

**РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР**  
при поддержке  
**РОССИЙСКОГО ФОНДА ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ  
РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ**  
**(ММРО-10)**

Доклады 10-й Всероссийской конференции

Москва  
2001

## **Оргкомитет**

**Председатель :** академик РАН Журавлев Ю.И.

**Зам. председателя:** чл.-корр. РАН Рудаков К.В.

### **Члены:**

Матросов В.Л., чл.-корр. РАН

Дюкова Е.В., д.ф.-м.н.

Воронцов К.В., к.ф.-м.н

Горелик А.Л., д.т.н.

Жданов С.А., к.ф.-м.н.

Донской В.И., д.ф.-м.н., проф.

Кондратьев В.В., чл.-корр. РАН

Ларичев О.И., академик РАН

Местецкий Л.М., д.т.н., проф.

Устинин М.А., к.ф.-м.н.

### **Технический оргкомитет**

**Председатель :** Громов А.Н.

### **Члены:**

Инякин А.С.

Майсурадзе А.И.

Песков Н.В.

Чехович Ю.В.

# I. Математическая теория распознавания

## О групповых нечетких классификациях

*М.Б. Айдарханов, Л.Л. Ла*

(Алматы)

### Нечеткие классификации и отношения эквивалентности

Классификацией  $K$  конечного множества  $M = \{S_1, \dots, S_n\}$  называется его разбиение на непересекающиеся подмножества (классы). Данные разбиения определяют отношения эквивалентности множества  $M$  и наоборот, любое отношение эквивалентности на  $M$  задает некоторую классификацию этого множества. Покажем выполнение соответствующих свойств для нечетких классификаций.

**Определение 1.** [1] Нечеткая классификация  $K$   $n$ -элементного множества  $M$  на  $l$  классов задается матрицей  $A = (a_{i,j})_{n \times l}$ , где  $\sum_{j=1}^l a_{i,j} = 1$ ,

$$i = 1, \dots, n, \quad 0 < \sum_{i=1}^n a_{i,j} < n, \quad j = 1, \dots, l.$$

Нечеткой классификации, заданной матрицей  $A = (a_{i,j})_{n \times l}$  поставим в соответствие нечеткое отношение эквивалентности  $R$ , относительно операций [2]:  $a \wedge b = \max(0, a + b - 1)$ ,  $a \vee b = \min(1, a + b)$ , с функцией принадлежности  $R(S_i, S_k) = 1 - \max_j |a_{k,j} - a_{i,j}|$ . Данному отношению эквивалентности  $R$  с матрицей  $(r_{i,j})_{n \times n}$  соответствует множество нечетких классификаций с матрицами  $(a_{i,j})_{n \times l}$ , где

$$\sum_{j=1}^l a_{i,j} = 1, \quad \max_j |a_{k,j} - a_{i,j}| = 1 - r_{i,k}.$$

### Устойчивость алгоритмов групповой нечеткой классификации

Рассмотрен один подход к определению групповой, нечеткой классификации и дана оценка устойчивости алгоритмов групповой нечеткой

классификации. Аналогичная задача для четких классификаций была рассмотрена в [3].

**Определение 4.**[4] Пусть  $K_1, \dots, K_m$  - классификации множества  $M$ .  $K^*$  назовем групповой, если на ней достигается минимум функционала  $\phi(K) = \sum_{i=1}^m \rho(K, K_i)^2$ , т.е.  $\phi(K^*) = \min_{K \in K(M)} \sum_{i=1}^m \rho(K, K_i)^2$ , где  $K(M)$  - пространство классификаций  $M$ .

Пусть  $\rho$  - метрика Евклида.  $K_1, \dots, K_m$  - нечеткие классификации  $M$  на  $l$  классов заданные матрицами  $(a_{i,j}^{(p)})_{n \times l}$ ,  $p = 1, \dots, m$ . Определим нечеткую классификацию заданную матрицей  $G = (g_{i,j})_{n \times l}$ , где  $g_{i,j} = (\sum_{p=1}^m a_{i,j}^{(p)}) / m$ . Она будет являться групповой классификацией.

Обозначим через  $A(M)$  матрицу нечеткой классификации, полученную в результате работы алгоритма  $A$  на  $M$ .

**Определение 5.** Пусть  $I \subset M$ . Алгоритм классификации  $A$  назовем  $(\varepsilon, \delta)$ -устойчивым на  $M$ , если  $\rho(A(M)|M \setminus I, A(M \setminus I)) \leq \varepsilon$  для всех  $I$ ,  $|I| \leq \delta$ , где  $A(M)|M \setminus I$  - ограничение  $A(M)$  на  $M \setminus I$ .

