

Спектральные свойства искаженных изображений и системы распознавания

Карнаухов В. Н., Милукова О. П., Чочиа П. А.

victor.karnaukhov@iitp.ru, milukova@iitp.ru, chochia@iitp.ru
Москва, Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН

Достаточно полной математической моделью неидеальных изображающих систем служит линейное интегральное уравнение I-ого рода. Решение этого уравнения (задача восстановления) — типичная обратная задача с неполными данными, которой посвящено огромное количество исследований. Однако каким бы эффективным ни был метод восстановления, успех в решении задачи определяется точностью математической модели изображающей системы.

Пусть формирование изображения в линейной системе описывается однородным интегральным уравнением типа свертки. Рассмотрим одномерный аналог задачи

$$Av = \int_{-\infty}^{\infty} h(x - \xi)v(\xi) d\xi = u(x).$$

Для апостериорного определения типа искажающего оператора и оценки параметров искажения будем использовать Фурье спектры искаженных изображений.

Искажающий оператор A в рамках данной модели задается ядром интегрального оператора $h(x)$. Рассмотрим спектральные свойства ядра. В реальных физических задачах $h(x)$ есть функция с конечным носителем, ядро $h(x)$ обращается в нуль при $|x| \geq a$. Тогда из теоремы Пэли-Винера следует, что преобразование Фурье $S(z) = \int_{-a}^a h(t)e^{-izt} dt$ — целая аналитическая функция от $z = x + iy$ экспоненциального типа, т. е. первого порядка $\rho = 1$ и конечного типа $\sigma \leq a$ [2].

Кроме функций с конечным носителем для описания искажающего оператора часто используют Гауссову функцию распределения и некоторые другие функции, спектры которых — целые функции. Как известно, целые функции обладают многими замечательными свойствами [1], которые (например, изолированность нулей) и определяют структурные особенности спектров Фурье искаженных изображений. В качестве примера на Рис. 1 показано некоторое тестовое изображение и его кепструм (логарифм модуля спектра), а на Рис. 2 показаны кепструмы того же изображения, дефокусированного и смазанного. На основе проведенного анализа спектров искаженных изображений было предложено использовать специальную систему распознавания образов для определения типа искажающего оператора и оценки параметров искажения [3]. В качестве распознающей системы использовалась система, описанная в работе [4].

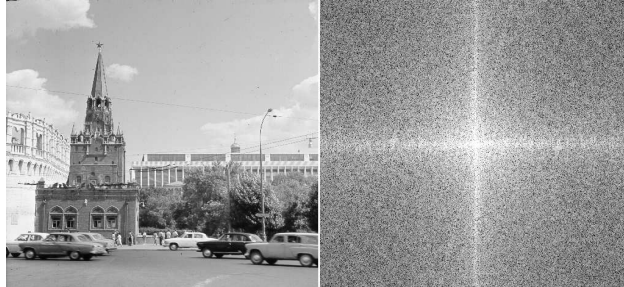


Рис. 1. Исходное изображение и его кепструм (логарифм модуля спектра).

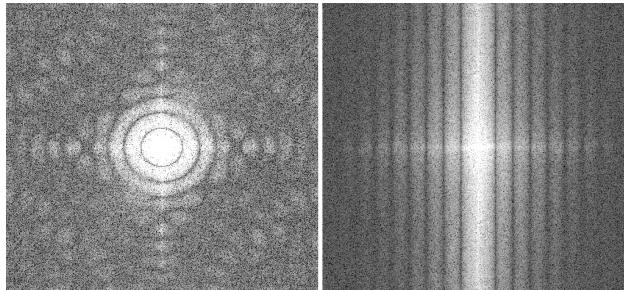


Рис. 2. Кепструмы расфокусированного и смазанного изображения.

Кроме того, структурные особенности спектров искаженных изображений в некоторых случаях позволяют решать задачу распознавания искаженного изображения без предварительной процедуры восстановления. Пусть спектр $S(z)$ искажающего оператора с ядром $h(x)$ — целая функция. В точке z_0 , где функция $S(z)$ равна нулю, $\arg S(z)$ не определен. Можно показать, что $\arg(z - z_0)$ при переходе через точку z_0 изменяется на $-\pi$ при обходе точки сверху или на $+\pi$ при обходе точки z_0 снизу. Если ядро искажающего оператора есть действительная четная функция, то все нули лежат на действительной оси. В каждой точке z_i , которая является корнем уравнения $S(z) = 0$, значение аргумента скачком изменяется на $+\pi$ или $-\pi$ в зависимости от выбранного нами направления обхода. Для иллюстрации на Рис. 3 показаны кепструм и фазовый спектр искажающей дефокусирующей функции.

Следовательно, фаза исходного изображения совпадает с фазой искаженного в случае, когда спектр искажающего оператора не содержит нулей. Если ядро искажающего оператора — четная функция с конечным носителем, то фаза искаженного изображения может отличаться от фазы исходного на соответствующих интервалах действительной оси.

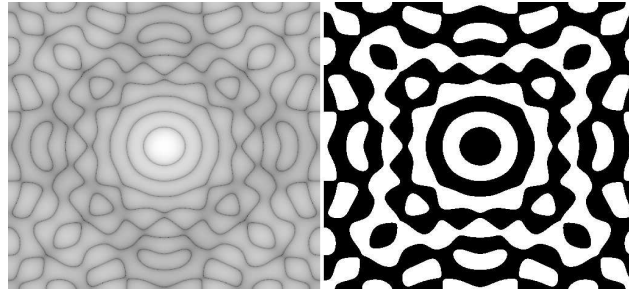


Рис. 3. Кепструм и фазовый спектр дефокусирующей функции

Точки, где происходит скачок фазы, определяются местоположением нулей спектра на действительной оси и могут быть определены с помощью систем распознавания. Многие распознающие алгоритмы в качестве признаков используют компоненты фазового спектра Фурье изображения. Причем для эффективного распознавания может оказаться достаточным небольшого числа первых фазовых компонент [4]. Из сказанного выше следует, что в этих случаях можно распознать исходное неискаженное изображение по фазе искаженного изображения без предварительной процедуры восстановления.

Успех в решении перечисленных задач определяется эффективностью используемых методов и систем распознавания. Следовательно, если распознающая система эффективна при заданном уровне шума, то она может быть применена для выполнения поставленных задач при соответствующих ограничениях на уровень суммарной погрешности.

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных научных исследований ОИТВС РАН, проект «Алгоритмическое и программное обеспечение инфокоммуникационных сетей».

Литература

- [1] *Титчмарш Е.* Теория функций. — Москва: Наука, 1980.
- [2] *Винер Н., Пэли Р.* Преобразование Фурье в комплексной области. — Москва: Наука, 1964.
- [3] *Aizenberg I., Butakoff C., Karnauhov V., Merzlyakov N., Milyukova O.* Blurred Image Restoration Using the Type of Blur and Blur Parameters Identification on the Neural Network // Proceedings of SPIE, Image Processing: Algorithms and Systems, 2002. — Vol. 4667. — Pp. 460–471.
- [4] *Aizenberg I., Aizenberg N., Butakoff C., Farberov E.* Image recognition on the Neural Network based on Multi-Valued Neurons // Proc. of the Int'l Conf. on Patt. Recog., Spain. — IEEE Computer Society Press, 2000. — Pp. 993–996.