

**Алгоритм синтеза фазокодированных последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков циклической АКФ**

*Леухин А. Н.*

inf@marstu.mari.ru

Йошкар-Ола, ГОУ ВПО Марийский государственный технический университет

Предложен алгоритм синтеза шумоподобных фазокодированных (ФК) последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков циклической автокорреляционной функции (АКФ). Приводятся выражения для синтеза всех возможных кодовых последовательностей для произвольного числа кодовых интервалов.

**Постановка задачи синтеза**

Проблемой синтеза шумоподобных сигналов, начиная с 50-х годов прошлого столетия, занимаются многочисленные научные коллективы у нас в стране и за рубежом [1, 2, 3, 4]. Особый практический интерес представляют фазокодированные дискретные последовательности, обладающие нулевым уровнем боковых лепестков циклической АКФ. Решение задачи для «базисных» случаев рассмотрено в работах [5, 6, 7, 8].

Дискретную фазокодированную последовательность  $\Gamma = \{\gamma_n\}_{0, N-1}$  можно представить в виде:

$$\gamma_n = \exp(i\varphi_n), \quad n = 0, \dots, N-1. \quad (1)$$

Циклическую АКФ можно определить на основе выражения:

$$\eta_\tau = \sum_{n=0}^{N-1} \gamma_{n+\tau(\bmod N)} \gamma_n^*, \quad \tau = 0, \dots, N-1. \quad (2)$$

Нулевой отсчет циклической АКФ должен быть равен размерности кодовой последовательности  $\eta_0 = N$ , а все остальные отсчеты (боковые) должны принимать одинаковое значение  $a$ :  $\eta_1 = \eta_2 = \dots = \eta_{N-1} = a$ . Значение уровня боковых лепестков  $a$  может быть любым вещественным числом из диапазона  $a \in [a_{\min}, N]$ , где верхняя граница диапазона  $a_{\max} = N$ , а нижняя граница  $a_{\min}$  зависит от размерности кодовой последовательности  $N$  и удовлетворяет условию  $a_{\min} \geq \frac{N}{1-N}$ .

На основании выражений (1), (2) задачу синтеза ФК последовательностей с одноуровневой АКФ сводится к решению системы уравнений:

для четных  $N$ ,  $K = \frac{N}{2} - 1$ ,  $n = 1, \dots, K$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\varphi_n) + \cos(\varphi_{N-n}) + \sum_{m=1}^{N-n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = a; \\ \cos(\varphi_K) + \sum_{m=1}^{N-K-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+K}) = a/2; \\ \sin(\varphi_n) - \sin(\varphi_{N-n}) - \sum_{m=1}^{N-n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = 0. \end{array} \right. \quad (3)$$

для нечетных  $N$ ,  $K = \frac{N-1}{2}$ ,  $n = 1, \dots, K$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos(\varphi_n) + \cos(\varphi_{N-n}) + \sum_{m=1}^{N-n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \cos(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = a; \\ \sin(\varphi_n) - \sin(\varphi_{N-n}) - \sum_{m=1}^{N-n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+n}) + \\ \quad + \sum_{m=1}^{n-1} \sin(\varphi_m - \varphi_{m+N-n}) = 0. \end{array} \right. \quad (4)$$

В такой постановке задачи синтез ФК последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков циклической АКФ сводится к поиску решений системы уравнений (3), (4), где неизвестными являются углы поворотов элементов кода  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{N-1}$ , а произвольное решение системы уравнений будет иметь вид:

$$\Psi = [\varphi_0 = 0^\circ, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{N-1}]. \quad (5)$$

Отметим, что известные методы синтеза фазокодированных последовательностей позволяют синтезировать коды лишь с определенными значениями уровня боковых лепестков ( $a = 0$  или  $a = -1$ ), кроме того, значения фаз всегда кратны  $\pi/N$ . Предлагаемый алгоритм позволяет синтезировать кодовые последовательности без этих ограничений.

#### Алгоритм синтеза ФК последовательностей

Алгоритм основан на развитом в работах [5, 6, 7, 8] методе решения системы уравнений (3), (4). Отметим, что всё множество получаемых кодовых последовательностей можно разбить на три класса.