**Теорема.** Пусть,  $M = \{S_1, \dots, S_n\}$   $I \subset M$ ,  $|I| \leq \delta$ ,  $A_1, \dots, A_m$  -  $(\varepsilon_i, \delta)$ -устойчивые алгоритмы классификации,  $G$  - матрица групповой нечеткой классификации для классификаций  $A_1(M), \dots, A_m(M)$ ,  $\Gamma$  - соответствующий алгоритм вычисления групповой нечеткой классификации. Тогда

$$\rho(G|M \setminus I, \Gamma(M \setminus I)) \leq \varepsilon^*, \text{ где } \varepsilon^* = \max\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m\}.$$

### Литература

1. Заде Л.А. Размытые множества и их применение в распознавании образов и кластер анализе. – В кн.: Классификация и кластер. М.: Мир, 1980, с.208-247
2. Аверкин А.Н., Батыршин И.З., Блишун А.Ф., Силов В.Б., Тарасов В.Б. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта-М.: Наука. 1986.-312с.

3. M.B. Aidarkhanov, L.L. La Some Properties of Group Classifications // Pattern Recognition and Image Analysis. Vol. 9, N1, 1999. pp. 7-9.
4. Айвазян С.А., Бежаева З.И., Староверов О.В. Классификация многомерных наблюдений.- М.: Статистика, 1974. –240 с.

## Дискретные ортогональные преобразования с мультиэкспоненциальным базисом

*М.В. Ашев, В.М. Чернов, М.А. Чичева*

Самара

Среди многочисленных дискретных ортогональных преобразований, ДОП, (Фурье, Адамара, Хартли и т.д.), применяемых в цифровой обработке сигналов, важную роль играет дискретное косинусное преобразование (ДКП):

$$\hat{x}(n) = \lambda_m \sum_{n=0}^{N-1} x(n) h_m(n), \quad (1)$$

где

$$h_m(n) = \exp\left\{\frac{2\pi i m(n+\alpha)}{2N}\right\} + \sigma \left( \exp\left\{\frac{2\pi i m(n+\alpha)}{2N}\right\} \right), \quad (2)$$

$\lambda_m$  - нормирующие коэффициенты,  $\sigma$  - оператор комплексного сопряжения,  $\alpha$  - рациональный параметр, гарантирующий ортогональность базисных функций  $h_m(n)$ . Преимущества ДКП перед другими ДОП заключаются в отсутствии краевых ("гиббсовских") искажений при использовании алгоритмов блочного кодирования сигналов, хороших аппроксимационных свойствах по отношению к (оптимальному) преобразованию Карунена-Лоэва, наличии эффективных (быстрых) алгоритмов и т.д.

В основе обобщения ДКП, рассматриваемого в работе, лежит следующая идея. Оператор комплексного сопряжения является единственным нетривиальным **R**-автоморфизмом второго порядка, действующим (глобально) в комплексном поле **C**. С другой стороны, при естественном "пользовательском" допущении о рациональности значений  $x(n)$ , все слагаемые в сумме (1) являются элементами некоторого (кругового) подполя, для которого существуют (локальные) автоморфизмы, отличные от комплексного сопряжения.

В работе рассматривается новый класс ДОП, аналогичный (1)-(2), для случая произвольного автоморфизма  $\sigma$  второго порядка. Описывается связь между параметрами  $p$  и  $\alpha$ , приводятся алгоритмы их нахождения, синтезируются быстрые алгоритмы вычисления преобразований. Доказывается, в частности, что несмотря на не вещественность базисных функций (2) в общем случае, существуют быстрые алгоритмы преобразований (1)-(2) с вычислительной сложностью, сравнимой со сложностью быстрых алгоритмов ДКП, для которого значения базисных функции (2) – вещественные числа.

Подробно исследован случай автоморфизма  $\sigma$ , являющегося  $\mathbb{Q}$ -линейным продолжением отображения

$$\sigma: \omega \rightarrow \omega^g, \text{ где } \omega = \exp\left\{\frac{2\pi i}{2N}\right\}, g - \text{целое.}$$

В этом случае базисные функции (2) преобразования (1) имеют :

$$h_m(n) = \omega^{m(n+\alpha)} + \omega^{m(n+\alpha)g}, \quad (\alpha = a/b - \text{несократимая дробь}).$$

Доказываются теоремы существования преобразования с параметрами  $g, a, b$ , при заданной длине  $N$ . Синтезируются быстрые алгоритмы вычисления преобразований.

В работе приводятся также данные численных экспериментов по адаптивному выбору параметров рассмотренных преобразований в задаче блочного кодирования сигналов (изображений), обсуждаются возможности обобщения преобразований на многомерный случай.

Предложенный подход допускает обобщение на случай автоморфизмов более высокого порядка, что естественно приводит к рассмотрению преобразований (1) с "мультиэкспоненциальными" базисными функциями:

$$h_m(n) = \sum_{l=0}^{L-1} \sigma^l \left( \exp\left\{\frac{2\pi i m(n+\alpha)}{2N}\right\} \right),$$

где  $\sigma$  - автоморфизм порядка  $L$  подходящего кругового поля.

## **Байесовский подход к определению качества распознавания**

***В.Б. Бериков***

(Новосибирск)

При изучении статистических свойств решающих правил распознавания образов в случае обучающей выборки ограниченного объема, одной из основных проблем является оценка качества решающих правил

распознавания в зависимости от объема выборки, размерности пространства характеристик, класса распределений и вида решающих правил.

