

Алгоритмы идентификации изображений в случайной и нечёткой морфологии

Зубюк А. В.

zubuk@compd2.phys.msu.su

Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет

В работе [1] рассмотрены основные понятия случайной и нечёткой морфологии и даны постановки ряда задач идентификации изображений, имеющих случайную или нечёткую форму. В настоящем докладе рассмотрены алгоритмы решения этих задач.

Математические методы морфологического анализа изображений предназначены для решения задач анализа и интерпретации изображений реальных сцен, полученных при неопределённых условиях, таких, например, как характер освещения, его спектральный состав, оптические характеристики объектов и т. п. Очевидно, что изображения одной и той же сцены, полученные при разных условиях наблюдения, могут существенно отличаться друг от друга. Это обстоятельство является источником ряда проблем, возникающих при решении указанных задач. В частности, невозможно путём попиксельного сравнения яркостей определить, являются ли два изображения изображениями одной и той же сцены. В то же время, все изображения одной и той же сцены имеют «сходные черты», позволяющие отличать изображения этой сцены от изображений других сцен. Такой «сходной чертой» в ряде случаев может являться геометрическая форма изображённых объектов. Таким образом, существует инвариант, не изменяющийся при изменении условий наблюдения. Методы морфологического анализа изображений ориентированы, прежде всего, на анализ формы изображённых объектов в терминах, инвариантных относительно условий получения изображений [2, 3].

Пусть моделью изображения является элемент евклидова пространства \mathcal{R}_N . Тогда всевозможные изменения условий его регистраций приведут к тому, что изображение одного и того же объекта будет изменяться в пределах некоторого множества V пространства \mathcal{R}_N . Это множество называется *формой изображения этого объекта* [2], т. к. оно отражает его характеристики, не зависящие от условий регистрации изображений.

Случайная и нечёткая формы изображений

Напомним кратко основные определения, которые были даны в [1].

Определение 1. *Случайной формой элементов пространства \mathcal{R}_N назовём вероятностное пространство $(\Omega, \mathcal{A}, \text{Pr})$, где Ω — множество непересекающихся подмножеств евклидова пространства \mathcal{R}_N (форм), образующих разбиение пространства \mathcal{R}_N , \mathcal{A} — некоторая σ -алгебра подмножеств множества Ω , а Pr — заданная на ней вероятность.*

Каждому событию $A \in \mathcal{A}$ соответствует форма (подмножество) $V = \bigcup_{\omega \in A} \omega \subset \mathcal{R}_N$, вероятность которой есть $\text{Pr}(A)$. По аналогии с определением 1 введём понятие нечёткой формы:

Определение 2. *Нечёткой формой элементов пространства \mathcal{R}_N назовём пространство с возможностью $(\Omega, \mathcal{A}, \text{P})$, где Ω — множество пересекающихся форм, образующих разбиение \mathcal{R}_N , \mathcal{A} — некоторая σ -алгебра подмножеств Ω , а P — заданная на ней возможность.*

Задачи идентификации изображений, имеющих случайную или нечеткую форму

В докладе рассмотрены алгоритмы решения задач идентификации изображений, поставленных в [1]. Помимо этого, рассмотрены задачи, в которых известна некоторая априорная информация о предъявляемых изображениях. Такая информация заключается в следующем. Предъявляемое изображение является случайным (или нечётким) и для каждой формы $\omega \in \Omega$ известно его условное распределение внутри этой формы. Учёт этой информации делает гипотезы в минимаксной задаче проверки гипотез простыми. Приведём постановку такой задачи в случайной морфологии.

Пусть заданы две случайные формы: $F_1 = (\Omega, \mathcal{A}, \text{Pr}_1)$ и $F_2 = (\Omega, \mathcal{A}, \text{Pr}_2)$, где вероятности Pr_1 и Pr_2 заданы плотностями $\text{pr}^{(1)}(\cdot)$ и $\text{pr}^{(2)}(\cdot)$ соответственно, и предъявляемое для идентификации изображение ξ формируется по схеме $\xi = f + \nu$, где f и ν — случайные элементы пространства \mathcal{R}_N (случайные элементы f , ω и ν независимы). Требуется по предъявленному изображению ξ определить, какую случайную форму (F_1 или F_2) имеет элемент f . Для этого можно воспользоваться рандомизированным критерием π , являющимся решением следующей минимаксной задачи:

$$\begin{cases} \max(\alpha_1, \alpha_2) \sim \min_{\pi_1, \pi_2}; \\ \pi_1(x) + \pi_2(x) = 1, x \in \mathcal{R}_N; \\ \pi_i(x) \geq 0, x \in \mathcal{R}_N, i = 1, 2; \end{cases} \quad (1)$$

где $\alpha_i \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \int_{\mathcal{R}_N} \text{pr}_\xi^t(x) \pi_i(x) dx$, $i = 1, 2$, $\text{pr}_\xi^t(x)$ — распределение случайного элемента ξ , зависящее от распределений элементов ω , f и ν .

Алгоритмы решения поставленных задач и их свойства

В докладе рассмотрено применение алгоритмов типа случайного поиска (см [5, 6]) для решения минимаксных задач. В частности, для решения минимаксной задачи в теоретико-вероятностной постановке она

сводится к задаче поиска априорного распределения, выравнивающего частные ошибки в байесовской задаче проверки гипотез, где условными распределениями величины ξ являются её распределения, используемые в минимаксной задаче. Такое априорное распределение является наихудшим в смысле полной байесовской ошибки (см. [4]). Для нахождения «выравнивающего» распределения используются методы градиентного случайного поиска (см. [5]), в частности, алгоритм с парной пробой. При этом в процессе работы алгоритма не производится точное вычисление целевого функционала (разности частных ошибок). Вместо этого используется его оценка — разность частот событий, соответствующих частным ошибкам. Такой способ позволил увеличить скорость численного решения минимаксных задач, возникающих при идентификации изображений. В докладе также рассмотрено применение алгоритмов типа случайного поиска для решения минимаксных задач идентификации изображений, имеющих нечёткую форму.

Для всех разработанных алгоритмов доказаны теоремы о сходимости решающих правил, получаемых в результате их работы, к решениям поставленных задач.

Приведённые в докладе алгоритмы позволяют решать задачи анализа и интерпретации реальных сцен, упомянутые во введении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00532-а.

Литература

- [1] *Пытьев Ю. П., Зубюк А. В.* Случайная и нечёткая морфология (эмпирическое восстановление модели, идентификация) // Материалы IX Межд. конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки». — 2006.
- [2] *Пытьев Ю. П.* Морфологический анализ изображений // Докл. АН СССР. — 1983. — Т. 269, № 5. — С. 1061–1064.
- [3] *Pyt'ev Yu. P.* Morphological Image Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis. — 1993. — Vol. 3, № 1. — P. 19–28.
- [4] *Пытьев Ю. П.* Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применения. — Физматлит, 2007.
- [5] *Гладков Д. И.* Оптимизация систем неградиентным случайным поиском. — М: Энергоатомиздат, 1984.
- [6] *Жигляевский А. А.* Математическая теория глобального случайного поиска — Л: Изд-во Ленингр. ун-та, 1985.