

Конструктивная компьютеризация силлогистики

Брусенцов Н. П., Владимирова Ю. С.

ramil@cs.msu.su, julia_vladi@mtu-net.ru

Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова, факультет ВМиК

Аристотелева силлогистика непарадоксальна и не вписывается в исчисления «классической» логики, потому что в основе ее лежит принцип сосуществования противоположностей [1, с. 87–92], предотвращающий возникновение химер, в частности, именуемых парадоксами и провозглашаемых законами, но не соответствующих реальности, подобно положенному в основу формальной логики хризиппову закону исключенного третьего, отвергающего сосуществование противоположностей и заблокировавшего развитие диалектической логики Аристотеля.

Воссозданная на основе принципа сосуществования силлогистика — вовсе не «узкая система, неприменимая ко всем видам рассуждений», как это «установлено» Яном Лукасевичем, а наоборот, совершенно безупречная, адекватная, диалектическая логика, однако трёхзначная, и потому в двухзначных исчислениях не отображима. Булева алгебра допускает трёхзначность только в элементарных конъюнкциях и дизъюнкциях. Так, конъюнкции xyz , xyz' , xy различаются тем, что термин z первой присущ, второй антиприсущ, а в третьей присущность его несущественна: $xy(z \vee z') \equiv xy$, в ней z умалчивается. К сожалению, для членов ДНФ и КНФ подобное не предусмотрено: умалчивание означает исключенность члена, а несущественность неотобразима, третье невозможно. Естественней (и единообразней) сохранить принятое в элементарных выражениях — умалчивать несущественное и ввести функтор исключения, допустим, «минус». Теперь непарадоксальную импликацию (полноценное следование) $x \Rightarrow y$ можно выразить трехчленом $xy \vee \neg xy' \vee x'y'$, тогда как материальная импликация $x \rightarrow y$ будет: $xy \vee \neg xy' \vee x'y$. Это экстенциональный (объемный) вариант подчинения логики высказываний принципу сосуществования противоположностей.

Суждения силлогистики истолковываются интенсинально — в них речь не о высказываниях и предикатах, а о существовании или несуществовании «вещей», охарактеризованных совокупностями их существенных особенностей. Выражающая отношение следования $x \Rightarrow y$ общепризнательная посылка Axy («Все x суть y ») представима конъюнкцией трех дизъюнктов:

$$Axy \equiv \forall xy \vee \neg xy' \vee x'y',$$

где $\forall xy$ — существование xy -вещей, $\neg xy'$ — несуществование xy' -вещей, $\forall x'y'$ — существование $x'y'$ -вещей. Умалчивание существования или

несуществования xy -вещей означает несуществование его для представленного отношения.

В минимальной форме $Axy \equiv \forall x \forall' xy' \forall y'$, а в универсуме Аристотеля УА [1, с. 91], необходимо подчиненном принципу сосуществования противоположностей $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$, т. е. предполагающем, что x -, x' -, y -, y' -вещи необходимо существуют, $\forall' xy'$ истолковывается как $\forall x \forall' xy' \forall y'$ — несовместимость x с y' , что равносильно $x \Rightarrow y$. Таким образом, дизъюнкт $\forall' xy'$, означающий в модальной логике парадоксальную «строгую импликацию» Льюиса [3], в универсуме Аристотеля обретает смысл полноценного содержательного следования.

Общеотрицательная посылка Exy «Все x суть y » получается из Axy инверсией y : $Exy \equiv Axy' \equiv \forall' xy \forall x \forall y$. Частноутвердительная посылка Ixy «Некоторые x суть y », «Существуют xy », несовместимая с общеотрицательной, в УА равнозначна ее инверсии: $Ixy \equiv \text{inv}(\forall' xy) \equiv \forall xy$, что, с учетом $\forall x \forall x' \forall y \forall y'$, означает $Ixy \equiv \forall xy \forall x' \forall y'$. Соответственно, частноотрицательная посылка Oxy как инверсия общеутвердительной Axy будет $Oxy \equiv \forall xy' \forall x' \forall y \equiv Ixy'$. Таким образом, при использовании инверсии терминов в силлогистике достаточно двух функторов — А и I. При этом восполнимы упущенные традиционной теорией отношения: $Ax'y$, $Ax'y'$, $Ix'y$, $Ix'y'$.

Наша цель — компьютеризация восполненной и упорядоченной посредством принципа сосуществования противоположностей аристотелевой силлогистики путём конструктивного кодирования [4] её суждений и программной реализации умозаключений (модусов). Предполагается принятое в УА истолкование выражений.