1. Решения [6, 7], получаемые из «базисных» решений вида

$$\varphi_n = n^2 \pmod{N}, \quad n = 1, \dots, N. \quad (6)$$

2. Решения [5], основанные на разностных множествах  $D(N, k, \lambda) = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$ , состоящих из  $k$  различных элементов  $d_1, d_2, \dots, d_k \in G$  группы  $G$  порядка  $N$ ,  $\lambda$  — параметр разностного множества, определяющих число упорядоченных пар  $(d_i, d_j)$ , где  $d_i, d_j \in D$ , таких что  $d_i * d_j^{-1} = d$  или  $d_i^{-1} * d_j = d$ ,  $d \in G$ ,  $d \neq e$ .

Если на позициях вектора (5) с порядковыми номерами  $d_i \in D$  разместить значения фаз, равных 0, а на остальных  $N - k$  позициях — значения фаз, равных некоторому значению  $\alpha$ , то получим  $N$ -позиционную кодовую последовательность с одноуровневой циклической АКФ. Решение системы уравнений (3), (4) в этом случае будет иметь вид:

$$\Psi = [\varphi_0 = 0^\circ, \alpha, \varphi_{d_2} = 0^\circ, \alpha, \alpha, \dots, \varphi_{d_k} = 0^\circ, \alpha, \alpha]. \quad (7)$$

Угол  $\alpha$  определится как:

$$\alpha = \pi \pm \arccos \left( \frac{N^2 + 2k^2 - 2kN + a - N - Na}{2k(N - k)} \right), \quad (8)$$

где  $a$  — уровень боковых лепестков из диапазона  $a \in [a_1, N]$ , где  $a_1 = \frac{N^2 + 4k^2 - 4kN - N}{N - 1}$ .

3. Решения [8] общего вида (5), не формируемые ни на основе «базисных» решений, ни на основе разностных множеств. Например, в случае размерности кодовой последовательности  $N = p - 1$ , где  $p$  — простое число, решения системы уравнений (3) будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= 0^\circ, \quad \varphi_1 = \frac{360^\circ}{p}; \\ v_1 &= 1, \quad v_{n+1} = \theta_l v_n + 1 \pmod{p}, \quad v_n = v_{n+1}; \\ \varphi_{l,n+1} &= \frac{360^\circ}{p} v_n, \quad n = 1, \dots, p - 2, \quad l = 0, \dots, L - 1; \end{aligned} \quad (9)$$

где  $L = \varphi(p - 1)$  — функция Эйлера.

Алгоритм синтеза ФК последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков реализует выше рассмотренные решения с использованием алгоритмических методов теории конечных полей и теории чисел.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 07-07-00285, и гранта Президента РФ МД-63.2007.9.

### Литература

- [1] Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение. — Москва: Сов. радио, 1971.
- [2] Свердлик М. Б. Оптимальные дискретные сигналы — Москва: Сов. радио, 1975.
- [3] Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами — Москва: Радио и связь, 1985.

- 
- [4] *Гантмахер В. Е., Быстров Н. Е., Чеботарев Д. В.* Шумоподобные сигналы, анализ, синтез, обработка — СПб: Наука и техника, 2005.
- [5] *Leukhin A. N.* Algebraic solution of the synthesis problem for coded sequences // *Quantum Electronics.* — 2005. — V. 35, № 8. — P. 688–692.
- [6] *Леухин А. Н.* Полное решение задачи синтеза фазокодированных сигналов с равномерным энергетическим спектром // *Известия Самарского научного центра РАН.* — 2005. — Т. 7, № 1. — С. 163–168.
- [7] *Леухин А. Н., Тюкаев А. Ю., Бахтин С. А.* Синтез и анализ сложных фазокодированных последовательностей // *Электромагнитные волны и электронные системы.* — 2007. — № 4. — С. 32–37.
- [8] *Леухин А. Н., Тюкаев А. Ю., Бахтин С. А., Корнилова Л. Г.* Новые фазокодированные последовательности с хорошими корреляционными характеристиками // *Электромагнитные волны и электронные с-мы.* — 2007. — № 6.