмотрения множества фактических данных [1]. Отличительная особенность этой задачи распознавания образов состоит в том, что это — задача с активным экспериментом, причем возможности проведения эксперимента практически не ограничены и не требуют ни больших временных, ни больших материальных затрат. И, как всякая задача с активным экспериментом, она требует планирования эксперимента. Планирование эксперимента предусматривает выбор начальных условий для построения траектории, а также выбор таких ее характеристик, как шаг дискретизации, длительность и точность счета. Цель планирования определяется конечной целью исследования и состоит в обеспечении высокой точности результатов: определение и описание установившихся движений и их областей притяжения.

Рассмотрим особенности планирования эксперимента на разных этапах исследования динамических систем методами распознавания.

**Этап I. Формирование первичной обучающей выборки данных**

Решение задачи начинается с создания первичной обучающей выборки  $\Theta$ . Такая выборка формируется случайным выбором начальных условий в заданной ограниченной области фазового пространства, но с покрытием исследуемой области подобластями, занятыми уже построенными траекториями, так, чтобы вероятность попадания начальных условий в незанятую область была меньше заданной величины  $\epsilon$ . Таким образом,

создается случайная выборка большого объема, но с ограниченными требованиями к длительности и точности счета, что облегчает и получение, и обработку больших массивов данных.

### **Этап II. Предварительный анализ данных**

На базе выборки  $\Theta$  проводится предварительный анализ данных с целью идентификации устойчивых подмножеств фазового пространства — аттракторов (состояний равновесия, предельных циклов, хаотических аттракторов). Результат анализа — предварительные данные о виде и числе аттракторов и множествах представляющих их траекторий. Это — отправная точка для построения компьютерного фазового портрета.

### **Этап III. Уточнение структуры фазового пространства**

Задачи этапа III ставятся и решаются как задачи распознавания:

- уточнение вида и числа аттракторов;
- описание аттракторов и разделение их в фазовом пространстве;
- построение решающего правила для принятия решения о принадлежности произвольной траектории к определенному аттрактору;
- выделение областей притяжения для каждого из аттракторов.

Каждая из задач решается последовательно друг за другом в адаптивном режиме по следующей схеме:

1. Решение задачи распознавания или классификации.
2. Анализ результатов решения. Под анализом результатов подразумевается либо анализ кластеров на их взаимное расположение и мощность представляющих их множеств траекторий в задаче классификации, либо анализ результатов распознавания на контрольной выборке для задач распознавания с учителем. Результат такого анализа — вывод об окончании (переход к 5) или продолжении решения задачи распознавания (переход к 3).
3. Планирование и проведение эксперимента.
4. Уточнение решения задачи с переходом на 2.
5. Переход к следующей задаче.

Адаптивному методу решения задачи исследования структуры фазового пространства динамической системы соответствует и метод планирования эксперимента, а именно: последовательное планирование, когда каждый новый эксперимент проводится с учетом полученных результатов и текущих оценок. Отличительная особенность решения задач на этом этапе в сравнении с первым — целенаправленное формирование обучающей выборки данных. Планирование и проведение эксперимента проводится в зависимости от результатов анализа данных и распознавания областей, определяющих структуру фазового пространства.

Цель планирования — достижение высокой точности решения поставленных задач распознавания, а основной принцип планирования: «Добавляй информацию там, где ее не хватает». Изменение обучающей выборки проводится двумя путями: либо путем коррекции ограниченного числа данных из выборки, либо путем пополнения ее новыми данными. Коррекция данных осуществляется путем усиления требований к проведению эксперимента как по точности счета, так и по шагу дискретизации и длительности фазовой траектории. Цель коррекции — уточнение описания аттракторов. Пополнение выборки новыми данными предполагает либо получение траекторий с заданными свойствами (например, для аттракторов с малой мощностью представляющих их множеств проводится вычисление траекторий в обратном направлении), либо построение траекторий с начальными условиями из заданных областей (например, при построении решающего правила распознавания обучающая выборка пополняется траекториями из областей, где точность распознавания недостаточно высока). В частности, для каждой задачи распознавания проводится анализ результатов решения на контрольной выборке, формируемой случайным выбором начальных условий в заданной области фазового пространства. Все данные из контрольной выборки, на которых получены ошибочные ответы, пополняют обучающую выборку.

Таким образом, предварительные оценки и решающие правила, полученные на основе случайной выборки большого объема из траекторий относительно небольшой длительности, с достаточно большим шагом дискретизации и невысокой точностью счета, в дальнейшем корректируются путем уточнения характеристик для небольшого числа траекторий и пополнения обучающей последовательности новыми данными с целенаправленным выбором для получения более точного описания аттракторов исследуемой динамической системы и их областей притяжения.

#### **Этап IV. Построение компьютерного фазового портрета**

На базе уточненных данных о виде и числе аттракторов и решающих правил распознавания аттракторов и их областей притяжения строится компьютерный фазовый портрет исследуемой динамической системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00391.

#### **Литература**

- [1] *Неймарк Ю. И., Котельников И. В., Тежлина Л. Г.* Исследование структуры фазового пространства динамической системы как задача распознавания образов // всеросс. конф. ММРО-12. — М.: МаксПресс, 2005. — С. 177–180.