В данной работе будет рассмотрен подход к решению данной проблемы, который не предполагает ограничений на класс распределений и использует Байесовский принцип, основанный на некоторых дедуктивных предположениях о характере распределений [1]. Данный подход будет наиболее адекватным при изучении поведения фиксированного алгоритма на некотором множестве задач распознавания, каждая из которых характеризуется своим распределением в пространстве характеристик. При этом выбор конкретной задачи рассматривается как случайное событие. Если информация о предпочтениях между различными задачами отсутствует, то естественно предположить, что все задачи могут быть выбраны с равной вероятностью. При этом также может учитываться различного рода имеющаяся дополнительная информация о задаче распознавания.

Рассматриваются дискретные характеристики или непрерывные, область значений которых предварительно разбита на «ячейки». В последнем случае разбиение может задаваться, например, некоторым деревом решений. При этом структура дерева фиксирована, а решения приписываются конечным вершинам на основании выборки.

Поскольку можно занумеровать всевозможные сочетания значений характеристик, будем для простоты рассматривать одну дискретную характеристику, значения которой соответствуют номерам этих сочетаний.

Хотя дискретная задача распознавания является лишь частью более общей задачи распознавания образов, она достаточно важна.

С одной стороны, любое пространство переменных может быть дискретизовано с помощью разбиения областей определения характеристик на достаточно большое число попарно непересекающихся подобластей.

С другой стороны, можно привести много примеров прикладных задач, в которых используются дискретные (булевы, номинальные) характеристики. Рассмотрим, например, задачу классификации «горячих точек» мутации в генетических последовательностях [2,3]. «Горячей точкой» мутации называется определенный участок ДНК, в котором возникновение мутации более вероятно, чем в других участках. Предполагается, что вероятность мутации в некоторой позиции последовательности зависит от 2г ближайших соседних элементов («контекста»). Поскольку элементы кодируются символами 4-х буквенного алфавита {A,C,T,G}, рассматривается дискретное пространство характеристик размерности 2г. Задача заключается в построении решающего правила для распознавания «горячих точек» по характеристикам контекста. Важно также определить оценки качества распознавания в зависимости от длины контекста, числа экспериментов над последовательностью и т.д.

Предположим, нам известна частота ошибок  $\nu$  на обучающей выборке для некоторого решающего правила распознавания  $f$  (обучающая выборка известна), число  $M$  значений дискретной характеристики и объем  $N$  обучающей выборки. Число образов равно двум. Предположим, что на множестве задач распознавания задано равномерное априорное распределение.

**Теорема.** Апостериорная вероятность ошибки  $P_{er}$  для решающего правила  $f$  подчиняется распределению с характеристической функцией

$$\varphi(t) = \Phi(\nu N + M, N + 2M; it),$$

где  $\Phi(a, c; x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_{(j)} x^j}{c_{(j)} j!}$  - ряд Куммера (вырожденная

гипергеометрическая функция), через  $a_{(j)}$  обозначено:

$$a_{(j)} = a(a+1)\dots(a+j-1), \text{ (причем } a_{(0)} = 1), i - \text{ мнимая единица.}$$

Данная теорема обобщает результаты, изложенные в [4] и доказывается аналогично. Данную теорему можно также обобщить и на произвольное число образов.

**Следствие.** Произвольный  $l$ -й момент (относительно нуля) вероятности ошибки равен  $E(P_{er})^l = (\nu N + M)_{(l)} / (N + 2M)_{(l)}$

Отсюда можно показать, что математическое ожидание и дисперсия вероятности ошибки для  $f$  равны соответственно:  $EP = (\nu N + M) / (N + 2M)$ ,  $VP = EP(1 - EP) / (N + 2M + 1)$ .

Полученные формулы позволяют оценить доверительный интервал для вероятности ошибки с помощью неравенств Чебышевского типа, а также оценить объем обучающей выборки, достаточный для достижения заданной точности распознавания. Стандартный подход, связанный с вычислением статистики хи-квадрат, не позволяет решить данную задачу. Альтернативный подход Вапника-Червоненкиса [5], как правило, дает слишком пессимистичные оценки качества распознавания, как это было показано в [4].

Рассмотрим следующий пример, взятый из [2]. Пусть эксперт сформулировал решающее правило распознавания «горячих точек» мутации по контексту при  $r=2$ , изображенное в виде дерева решений на рис. 1.



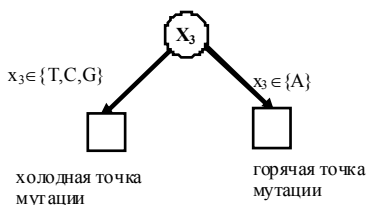


Рис. 1

Для проверки этого правила используется выборка, состоящая из  $N=22$  наблюдений. Частота ошибки  $\nu=0$ . Тогда математическое ожидание вероятности ошибки  $EP \approx 0.07$ , дисперсия  $VP \approx 0.0027$ .

