Продолжение меры возможности, определяющее нечеткую форму изображения

Чуличков А. И.
ach@cmp.phys.msu.ru
Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, физический факультет

Морфологические методы анализа изображений [1, 2, 3] предназначены для решения задач узнавания, классификации объектов и сцен, выделения отличий в сценах по их изображениям, оценивания параметров в терминах формы изображения. Под формой понимается множество изображений, полученных при всевозможных условиях наблюдения сцены. Как правило, это множество задается как выпуклое множество евклидова пространства всех изображений, с ним взаимно однозначно связан оператор проецирования. В терминах формы решаются все перечисленные выше задачи.

В докладе рассматривается обобщение морфологических методов, в котором форма изображения заданной сцены строится путем задания распределения $\nu\colon \mathcal{R} \to [0, 1]$ возможностей [4] на множестве $\mathcal{R}$ всех изображений. Значение $\nu(f)$ определяет возможность того, что изображение $f \in \mathcal{R}$ порождено заданной сценой. Задание меры возможностей позволяет применять хорошо разработанные методы решения задач нечеткого оценивания и принятия решений [2, 3, 4, 5].

Центральным моментом теоретико-возможностного аналога морфологических методов анализа изображений является задание распределения возможностей $\nu\colon \mathcal{R} \to [0, 1]$. В работе предлагается следующий способ: указывается некоторое начальное распределение, в котором мера возможностей определена на фиксированном наборе «четких» множеств $V_1, \ldots, V_n, \ldots$ Каждое из множеств содержит изображения, порожденные данной сценой при некотором классе условий регистрации. Например, если рассматриваются изображения рукописных символов, то множество V_k содержит изображения символа фиксированного начертания, полученные при различных условия освещения, что приводит к различным яркостям подмножеств поля зрения, изображающих фон или знак; множества V_k и V_m при $k \neq m$ отличаются разными вариантами начертания символов. Такой набор можно получить методами «четкого» морфологического анализа из некоторого числа изображений, порожденных заданной сценой при различных условиях наблюдения (образцов). Начальное распределение возможностей $P(V_{f,k})$, $k = 1, 2, \ldots$, на этом наборе множеств строится следующим образом: считается, что для любого изображения $f \in \mathcal{R}$ возможность того, что оно порождено заданной сценой, равна нулю, если $f \notin V_k$ для всех $k = 1, 2, \ldots$, и равна

$\sup\{P(V_k) \mid k\colon f \in V_k\}$ в противном случае. Далее используется специфическое продолжение этой меры возможностей, учитывающее сходство по форме предъявленного изображения и изображений из заданного набора форм $V_{f,1}, \ldots, V_{f,n}, \ldots$

Пусть, например, изображение есть числовая функция, заданная на ограниченном подмножестве (поле зрения) $\mathcal{X} \subset \mathcal{R}_2$ с заданной мерой μ, квадрат ее интегрируем на $\mathcal{X}$, тем самым $\mathcal{R} = \mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$. Значения формы $V_1, \ldots, V_n, \ldots$ заданы в виде выпуклых замкнутых конусов евклидова пространства $\mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$:

$$V_k = \{g \in \mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})\colon g = F * f_k\},$$

где $g = F * f_k$ означает, что для значений (яркости) $g(x)$ изображения g μ-почти всюду на $\mathcal{X}$ выполнено равенство $g(x) = F(f_k(x))$, а F — произвольная монотонно неубывающая функция, такая, что $F * f_k \in \mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$, $k = 1, 2, \ldots$; здесь f_k — изображение сцены, полученное при k-м условии регистрации. Конусам $V_1, \ldots, V_n, \ldots$ сопоставим операторы проецирования $\Pi_1, \ldots, \Pi_n, \ldots$ в $\mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$ на $V_1, \ldots, V_n, \ldots$ соответственно. В морфологическом анализе в качестве меры близости некоторого изображения $\xi \in \mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$ по форме к f_k используется функционал

$$t_k(\xi) = \frac{\|(I - \Pi_k)\xi\|^2}{\|(E - \Pi_k)\xi\|^2}, \tag{1}$$

где I — единичный оператор, а E — проектор в $\mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$ на множество изображений $\{g = \mathrm{const}\}$, равных константе μ-почти всюду на $\mathcal{X}$. Функционал (1) инвариантен относительно любых монотонных преобразований яркости изображения. Для геометрической интерпретации этой близости рассмотрим единичную сферу S в ортогональном дополнении в $\mathcal{L}_2^\mu(\mathcal{X})$ к прямой $\{g = \mathrm{const}\}$, и обозначим ξ_1 пересечение этой сферы с лучом $\{k\xi,\ k > 0\}$ и $\tilde{V}_{f,k}$ — пересечение с конусом $V_{f,k}$. Величина $t_{f,k}(\xi)$ равна тангенсу углового расстояния точки ξ_1 от множества $\tilde{V}_{f,k}$ на единичной сфере S.

Будем считать, что чем дальше на сфере S точка ξ_1 от множества $\tilde{V}_{f,k}$, тем меньше возможность того, что изображение ξ порождено сценой f при k-м условии регистрации. Продолжение P начальной меры можно получить с помощью распределения возможностей

$$\nu_f(\xi) = \sup_k \min\{\nu_0(t_{f,k}), P(V_{f,k})\},$$

где ν_0 — монотонно невозрастающая функция, определенная на неотрицательной полупрямой, $\nu_0(0) = 1$ и $\lim\limits_{z\to\infty} \nu_0(z) = 0$.

Такое продолжение позволяет учесть как различия в возможностях реализаций тех или иных условий наблюдения сцены, так и возможность иных искажений регистрируемого изображения. Формально задача оценивания и принятия решений сводится к анализу событий, изображающихся точками на сфере S с заданной на ней мерой возможности $\tilde{\nu}_f(\tilde{\xi}) = \nu_f(\xi)$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 05-01-00615.

Литература

[1] *Пытьев Ю. П.* Задачи морфологического анализа изображений // В сб.: Математические методы исследования природных ресурсов Земли из Космоса, М.: Наука, 1984г.

[2] *Чуличков А. И., Морозова И. В.* Классификация размытых изображений и оценка параметров системы регистрации методами морфологического анализа // Интеллектуальные системы. — 2005. — Т. 9, Вып. 1-4. — С. 321–344.

[3] *Чуличков А. И.* Множества, оценивающие параметр формы сигнала // 9 межд. конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки», Москва: мех.-мат. факультет МГУ, 2006. — Т. 1. Часть 2. — С. 310–313.

[4] *Пытьев Ю. П., Зубюк А. В.* Случайная и нечеткая морфология (эмпирическое восстановление модели, идентификация) // 9 межд. конф. «Интеллектуальные системы и компьютерные науки», Москва: мех.-мат. факультет МГУ, 2006. — Т. 1. Часть 2. — С. 222–225.

[5] *Пытьев Ю. П.* Возможность как альтернатива вероятности. Математические и эмпирические основы, применения. — Москва: Физматлит, 2007.