Эффективный ранг и эффективная размерность в вейвлет-анализе данных

Мондрус О. В.
olya@cmp.phys.msu.ru
Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет

В теории измерительно-вычислительных систем (ИВС) [1] рассматривается модель $[A, \Sigma]$ измерения, выполненного по схеме

$$\xi = Af + \nu, \tag{1}$$

в которой $f \in \mathcal{R}_m$ — измеряемый сигнал, $A\colon \mathcal{R}_m \to \mathcal{R}_n$ — линейный оператор, моделирующий измерительный прибор, ν — случайный элемент $\mathcal{R}_n$ с математическим ожиданием $\mathsf{E}\nu = 0$ и ковариационным оператором $\Sigma : \mathcal{R}_n \to \mathcal{R}_n$, определенным равенством $\Sigma x = \mathsf{E}\nu(x, 0)$, $x \in \mathcal{R}_n$.

Пусть $\Pi_k\colon \mathcal{R}_m \to \mathcal{R}_k$ — ортогональный проектор на k-мерное линейное подпространство $\mathcal{L}_k \subset \mathcal{R}_m$ и

$$\inf_{R:\mathcal{R}_n \to \mathcal{L}_k} \sup_{f \in \mathcal{R}_m} \mathsf{E}\|R\xi - \Pi_k f\|^2 < \infty.$$

Определение 1. *Эффективным рангом* модели $[A, \Sigma]$ *называется функция $\rho(\varepsilon)$, значение которой равно максимальной размерности ортогональной составляющей f, которую можно оценить со с.к. погрешностью, не превосходящей ε:*

$$\rho(\varepsilon) = \max\{k, h(\Pi_k) \leqslant \varepsilon\}, \quad \varepsilon \geqslant 0, \tag{2}$$

Определение 2. *Эффективной размерностью данных измерений, в том числе выполненных по схеме (1), называется функция $\zeta\colon [0, \infty) \to \to \{1, 2, \ldots\}$, значение $\zeta(\varepsilon)$ которой равно минимальной размерности линейного подпространства $\mathcal{R}^{(\varepsilon)} \subset \mathcal{R}$ ортогональных составляющих измерений, которые приближают измерения с погрешностью, не превосходящей заданного значения $\varepsilon \geqslant 0$ [1].*

В докладе понятия эффективного ранга модели и эффективной размерности данных измерений применены для построения оптимального вейвлет-представления [2] данных измерений и их редукции.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 05-01-00532-а.

Литература

[1] *Пытьев Ю. П.* Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем. — М.: ФизМатЛит, 2007.

[2] *Daubechies I.* Ten lectures on Wavelets. — SIAM, 1991 (*Добеши И.* Десять лекций по вейвлетам. — М.–Ижевск, 2001).