Работа выполнена при поддержке РФФИ 01-01-00839

### Литература

1. Лбов Г.С., Старцева Н.Г. Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений // Новосибирск: Изд-во Ин-та математики. 1999.
2. Berikov V.B., Rogozin I.B. Regression trees for analysis of mutational spectra in nucleotide sequences // Bioinformatics. 1999. V. 15. P. 553-562.
3. Glazko, G.V., Milanesi L., Rogozin I.B. The subclass approach for mutational spectrum analysis: application of the SEM algorithm // J. Theor. Biol. 1998. V. 192. P. 475-487.
4. Бериков В.Б. Об устойчивости алгоритмов распознавания в дискретной постановке // Искусственный интеллект. 2000. Т. 2. С. 5-8.
5. Вапник В. Н., Червоненкис А. Я. Теория распознавания образов. М.: Наука. 1974.

## Решение задачи таксономии, основанное на анализе одномерных признаков покрытий

*А.С. Бирюков*

(Долгопрудный)

В работе [1] рассмотрена следующая задача. Дана выборка  $\{S\}$  из  $m$  чисел. Предполагается, что  $\{S\}$  является смесью  $l$  кластеров, при этом функции плотностей распределений кластеров известны с точностью до параметров. Требуется по выборке  $\{S\}$  найти данные параметры.

Для случаев равномерного и нормального распределений в работе [2] предложены соответствующие практические алгоритмы нахождения параметров одномерного распределения. Решив необходимые одномерные задачи кластерного анализа, можно далее найти решения задачи классификации для векторных описаний объектов путем построения коллективного решения [3]. При реализации данного метода возникают

трудности, связанные с тем, что методы [2] дают наборы решений, равноценных по функционалу качества. Ниже предлагается алгоритм построения на базе набора решений нового решения, состоящего из «фрагментов» исходных решений. При этом оптимизируется соответствие кластеризации полученной для различных признаков.

Будем считать, что распределение значений признака по классам – равномерное. На первом этапе находим какими-либо методами, например [2], для каждого признака некоторый набор решений одномерной задачи кластеризации. То есть для  $i$ -ого признака имеем следующие наборы интервалов покрытий:

$$\text{Решение 1: } \left[ a_1^{i1}; b_1^{i1} \right], \left[ a_2^{i1}; b_2^{i1} \right], \dots, \left[ a_l^{i1}; b_l^{i1} \right]$$

$$\text{Решение 2: } \left[ a_1^{i2}; b_1^{i2} \right], \left[ a_2^{i2}; b_2^{i2} \right], \dots, \left[ a_l^{i2}; b_l^{i2} \right]$$

...

$$\text{Решение } k: \left[ a_1^{ik}; b_1^{ik} \right], \left[ a_2^{ik}; b_2^{ik} \right], \dots, \left[ a_l^{ik}; b_l^{ik} \right]$$

Обозначим каждый интервал  $A_j^{ik}$ , где  $i$  - номер признака,  $k$  - номер решения для этого признака,  $j$  - номер интервала разбиения в этом решении.

Теперь попарно сравним все интервалы  $A_j^{ik}$  всех пар признаков. Введем функционал, характеризующий относительное пересечение двух интервалов:

$$F_1 \left( A_{j_1}^{i_1 k_1}, A_{j_2}^{i_2 k_2} \right) = \frac{\left| A_{j_1}^{i_1 k_1} \cap A_{j_2}^{i_2 k_2} \right|}{\left| A_{j_1}^{i_1 k_1} \cup A_{j_2}^{i_2 k_2} \right|}, \quad i_1 \neq i_2,$$

а также функционал, характеризующий абсолютное пересечение:

$$F_2 \left( A_{j_1}^{i_1 k_1}, A_{j_2}^{i_2 k_2} \right) = \left| A_{j_1}^{i_1 k_1} \cap A_{j_2}^{i_2 k_2} \right|, \quad i_1 \neq i_2.$$

Для характеристики каждой пары будем использовать следующий функционал:

$$\Phi = F_1 F_2.$$

Теперь мы можем вычислить вес для каждого интервала  $A_j^{ik}$ :

$$\varphi \left( A_j^{ik} \right) = \sum_{\substack{p, q, t \\ p \neq i}} \Phi \left( A_j^{ik}, A_t^{pq} \right).$$

Затем для каждого признака  $i$  строим набор интервалов  $B_1^i, B_2^i, \dots, B_{N_i}^i$ , образующий покрытие, имеющее максимальный вес. Это можно сделать, например, решив следующую задачу:

$$\begin{cases} \sum_{\lambda=1}^n c_{\lambda} x_{\lambda} \rightarrow \min \\ \sum_{\mu=1}^n a_{\lambda\mu} x_{\mu} \geq 1 \end{cases}$$

где  $c_{\lambda} = f(A_j^{ik}) \geq 0$ ,  $a_{\lambda\mu} \in \{0,1\}$ ,  $x_{\lambda} \in \{0,1\}$ .