Вывод из пары общих посылок общего заключения реализуется склеиванием их (элиминацией среднего термина). Например, модус Barbara:

$$\begin{aligned} Axy Ayz &\equiv \forall' xy' \forall' yz' \equiv \forall' (xy' \vee yz') \equiv \forall' (xy'z \vee xy'z' \vee xyz' \vee x'yz') \equiv \\ &\equiv \forall' (xy' \vee xz' \vee yz') \equiv \forall' xy' \forall' xz' \forall' yz' \Rightarrow \forall' xz' \equiv Axz. \end{aligned}$$

В случае неосуществимости склеивания общего заключения нет, но из пары общих посылок непременно есть частное заключение, для получения которого вместо одной из общих употребляются подчиненные ей частные, с одной из которых заключение необходимо будет. Например, из $Axy' Ayz$ общего заключения нет. Посылке Axy' подчинены $Ixy' \equiv \forall xy'$ и $Ix'y \equiv \forall x'y$.

$$Ix'y Ayz \equiv \forall xy' \forall' yz' \equiv \forall xy' (\forall' xyz' \vee \forall' x'yz') \text{ — нет заключения.}$$

$$\begin{aligned} Ix'y Ayz &\equiv \forall x'y \forall' yz' \equiv \forall x'y (\forall' xyz' \vee \forall' x'yz') \Rightarrow \\ &\Rightarrow \forall x'y \forall' x'yz' \Rightarrow \forall x'y z \Rightarrow \forall x'z \equiv Ix'z. \end{aligned}$$

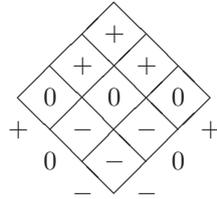


Рис. 1. Таблица операции \oplus .

Таким образом, из пары с общим (средним) термином, включающей общую и частную посылки, заключение возможно, но не необходимо. Из пары частных посылок заключение, как известно, невозможно.

Компьютеризация категорической силлогистики просто и экономно реализуется при помощи четырехтритных конструкторов [4], кодирующих трехтерминные дизъюнкты существования и несуществования. Значение первого (головного) трита указывает тип дизъюнкта: «+» — существование, представляющее частную посылку, «-» — несуществование, общая посылка. Последующие триты сопоставлены терминам x, y, z , указывая их статусы. Например, $\forall xy'z \equiv (+ + - +)$, $\forall xy \equiv (+ + + 0)$, $\forall x'z \equiv (+ - 0 +)$, $\forall'xy' \equiv (- + - 0)$, $\forall'xy'z \equiv (- + - +)$, $\forall'xz' \equiv (- + 0 -)$.

Общее заключение из пары общих посылок, если оно существует, достигается склеиванием (потритным «логическим сложением» \oplus , Рис. 1) соответствующих конструкторов. Например,

$$\begin{aligned} Axy' Ay'z' \equiv \forall'xy \forall'y'z &\equiv (- + + 0) \oplus (- 0 - +) \equiv \\ &\equiv (- + 0 +) \equiv \forall'xz \equiv Axz'. \end{aligned}$$

Частное заключение получается склеиванием конструктора, кодирующего частную посылку с инверсией представляющего общую. Например,

$$\begin{aligned} Ix'y' Ay'z' &\equiv (+ - - 0) \oplus \text{inv}(- 0 - +) \equiv \\ &\equiv (+ - - 0) \oplus (+ 0 + -) \Rightarrow (+ - 0 -) \equiv Ix'z'. \end{aligned}$$

Если склеивания (элиминации среднего термина) нет, то и заключения не существует.

Интеллект реализованной в диалоговой системе структурированного программирования ДССП программы силлогистического вывода значительно превзошел то, что достигнуто «невооруженными» умами людей. Число правильных модусов, составляющее в традиционной логике 19, а в математической логике сокращенное до 15, оказалось равным 128.

Литература

- [1] *Брусенцов Н. П.* Искусство достоверного рассуждения. — М.: Фонд «Новое тысячелетие». — 1998.
- [2] *Брусенцов Н. П.* Трехзначная интерпретация силлогистики Аристотеля // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 8 (43). — М.: «Янус-К», 2003. — С. 317–327.
- [3] *Слинин Н. И.* Современная модальная логика. — Л.: Изд-во Ленинградского ун-та, 1976. — С. 8.
- [4] *Брусенцов Н. П., Владимирова Ю. С.* Троичная компьютеризация логики // ММРО-12. — М.: МАКС-Пресс, 2005. — С. 40–42.