Построение решающей функции распознавания на основе экспертных высказываний

Лбов Г. С., Герасимов М. К., Толстик А. А.
lbov@math.nsc.ru, max_post@ngs.ru
Новосибирск, Институт математики СО РАН

Введение. Рассматривается задача адаптивного согласования экспертных знаний, представленных в виде логико-вероятностных высказываний [1]. При этом высказывания могут быть частично или полностью повторяющимися (у одного и того же эксперта), подтверждающими друг друга (у разных экспертов), дополняющими или противоречивыми. Предполагается, что со временем экспертные знания могут изменяться, а также возможны добавления новых знаний от других экспертов.

Постановка задачи. Пусть Γ — некоторая совокупность объектов. Каждому объекту $a \in \Gamma$ поставлены в соответствие номер образа $Y(a) = k$, $k \in \{1, \ldots, K\}$, и набор значений $X(a) = \bigl(X_1(a), \ldots, X_n(a)\bigr)$, где $X_j(a)$ — значение переменной X_j для объекта a. Набор $X = \{X_1, \ldots, X_n\}$ может одновременно содержать как количественные, так и качественные переменные. Обозначим через D_j множество возможных значений переменной X_j. Декартово произведение $D = \prod_{j=1}^{n} D_j$ задает многомерное пространство разнотипных переменных.

Назовем $E \subseteq D$ *прямоугольной областью*, если $E = \prod_{j=1}^{n} E_j$, где $E_j = [\alpha_j, \beta_j]$, если X_j — количественная переменная; E_j — некоторый список имен, если X_j — номинальная переменная.

В данной статье рассматриваются экспертные высказывания S следующего вида: «если $X(a) \in E$, то $Y(a) = k$ с вероятностью p», где E — прямоугольная область. При этом предполагается, что эксперт делает высказывание, используя, как правило, лишь некоторые переменные из набора X. В этом случае, с нашей точки зрения, эксперт допускает все возможные значения для остальных переменных, т. е. для них $E_j = D_j$. Пусть имеется набор высказываний $\Omega = \{S^1, \ldots, S^M\}$. Обозначим через Ω^k высказывания о принадлежности объектов к образу k. Предполагается, что каждому высказыванию S^i приписан некоторый вес w^i в соответствии с компетентностью эксперта, сделавшего высказывание, и уверенностью эксперта в достоверности высказывания. При отсутствии априорной информации всем высказываниям приписываются одинаковые веса. Высказыванию S^i можно поставить в соответствие четверку $\langle E^i, k^i, p^i, w^i \rangle$. Требуется из исходного набора высказываний Ω построить другой набор Ω' из минимального числа согласованных друг с другом высказываний таким образом, чтобы набор Ω' был максимально согласован с набором Ω с точки зрения качества распознавания.

Для согласования высказываний предлагается метод, использующий расстояния в многомерном разнотипном пространстве. Можно использовать, например, меры близости, предложенные в [2]–[4].

Рассмотрим сначала по отдельности высказывания каждого эксперта по каждому образу k.

Пусть имеются прямоугольные области E^{i_1} и E^{i_2}. Определим множество $E^{i_1 i_2}$ следующим образом: $E^{i_1 i_2} := E^{i_1} \oplus E^{i_2} = \prod_{j=1}^{n}(E_j^{i_1} \oplus E_j^{i_2})$, где $E_j^{i_1} \oplus E_j^{i_2} = E_j^{i_1} \cup E_j^{i_2}$, если X_j — номинальная; и минимальный интервал, такой что $E_j^{i_1} \cup E_j^{i_2} \subseteq E_j^{i_1} \oplus E_j^{i_2}$, если X_j — количественная переменная.

Введем меру «незначительности» множества $E^{i_1 i_2} \setminus \bigl(E^{i_1} \cup E^{i_2}\bigr)$. Можно использовать, например, величину

$$r^{i_1 i_2} := \max_{E'} \frac{\operatorname{diam}(E')}{\operatorname{diam}(E^{i_1 i_2})},$$

где $E' \subseteq E^{i_1 i_2} \setminus (E^{i_1} \cup E^{i_2})$ — прямоугольная область в D.

Рассмотрим множества $E^{i_1}, \ldots, E^{i_q}$ такие, что $r^{i_u i_v} \leqslant \varepsilon$ для всех $u, v \in \{1, \ldots, q\}$, где ε — параметр ($0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1$), $2 \leqslant q \leqslant Q$, Q — число высказываний данного эксперта по образу k. Пусть нет такого множества E^l, что $r^{l i_u} \leqslant \varepsilon$ для всех $u \in \{1, \ldots, q\}$.