Таким образом, для каждого признака мы получим решение задачи классификации. Теперь решим задачу поиска коллективного решения относительно полученных решений [3] и мы найдем решение исходной задачи.

Реализация данного алгоритма показала, что он дает стабильное улучшение исходного набора решений одномерных задач кластеризации.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проекты №99-07-90120, 99-07-90390, 00-01-00650) и ИНТАС №00-397, 00-626.

### Литература

1. В.В. Рязанов. О решении задачи кластерного анализа на базе склеивания решений по признаковым подпространствам. Труды конференции «РОАИ – 5 - 2000», том 1, стр. 118.
2. А.С. Бирюков, А.П. Виноградов, В.В. Рязанов, И.В. Рязанов. О восстановлении некоторых плотностей кластеров по эмпирическим плотностям смеси. Труды конференции «РОАИ – 5 - 2000», том 1, стр. 16.
3. В.В. Рязанов. Оптимальные коллективные решения в задачах распознавания и классификации //Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, Москва, 1994.

## Об одном методе оценки степени зависимости величин

*А.Н. Блоконенков*

(Москва)

Для многих задач анализа данных актуальна проблема поиска различного рода эмпирических зависимостей. Среди них особый интерес представляют зависимости, описываемые высказываниями типа «величина  $f$  является функцией от вектора величин  $x$ », то есть функциональные зависимости. Для решения поставленной задачи могут быть использованы специальные

оценки для степени выраженности зависимостей, являющиеся по сути функционалами от матриц, кодирующих выборки. Рассмотрение одного алгоритма для вычисления оценки указанного типа и является целью настоящего доклада.

Отметим, что в задачах распознавания и прогнозирования размерность исходного пространства признаков часто требуется понизить. При этом предлагаемый метод может быть использован для выбора наиболее существенных признаков. Также он применим при поиске опорных множеств в АВО и автоматизации процесса исследования данных. В задачах подобного рода желательно не ограничиваться каким либо классом функций и допускать возможность наличия многозначных зависимостей. К тому же желательно иметь многомерный вариант соответствующей процедуры. При этом попытке использовать визуальное представление данных в различных сечениях часто бывают малоэффективны.

В докладе рассматривается следующая постановка задачи:

Задана выборка точек в  $n$ -мерном пространстве, причем одна размерность выделена как значения интересующего нас функционала, остальные рассматриваются как его аргументы. То есть задан график эмпирической зависимости. Требуется оценить степень наличия зависимости по этому графику так, чтобы на графиках явных функций с числом точек, превосходящим число экстремумов, скажем на порядок, получалась высокая оценка степени зависимости – то есть чтобы выявлялись по крайней мере «хорошие» функциональные зависимости.

Основной идеей разработанного метода является тот факт, что при распределении точек выборки вблизи гиперповерхности, размерности меньшей, чем у всего пространства, возникает неравномерность эмпирической плотности распределения, то есть неравномерность в заполнении некоторого характерного для каждой выборки объема. Эта неравномерность ведет к заметному скачку энтропии, для вычисления которой точки выборки искусственно рассматриваются как распределенные равномерно и независимо. Перед применением основного алгоритма производится предварительная нормировка координат выборки на единичный гиперкуб, именуемый далее пространством. В качестве оценки степени зависимости предлагается брать величину, обратную к энтропии.

При практической реализации данного подхода возникают трудности с использованием известной формулы для энтропии в связи с ее монотонностью по отношению к изменению основного параметра - количества ячеек, на которые дробится все пространство. Значение данного параметра априори неизвестно, поэтому его желательно определять в результате оптимизации. При этом сначала все пространство рассматривается как одна ячейка и вычисляется энтропия, далее расчет повторяется после разбиения пространства по каждой из размерностей сначала на два, потом на три равных отрезка и так далее. Далее ищется

минимум энтропии по параметру числа ячеек в каждом из этих разбиениях, что соответствует макросостоянию, реализуемому наименее вероятно. Очевидно, что при рассмотрении всего пространства как одной ячейки, энтропия будет высокой, так как неоднородности в заполнении ячеек нет, так же она будет высокой и при слишком мелком дроблении, когда в каждую ячейку попадает либо одна, либо ни одной точки выборки – при этом ячейки также заполнены почти равномерно. Минимум достигается при некотором, характерном для данной выборки, масштабе разбиения. Трудность же состоит в том, что при использовании классической формулы для энтропии наблюдается лишь ее монотонное убывание с увеличением числа ячеек.

В качестве решения вышеизложенной проблемы предлагается пересмотреть комбинаторно-вероятностную модель, используемую для расчета энтропии. Решение задачи, устойчивое по параметру разбиения, было найдено путем изменения определения макросостояния, применяемого при расчете энтропии, и вывода точной комбинаторной формулы для вычисления его статистического веса. У новой функции энтропии наблюдается предсказанный исходя из здравого смысла минимум по параметру мелкости разбиения.

