

## Синдромальные процедуры распознавания для исследования фазового пространства конкретных многомерных динамических систем

*Котельников И. В.*

neumark@pmk.unn.ru

Нижний Новгород, НИИПМК ННГУ

Общая концепция компьютерной статистической модели исследования конкретных многомерных динамических систем (ДС) с применением методов распознавания образов предложена в [1]. Основным аргументом в пользу предлагаемой концепции выступает положение о том, что методы распознавания образов слабо зависят от размерности исследуемых объектов, в то время как на пути классических методов исследования непреодолимой стеной встает «проклятие размерности» уже при  $n \geq 4$ , где  $n$  — размерность ДС. Ниже под ДС подразумеваются ДС порядка  $n \geq 4$ , задаваемые системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматриваются вопросы исследования фазового пространства ДС при фиксированных параметрах. Входной информацией метода является выборка траекторий ДС в ограниченном фазовом пространстве. Начальные условия формируются случайным образом с помощью стандартных программ равномерного распределения. Траектории строятся с помощью известных технологий, имеющихся, например, в программных средах MATLAB, MAPLE. Траектории строятся с постоянным шагом интегрирования и разделяются на две равных по числу точек части. Первые части траекторий образуют траектории области притяжения аттрактора, вторые — траектории самого аттрактора.

### Решающее правило для отдельного аттрактора

Входной информацией для построения решающего правила (РП) является выборка траекторий аттрактора одного и того же типа (состояние равновесия, предельный цикл, хаотический аттрактор) [2]. Построение РП производится следующей процедурой. Первая точка траектории аттрактора принимается за центр, а вторая за вершину  $n$ -мерного параллелепипеда синдрома и строится такой синдром. Затем вторая точка принимается за центр, а третья за вершину для построения второго синдрома, и так для всех последовательных точек траектории. Объектом, поступающим на вход РП, является траектория аттрактора. Если более заданного значения  $P$  процентов точек траектории находится внутри или на поверхности синдромов РП, траектория относится к аттрактору, для которого строится РП. Траектория относится к другому аттрактору, если ни одна из точек траектории не принадлежит синдромам РП. Алгоритм адаптивный. Если траектория относится к аттрактору РП, то на це-

почках точек траектории, которые не попали в синдромы РП, аналогичным образом строятся цепочки синдромов, присоединяемые к имеющемуся РП. РП, помимо своего прямого назначения, применяется для разделения выборки траекторий на выборки траекторий различных аттракторов, а также, для существенного сжатия информации об этих выборках. Множество точек траекторий, образующих рассматриваемое РП, используется позднее как обучающая выборка (ОВ) класса конкретного аттрактора при построении разделяющего РП аттракторов ДС.

### **Разделяющее решающее правило аттракторов**

Построение разделяющего РП аттракторов производится в полном соответствии с [3] с той лишь разницей, что последним этапом является этап преобразования всех его  $k$ -мерных синдромов в  $n$ -мерные. Это необходимо из-за ограниченности изучаемого фазового пространства, за пределами которого располагается безграничная область траекторий ДС, которые не представлены в ОВ. Алгоритм принятия решения по этому РП претерпевает тоже существенные изменения. На вход РП в качестве объекта подается не отдельный  $n$ -мерный объект, а траектория. РП определяет класс каждой точки траектории, а затем подводит общий итог по всем классам РП. Получается РП, построенное на принципе голосования. Траектория относится к тому конкретному аттрактору, за который проголосовало большинство точек. Благодаря предварительному отбору при формировании ОВ это большинство, как правило, оказывается подавляющим. Алгоритм адаптивный. После определения класса траектории все неправильно классифицированные точки траектории дополняются в ОВ с признаком своего класса. После небольшого числа шагов адаптации все траектории ОВ классифицируются 100-процентным большинством. Процедура адаптации особенно необходима для построения областей притяжения аттракторов, что должно быть сделано с очень малой наперед заданной вероятностью ошибки.

### **Построение областей притяжения аттракторов**

Ясно, что построение областей притяжения производится на первых частях траекторий ОВ, или на траекториях областей притяжения. Для них, по существу, делается все то же, что и для траекторий аттракторов. Строится РП одного аттрактора для каждого из аттракторов по алгоритму первого раздела. Однако это производится с единственной целью возможно большего сжатия информации, поскольку остальные вопросы уже решены на траекториях аттракторов. Строится разделяющее РП предыдущего раздела со 100-процентной адаптацией для получения оптимальных синдромов для траекторий области притяжения. Из полученного РП выбирается синдром с наименьшей вероятностью ошибки

того класса, для которого строится область притяжения. Затем формируется контрольная выборка (КВ) траекторий выбранного класса с начальными условиями внутри или на поверхности выбранного синдрома. Полученная КВ пропускается через разделяющее РП областей притяжения. Вполне вероятно, что полученная вероятность ошибки будет меньше заданного значения. Тогда следует перейти для построения аналогичным образом области притяжения для очередного аттрактора. Если же это не так, то та же КВ вторично подается на вход РП, с той же процедурой принятия решения, но со следующей дополнительной функцией. Из всех точек траекторий КВ, находящихся внутри выбранного синдрома, РП формирует новую ОВ в соответствии с принятым по этим точкам решением. Получаем ОВ, расположенную внутри и на поверхности выбранного синдрома. На этой ОВ строится новое разделяющее РП для области притяжения, выбирается новый синдром, формируется новая КВ из начальных условий внутри выбранного синдрома. Важно отметить, что новый синдром будет находиться всегда внутри первого, т. к. именно на его точках построено новое РП. Построением нового РП из первого синдрома будут удалены те области, начальные условия в которых ведут к чужому аттрактору. Как видно, процедура повторяется с переносом области построения РП в область выбранного синдрома. Указанная процедура продолжается в цикле до тех пор, пока не будет достигнута допустимая вероятность ошибки для выделенной области притяжения.

Предлагаемая методика апробирована на 7-мерной ДС турбулентности с двумя аттракторами цикла и двумя хаотическими аттракторами при заданных параметрах. Полученные результаты полностью подтверждают справедливость и эффективность предложенной в [1] концепции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00391.

### Литература

- [1] *Неймарк Ю. И.* Компьютерная концепция исследования конкретных динамических систем // 7 Всеросс. конф. «Нелинейные колебания механических систем», Нижний Новгород: Издательство ННГУ, 2005. — С. 17–18.
- [2] *Котельников И. В.* Определение типа фазовых траекторий динамических систем на основе оптимальных тупиковых нечетких тестов и синдромов // Всеросс. конф. ММРО-12. — Москва: Макс Пресс, 2005. — С. 144–147.
- [3] *Kotel'nikov I. V.* A Syndrome Recognition Method Based on Optimal Irreducible Fuzzy Tests // *Patt. Rec. and Image Anal.* — 2001. — V. 11, № 3. — Pp. 553–559.