Обозначим $J_q = \{i_1, \ldots, i_q\}$, $E^{J_q} = E^{i_1} \oplus \cdots \oplus E^{i_q}$, $c^{iJ_q} = 1 - \rho(E^i, E^{J_q})$, где $\rho(E, F)$ — расстояние между прямоугольными областями E и F [3]. Объединим высказывания $S^{i_1}, \ldots, S^{i_q}$ в высказывание $S^{J_q} = \langle E^{J_q}, k, p^{J_q}, w^{J_q} \rangle$, где

$$p^{J_q} = \frac{\sum_{i \in J_q} c^{iJ_q} w^i p^i}{\sum_{i \in J_q} c^{iJ_q} w^i}, \quad w^{J_q} = \biggl(1 - d\Bigl(E^{J_q}, \bigcup_{i \in J_q} E^i\Bigr)\biggr) \frac{\sum_{i \in J_q} c^{iJ_q} w^i}{\sum_{i \in J_q} c^{iJ_q}}.$$

Процедура согласования высказываний одного эксперта по образу k состоит в построении всех высказываний S^{J_q}, $q = 2, \ldots, Q$.

После согласования высказываний для каждого образа экспертов по отдельности, мы можем построить скоординированное решающее правило по каждому образу. Процедура аналогична вышеописанной, за исключением весов: $w^{J_q} = \sum_{i \in J_q} c^{iJ_q} w^i$ (чем больше экспертов делают похожие высказывания, тем они достовернее). Обозначим $\Omega_1 = \bigcup_{k=1}^{K} \Omega_1^k$, где Ω_1^k — набор согласованных высказываний для образа $k \in \{1, \ldots, K\}$.

Решение противоречий. Рассмотрим высказывания $S^i \in \Omega_1^i$, $i \in I$, $I = \{i_1, \ldots, i_m\} \subseteq \{1, \ldots, K\}$, $i_u \neq i_v$ при $u \neq v$. Назовем их *противоречивыми* на множестве $E \subseteq D$, если $E \subseteq E^i$ для всех $i \in I$ и $\sum_{i=i_1}^{i_m} p^i > 1$.

Зададим для каждого $k \in \{i_1, \ldots, i_m\}$ множество

$$I(k) = \bigl\{t \bigm| S^t \in \Omega^k \text{ и } \rho(E^t, E) < \varepsilon^*\bigr\}, \text{ где } \varepsilon^* \text{ — параметр.}$$

Обозначим

$$c^t = 1 - \rho(E^t, E); \qquad p(k) = \frac{\sum_{t \in I(k)} c^t w^t p^t}{\sum_{t \in\ I(k)} c^t w^t}; \quad w(k) = \frac{\sum_{t \in I(k)} c^t w^t}{\sum_{t \in I(k)} c^t};$$

$$\tilde{p}^k = p(k) - \sum_{l \in I} \bigl(p(l) - 1\bigr) \frac{\sum_{l \in I} w(l) - w(k)}{(m-1) \sum_{l \in I} w(l)}; \quad \tilde{w}^k = \frac{w(k)}{1 + |\sum_{l \in I} p(l) - 1|}.$$

Сформулируем новые высказывания $\tilde{S}^k = \langle E, k, \tilde{p}^k, \tilde{w}^k \rangle$.

Обозначим через Ω_2 набор согласованных таким способом высказываний.

Результирующее решающее правило строится на основе согласованных наборов высказываний Ω_1 и Ω_2. Рассмотрим множество $E \subset D$. Если найдётся $S^i \in \Omega_2$ такое, что $E \cap E^i \neq \varnothing$, то для $E \cap E^i$ строится решение по высказываниям из набора Ω_2, в противном случае строится решение для E по высказываниям из набора Ω_1.

Заключение. Заметим, что возможен еще один вариант адаптивной обработки информации: при наличии противоречивых или недостаточно достоверных данных в определенных областях запрашивается дополнительная информация от экспертов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 07-01-00331а.

Литература

[1] *Lbov G., Gerasimov M.* Constructing of a Consensus of Several Experts Statements // Proc. of XII Int. Conf. «Knowledge — Dialogue — Solution», Varna, Bulgaria, 2006. — С. 193–195.

[2] *Загоруйко Н. Г.* Прикладные методы анализа данных и знаний. — Новосибирск: Издательство Института математики, 1999. — 268 с.

[3] *Лбов Г. С., Герасимов М. К.* Введение расстояния между логическими высказываниями в задачах прогнозирования // Искусственный интеллект. — 2004. — № 2. — С. 105–108.

[4] *Викентьев А. А.* Расстояние на высказываниях экспертов и мера опровержимости (информативности) высказываний с помощью моделей некоторых теорий // 12-я Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов», Москва, 2005. — С. 60–63.