Помимо вышеуказанной существует и другая проблема - энтропийный критерий является по сути необходимым, но вовсе не достаточным условием наличия функциональной зависимости. Скажем, если распределение значений интересующей нас величины (рассматриваемой как значения функционала) является нормальным с малой дисперсией, то критерий ошибочно указывает на наличие зависимости, так как точки сильно сгущены по этой размерности.

С целью устранения дефектов подобного рода, перед применением самого метода точки выборки перераспределяются с одинаковым шагом по каждой размерности с сохранением их исходного порядка. Этим устраняется чувствительность метода к некоторым особенностям плотности вероятности распределения, принципиально не влияющим на наличие функциональной зависимости. При таком преобразовании распределения топологическая структура гиперповерхностей сохраняется.

Также полезно иметь нормированный результат, так чтобы при равномерном распределении на входе ответ на выходе был единицей. Нормировка, отвечающая этому требованию, была реализована следующим образом: вычисленная после указанной выше предобработки энтропия делилась на энтропию распределения, полученного из исходного заменой координат точек по выделенной размерности (значений функционала) на случайные величины, распределенные равномерно.

На практике данный критерий применялся для автоматического выявления наиболее сильных зависимостей величин временного ряда от значений в точках их предыстории. Данное исследование проводилось с целью выявить аргументы для дальнейшей процедуры прогноза. При этом

использовалась методика целенаправленного поиска, позволяющая избежать полногокомбинаторного перебора всех претендентов на аргументы.

### Литература

1. Д. В. Сивухин. Т 2. Термодинамика и молекулярная физика -М.: Наука.Физматлит, 1990
2. К. А. Рыбников. Введение в комбинаторный анализ-М.: Изд-во МГУ, 1972

## Моделирование процессов организации поведения

*М.Н. Вайнцвайг, М.П. Полякова*

(Москва)

### Введение

Построение моделей организации поведения, включающих в себя как рекурсивные схемы процессов получения и анализа информации о мире, постановки целей и задач, обучения и принятия решений, так и физические устройства, способные выполнять эти процессы в реальном времени, было и остается одной из важнейших задач информатики. Настоящая работа посвящена развитию моделей предложенных в работах [1,2] и в основном ориентирована на использование зрительной информации.

### Основные понятия

Рассмотрим пространство вида  $X \times t \times W$ , где  $X$  - обычное 3-х мерное евклидово пространство,  $t$  - время,  $W$  - набор параметров, характеризующих состояния точек пространства-времени.

Мир рассматривается как фазовая траектория или график функции  $W=W(X,t)$ , однозначно задающей в каждый момент времени состояние каждой точки пространства. Мир, отнесенный к определенному пространственно-временному базису, будем называть ситуацией. Класс ситуаций, обладающих заданным свойством, будем называть обобщенной ситуацией, а экстремум изменения в пространстве-времени того или иного свойства ситуации (ее особенность) будем называть событием.

Мыслящей системой (для краткости - системой) будем называть связную ограниченную область мира, характеризуемую тем, что совокупность состояний соответствующих ей точек пространства поддерживаются во времени в определенных рамках (жизни) за счет организации определенной последовательности действий - целесообразного поведения.

С системой постоянно связан определяемый положением ее органов чувств субъективный базис, задающий субъективную ситуацию, характеризующую как состояние внешнего мира, так и внутреннее состояние самой системы, и служащую основной переменной, используемой при описании ее знаний о мире.

Формирование поведения системы, направлено на максимизацию параметра, условно называемого ресурсом жизнеобеспеченности, который интегрально оценивает такие свойства субъективной ситуации, как комфортность жизни системы, ее удаленность от критических состояний, и пр. При этом явно используется лишь оценка производной ресурса по времени, выступающая либо в виде эмоций - ощущений удовольствия или неудовольствия, сопровождающих те или иные события, либо в виде величин целей – эмоций, ожидаемых при выполнении событий.

Действия системы представляют собой события, доступные ее непосредственному управлению. Они могут быть внешними - выполняемыми с помощью эффектов и приводящими к перемещению системы в пространстве или изменению состояний ближайшего ее окружения, и внутренними - обеспечивающими формирование внешних действий. Выполнение тех и других, как правило, требует определенных затрат ресурса.

Метацель системы - максимизация ресурса путем формирования оптимальной последовательности внешних и внутренних действий с учетом затрат на их выполнение.

Организация поведения происходит в рамках процедуры постановки и достижения целей, где цель рассматривается как несовершившееся событие, для которого определена величина цели, т.е. эмоции, возникающие в результате его совершения.

### **Знания**

Процесс постановки и достижения целей базируется на *знаниях* системы о мире (в частности, о себе), основу которых составляют:

1) *знания о конкретных ситуациях* представляющие собой структурные описания свойств ситуаций и происходящих в мире событий, заданных в субъективном базисе системы и

2) *гипотезы (или законы)*, представляющие собой описания соотношений или правил, применимых (для гипотез - предположительно) в произвольных ситуациях, при подстановке в которые знаний о конкретных ситуациях, строя следствия, можно предсказывать ходе дальнейших событий и принимать решения о выполнении тех или иных внешних или внутренних действий. Частично гипотезы и законы заложены в систему изначально в виде правил (или механизмов) *инстинктивного поведения*; в основном же они строятся путем *обобщения* знаний о конкретных ситуациях.

