

## Детектор границы области на цветных изображениях

*Чуличков А. И., Илюшин В. Л.*

ach@comp.phys.msu.ru

Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет

В работе построен морфологический метод анализа цветных изображений для определения границы раздела областей одинакового цвета.

### Форма цветного изображения

Фиксируем сцену, состоящую из некоторого заданного набора объектов, и рассмотрим множество ее цветных изображений [1], полученных при всевозможных условиях регистрации, заданное в виде

$$V_f = \left\{ \vec{f}(x) = \sum_{i=1}^N \chi_i(x) \left( \vec{\varphi}_{0,i} + \sum_{j=1}^{k_i} \vec{\varphi}_{j,i} g_{j,i}(x) \right), g_{j,i} \in \mathbb{R}^1, \vec{f}(x) \in K \right\},$$

где  $\chi_1, \dots, \chi_N$  — индикаторы разбиения  $A_1, \dots, A_N$  поля зрения  $\mathcal{X}$ :

$$A_i \cap A_j = \emptyset, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, N, \quad \bigcup_{i=1}^N A_i = \mathcal{X};$$

$K$  — выпуклое множество (конус) векторов, определяемый условиями физической реализуемости (например, неотрицательностью координат). На каждом подмножестве  $A_i \subset \mathcal{X}$  цвет изображения заданной сцены является элементом, принадлежащим гиперплоскости

$$G_i = \left\{ \vec{\varphi}_{0,i} + \sum_{j=1}^{k_i} \vec{\varphi}_{j,i} g_{j,i}(x), g_{j,i} \in \mathbb{R}^1 \right\},$$

задаваемой набором векторов цвета  $\vec{\varphi}_{0,i}, \dots, \vec{\varphi}_{k_i,i}$ , одним и тем же для фиксированной гиперплоскости  $G_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , при этом векторы  $\vec{\varphi}_{1,i}, \dots, \vec{\varphi}_{k_i,i}$  ортогональны. Гиперплоскости  $G_1, \dots, G_N$  отличаются одна от другой количеством и значениями векторов цвета. Заметим, что для фиксированного изображения представление его в виде

$$\vec{f}(x) = \sum_{i=1}^N \chi_i(x) \left( \vec{\varphi}_{0,i} + \sum_{j=1}^{k_i} \vec{\varphi}_{j,i} g_{j,i}(x) \right),$$

вообще говоря, неоднозначно, так как точка  $x$  поля зрения, в которой значение  $\vec{f}(x)$  принадлежит пересечению гиперплоскостей, может быть отнесена к тому или иному множеству разбиения произвольно. Однако

для задач, решаемых в данной работе, эта неоднозначность несущественна.

Будем считать, что при изменении условий регистрации может меняться как набор векторов цвета  $\vec{\varphi}_{0,i}, \dots, \vec{\varphi}_{k_i,i}$ , так и коэффициенты  $g_{j,i}(x)$ ,  $x \in A_i$ ,  $j = 1, \dots, k_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Остаются неизменными лишь числа  $k_1, \dots, k_N$ , определяющие размерность гиперплоскости,  $k_i \in \{0, 1, \dots, l-1\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ .

Такой моделью описываются изображения сцен, состоящих из наборов окрашенных предметов, освещаемых однородным потоком света. Разбиение  $A_1, \dots, A_N$  в этом случае определяется оптически однородными поверхностями объектов сцены.

Принадлежность регистрируемого изображения  $\vec{s}$  форме  $V_f$  дает основание считать, что  $\vec{s}$  является изображением той же сцены, которая порождает форму  $V_f$ .

Отметим, что множество  $V_f$  является выпуклым, а потому форма  $V_f$  может быть задана оператором проецирования  $P_f$  на  $V_f$  в  $\mathcal{L}_2^l(\mathcal{X})$ , который является решением задачи [2, 3, 4]

$$\|P_f \vec{s} - \vec{s}\|^2 = \inf_{\vec{f} \in V_f} \|\vec{f} - \vec{s}\|^2.$$

На практике регистрация изображения  $\vec{s}$  сопровождается аддитивной погрешностью, что приводит к тому, что результат регистрации

$$\vec{\xi} = \vec{s} + \vec{\nu}$$

не обязательно принадлежит  $V_f$ , даже если  $\vec{s} \in V_f$ . В таких условиях необходимо иметь характеристику близости  $\vec{\xi}$  к  $V_f$ . Обобщая критерий близости по форме, используемый для полутонных изображений, в качестве близости изображений по форме используем функционал

$$\frac{\|P_f \vec{\xi} - \vec{\xi}\|^2}{\|P_f \vec{\xi} - P_0 \vec{\xi}\|^2},$$

где  $P_0$  — проектор на множество изображений, имеющих в каждой точке поля зрения один и тот же цвет.

### Морфологический детектор границы

Рассмотрим разбиение поля зрения на две области с прямолинейной границей; угол наклона границы является параметром формы. Рассмотрим цветное изображение  $\vec{\xi}$ , заданное на поле зрения  $\mathcal{X}$ , и  $P_\vartheta$  — оператор

проецирования на форму изображения, имеющего различные цвета на двух областях поля зрения с границей раздела в виде прямой, наклоненной под углом  $\vartheta$ ,  $\vartheta \in [0, \pi)$ . Форму такого изображения назовем формой изображения края. Значение функционала

$$\Theta(\vec{\xi}) = \sup_{\vartheta \in [0, \pi)} \frac{\|P_{\vartheta} \vec{\xi} - \vec{\xi}\|^2}{\|P_{\vartheta} \vec{\xi} - P_0 \vec{\xi}\|^2}, \quad (1)$$

определяет близость формы предъявленного изображения к форме изображения края.

Пусть на поле зрения  $\mathcal{X}$  задано некоторое цветное изображение  $\vec{\Xi}$ . Выделяя на поле зрения  $\mathcal{X}$  подмножество  $X \in \mathcal{X}$  с центром в точке  $x \in \mathcal{X}$ , рассматривая фрагмент  $\vec{\xi}_x$  изображения  $\vec{\Xi}$  на подмножестве  $X$  и вычисляя в каждой точке значение функционала, определенного в (1), получим функцию  $\varphi(x) = \Theta(\vec{\xi}_x)$ ,  $x \in \mathcal{X}$ , значение которой в точке  $x \in \mathcal{X}$  определяет близость формы изображения  $\vec{\Xi}$  в окрестности точки  $x$  поля зрения  $\mathcal{X}$  к изображению «края».

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00615.

#### Литература

- [1] Pyt'ev Yu. P. The Morphology of Color (Multispectral) Images // Pattern Recognition and Image Analysis. — 1997. — V. 7, No. 4. — Pp. 467–473.
- [2] Пытьев Ю. П. Морфологический анализ изображений // Докл. АН СССР. — 1983. — Т. 269, № 5. — С. 1061–1064.
- [3] Pyt'ev Yu. P. Morphological Image Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis. — 1993. — V. 3, No. 1. — Pp. 19–28.
- [4] Pyt'ev Yu. P. Methods for Morphological Analysis of Color Images // Pattern Recognition and Image Analysis. — 1997. V. 8, No. 4. — Pp. 517–531.