Исследование автокорреляционных функций ортогональных фазокодированных последовательностей

Леухин А. Н., Тюкаев А. Ю.
inf@marstu.mari.ru
Йошкар-Ола, ГОУ ВПО Марийский гос. тех. университет

Исследованы взаимнокорреляционные свойства фазокодированных дискретных последовательностей, обладающих нулевым уровнем боковых лепестков циклической автокорреляционной функции. Дана сравнительная оценка автокорреляционных свойств ортогональных и квазиортогональных в широком смысле фазокодированных дискретных последовательностей.

Введение

Сигналы, имеющие циклическую автокорреляёционную функцию (АКФ) с нулевым уровнем боковых лепестков, идеальны для решения таких задач радиолокации как обнаружение, разрешение и оценка параметров [1, 2].

В то же время, задача распознавания наилучшим образом решается с применением ортогональных в широком смысле сигналов, то есть таких сигналов, у которых циклическая взаимная корреляционная функция (ВКФ) равномерна и имеет нулевой уровень отсчётов.

С развитием цифровой техники всё большее значение стали приобретать дискретные сигналы, которые можно различать по законам модуляции. Особое место среди дискретных сигналов занимают фазокодированные дискретные последовательности $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$ (ФКП), которые можно определить на основании выражения:

$$\gamma_n = \exp\left(i\varphi_n\right), \quad n = 0,\ 1\ldots, N-1, \tag{1}$$

где значение фазы на каждом n-ом кодовом интервале определяется из диапазона $\varphi_n \in [0,\ 2\pi]$, модуль каждого кодового элемента $|\gamma_n| = 1$, N — количество кодовых элементов в последовательности, i — мнимая единица.

Синтез и анализ ФКП с хорошими корреляционными свойствами является важной задачей теории синтеза сигналов.

Ортогональные системы в широком смысле

Нормированную циклическую ВКФ двух ФКП $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$ и $\mathbf{N} = \{\nu_n\}_{0,N-1}$ размерностью N определим на основании выражения:

$$\eta_\tau = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}\gamma_{n+\tau(\mathrm{mod}\ N)}\cdot\nu_n^*, \quad \tau = 0, 1, \ldots, N-1, \tag{2}$$

Последовательности $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$ и $\mathbf{N} = \{\nu_n\}_{0,N-1}$ назовем *ортогональными в широком смысле*, если все отсчеты их нормированной ВКФ равны нулю. Семейство всех взаимноортогональных ФКП размерности N назовем *ортогональным алфавитом*, а количество элементов алфавита (объем) обозначим через L.

Примером известных ортогональных в широком смысле ФКП являются базисные функции дискретного преобразования Фурье (элементарные контуры) [3] и функции Радемахера [4]. Семейство всех элементарных контуров размерности N образует алфавит ортогональных символов объемом $L = N$. Система всех функций Радемахера с порядком k и размерностью $N = 2^k$ также образует алфавит ортогональных символов объемом $L = k$.

Нормированную циклическую автокорреляционную функцию дискретной последовательности $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$ определим на основании выражения:

$$r_\tau = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{n+\tau(\mathrm{mod}\ N)} \cdot \gamma_n^*, \quad \tau = 0, 1, \ldots, N-1, \tag{3}$$

где γ_n^* — комплексно сопряженный кодовый элемент дискретной последовательности $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$.

Квазиортогональные системы в широком смысле

Введём понятие квазиортогональных в широком смысле фазокодированных дискретных последовательностей. Для любых двух квазиортогональных в широком смысле ФКП $\mathbf{\Gamma} = \{\gamma_n\}_{0,N-1}$ и $\mathbf{N} = \{\nu_n\}_{0,N-1}$ должно выполняться равенство:

$$|\eta_\tau| = \frac{1}{N}\left|\sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{n+\tau(\mathrm{mod}\ N)} \cdot \nu_n^*\right| = c, \quad \tau = 0, 1, \ldots, N-1. \tag{4}$$

Равенство (4) должно выполняться при условии: $c \ll N$, где c — некоторое неотрицательное вещественное число. Семейство всех возможных взаимноквазиортогональных ФКП размерности N назовем *квазиортогональным алфавитом*, а количество элементов алфавита (объем) обозначим через L.

В работе [5] разработан метод синтеза ФКП, позволяющий получить все возможные дискретные кодовые последовательности, нормированная циклическая АКФ которых имеет нулевой уровень боковых лепестков. Исследования показали, что синтезированные в работе [5] ФКП могут обладать равномерной нормированной циклической ВКФ с уровнем мо-

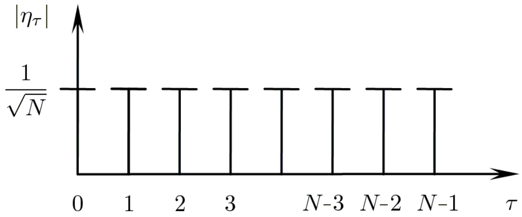

Рис. 1. Примерный вид нормированной циклической ВКФ синтезированных квазиортогональных ФКП.

дулей отсчётов равным $\frac{1}{\sqrt{N}}$ (Рис. 1), в случае, когда размерность дискретных последовательностей N является нечётным числом [6], т. е.:

$$|\eta_\tau| = \frac{1}{\sqrt{N}}, \quad \text{при нечётном } N, \quad \tau = 0, 1, \ldots, N-1, \tag{5}$$

где $|\eta_\tau|$ — 0 1 2 3 $N-3$ $N-2$ $N-1$ модуль нормированной циклической ВКФ, N — размерность сигнала, τ — временной сдвиг.

Заключение

Синтезированные в работе [6] фазокодированные дискретные последовательности, в отличие от ортогональных сигналов (элементарные контуры и функции Радемахера), могут обладать равномерной нормированной циклической ВКФ с уровнем модулей отсчётов равным $\frac{1}{\sqrt{N}}$ (Рис. 1), в том случае, если размерность N данных фазокодированных последовательностей — нечётное число. При больших значениях размерности N такие последовательности можно считать квазиортогональными, т. к. уровень модулей отсчётов их нормированной циклической ВКФ будет стремиться к нулю, т. е. $\lim\limits_{N\to\infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \to 0$. Циклическая АКФ таких фазокодированных последовательностей, в отличие от ортогональных сигналов, при любом значении размерности N обладает идеальными свойствами, т. е. нулевым уровнем боковых лепестков.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект №07-07-00285 и гранта Президента РФ МД-63.2007.9.

Литература

[1] *Woodward P. M.* Probability and Information Theory with Applications to Radar. — Pergamon Press, N.Y., 1953.

[2] *Кук Ч., Бернфельд М.* Радиолокационные сигналы. Теория и применение. — Москва: Сов. радио, 1971.

[3] Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов / под ред. *Фурмана Я. А.* — Москва: Физматлит, 2002.

[4] *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы — М: Радио и связь, 1986.

[5] *Leukhin A. N.* Algebraic solution of the synthesis problem for coded sequences // Quantum Electronics. — 2005. — V. 35, No. 8. — Pp. 688–692.

[6] *Леухин А. Н., Тюкаев А. Ю., Бахтин С. А.* Синтез и анализ сложных фазокодированных последовательностей // Электромагнитные волны и электронные системы. — 2007. — № 4. — С. 32–37.