### **Ассоциации**

В основе процедур обобщения и принятия решений лежит одна и та же операция *ассоциации* – сопоставления входного и хранящихся в памяти описаний, в результате которой для каждого описания из памяти:

а) вычисляется *величина ассоциации* - мера близости с входным описанием;

б) строится *след ассоциации*, выделяющий подмножество элементов, по которым устанавливается оптимальное (полное или частичное) соответствие с входным описанием, где критерием оптимальности служит структурная и пространственно-временная близость преобразов элементов этих описаний с учетом их важности.

### Язык представления знаний

Описания конкретных ситуаций и законов представляются в виде выражений *внутреннего языка*, единообразно описывающего как свойства ситуаций и события, информация о которых получается с помощью органов чувств и соответствует определенным областям пространства-времени, так и результаты их обобщения. Такие выражения должны, в частности, представлять взаимосвязи характеристик разного рода предметов, траекторий их движения и изменения, где каждый предмет (при соответствующем уровне разрешения) интерпретируется как *связная кусочно-однородная область пространства, имеющая контрастные и кусочно-гладкие границы*.

Формирование выражений языка требует четкой согласованности механизмов анализа входной информации, исходно представленной текущими картинками возбуждения рецептивных полей, с ее представлением и обработкой внутри ассоциативной памяти, обеспечивающей реализацию в реальном времени таких функций как:

- распознавание тех или иных свойств текущих ситуаций инвариантно к изменениям ракурсов их наблюдения;

- итеративное вычисление статистики выполнения частичных структур и соотношений, приводящее к формированию гипотез и законов;

- выяснение условий применимости и применение законов, следствием чего может быть предсказание хода будущих событий или принятие решений о выполнении тех или иных внешних или внутренних действий.

Используемый в модели фрагмент языка представления знаний, основан на понятии *объекта пространства-времени* (для краткости - *объект*).

Каждый объект  $P = P(R, W, r, Q)$  характеризует некоторую связную и ограниченную (например, сферическую) область мира, где:

$R$  – радиус области,

$W$  – ее интегральные характеристики,

$r$  – канонический пространственно-временной базис объекта (начало которого для определенности считается совпадающим с центром области),

$Q$  – набор его подобъектов  $Q_i$  (если они есть), вместе с соответствующими линейными преобразованиями  $B_i(r)$  базиса  $r$ .

В общем случае объект представляется некоторой структурой подобъектов, в зависимости от сложности которой он может рассматриваться как более или менее детальное описание некоторой ситуации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 99-01-00407).



## Литература

1. Вайнцвайг М.Н. Обучающаяся система искусственного интеллекта с ассоциативной памятью. Вычислительные машины и искусственный интеллект, N2. Братислава. 1982.
2. Вайнцвайг М.Н., Полякова М.П. Архитектура мыслящей системы и нейронные сети. Сб. Интеллектуальные процессы и их моделирование. Информационные сети. с. 132-151. ИППИ РАН, Москва 1994.

## **Задачи распознавания с отношением соседства на объектах. Критерии разрешимости и регулярности**

*А.С. Вальков*  
(Москва)

В докладе представлены результаты исследования некоторых классов задач распознавания, в которых используются понятия окрестности объекта и отношения соседства на множестве объектов. Для этих классов получены критерии их разрешимости и регулярности, а для описанного ниже класса задач (3) предложены и методы их решения, полные в том смысле, что с их помощью оказываются разрешимы все в принципе разрешимые задачи из соответствующих классов.

Все рассматриваемые задачи происходят от задачи распознавания в классической постановке[1,2], решением которой называется алгоритм, сопоставляющий описаниям объектов некоторые элементы фиксированного множества допустимых ответов, удовлетворяющий определенным условиям, которые принято делить на локальные и универсальные.

К локальным относится требование, состоящее в том, чтобы на выделенном наборе объектов обучения, называемых также прецедентами, алгоритм принимал определенные заданные значения, (при наложении такого ограничения задача принимает форму интерполяционной).

К универсальным ограничениям относятся все остальные требования, которые продиктованы содержательной постановкой задачи. Например, требование адекватного изменения или неизменения (инвариантности) значений решения при тех или иных преобразованиях входной информации.

Задача традиционно называется разрешимой, если существует ее решение. Решения может не существовать, если противоречивы прецедентные данные, если противоречивы универсальные ограничения или если универсальные и локальные ограничения противоречивы между собой. Задача называется регулярной[2], если она разрешима и разрешимы также все задачи, отличающиеся от нее лишь набором значений решений на объектах обучения.

К следующей классической задаче (1) будут так или иначе сведены все новые задачи, рассматриваемые в данной работе.

Задача (1). Каждому объекту соответствует описание в виде вектора признаков. Все объекты однородны и независимы, то есть решение задачи (1) есть просто  $q$ -я степень некоторого отображения, действующего покомпонентно (где  $q$  – количество одновременно обрабатываемых объектов).

Предложение 1. Задача (1) разрешима тогда и только тогда, когда для любых объектов обучения с совпадающими описаниями оказываются равными и соответствующие ответы, которые алгоритм должен выдавать на этих прецедентах. Задача (1) регулярна тогда и только тогда, когда для любых объектов их описания различны.

Наряду с задачей (1) в настоящее время в той или иной мере изучено множество различных классов задач распознавания, но непосредственно связи между объектами до сих пор не учитывались. В то же время существует пласт актуальных задач (например задачи, объектами в которых служат сегменты некоторой карты, в которых важно геометрическое расположение этих сегментов), для которых содержательно обосновано введение понятия соседства объектов.

Задача (2). Для каждого объекта кроме вектора признаков задан набор соседей, то есть других объектов, (от отношения соседства не требуется рефлексивности).

Таким образом, для каждого объекта получаем граф с корневой вершиной, которой соответствует вектор признаков этого объекта. Число выходящих из корневой вершины ребер равно числу его соседей, соседним с корневой вершинам графа соответствуют векторы признаков его соседей, и т.д. Приходим к следующей эквивалентной задаче (2'):

Задача (2'). Для каждого объекта задан граф, вершинам которого соответствуют векторы признаков (граф соседей). Объекты однородны и независимы. Этот граф признаков, соответствующий некоторому объекту можно считать его описанием. Поэтому задача (2') является частным случаем задачи (1), а значит к ней применимо предложение (1). Рассмотрим теперь некоторые вариации задачи (2), и сформулируем для них критерии разрешимости и регулярности, которые справедливы при произвольном количестве соседей.

Задача (2a). Для каждого объекта набор его соседей упорядочен, порядок обусловлен содержательной интерпретацией задачи.

Задача (2b). Для каждого объекта набор его соседей неупорядочен, то есть требуется, чтобы решение не зависело от нумерации соседей.

Назовем неупорядоченные графы соседей равными, если существует их изоморфизм, при котором векторы признаков, соответствующие вершинам-образам и вершинам-прообразам равны.

Предложение (2). Задача (2a/2b) разрешима тогда и только тогда, когда для любой пары объектов обучения, таких что их упорядоченные/неупорядоченные графы признаков соседей равны,

оказываются равными и соответствующие ответы, которые алгоритм должен выдавать на этих прецедентах. Задача (2a/2b) регулярна тогда и только тогда, когда для любой пары объектов их упорядоченные/неупорядоченные графы признаков соседей различны.

Задача (3). Для каждого объекта кроме вектора признаков задан набор векторов признаков его соседей. Отличие задачи (3) от задачи (2) в том, что теперь каждому объекту ставится в соответствие не набор объектов-соседей, а лишь набор их векторов признаков.

Задача (3a). Для каждого объекта количество соседей одинаково и набор векторов их признаков упорядочен, порядок обусловлен содержательной постановкой задачи. Обозначим количество соседей каждого объекта  $k$ . Поскольку векторы признаков соседей упорядочены, то их можно занумеровать числами от 1 до  $k$ . Сопоставив числу 0 вектор признаков самого объекта, получаем, что задача (3a) оказывается частным случаем задачи (1) с описанием объектов в виде матрицы признаков размера  $(k+1)*d$ , где  $d$  - количество признаков для каждого объекта в исходной задаче.

Примерами приложения задачи (3a) служат задачи на поверхности с координатной сеткой, когда объектами служат "координатные клетки".

Задача (3b). Для каждого объекта количество соседей произвольно, но не превосходит  $N$ , и наборы векторов признаков соседей неупорядочены. Каждому объекту соответствует вектор из  $d$  действительных признаков.

Таким образом, каждый объект описан парой из вектора своих собственных признаков и неупорядоченного набора векторов признаков своих соседей. Поэтому в силу предложения 0 справедливо следующее

Предложение (3). Задача (3a/3b) разрешима тогда и только тогда, когда для любых объектов обучения, таких что (их матрицы признаков равны / векторы их признаков равны и неупорядоченные наборы векторов признаков их соседей равны), оказываются равными и соответствующие ответы, которые алгоритм должен выдавать на этих прецедентах. Задача (3a/3b) регулярна тогда и только тогда, когда для любой пары объектов (их матрицы признаков различны / либо вектора их признаков различны, либо неупорядоченные наборы векторов признаков их соседей различны).

Предложение (3), как и предложение (2), по сути является теоремой существования алгоритма-решения, при этом имеющиеся доказательства не дают способа построения этого решения.

Для решения частного случая задачи (3b) с размерностью пространства признаков  $d \leq 2$  - задачи (3c) предлагается использовать следующий метод (метод "симметрических многочленов"), позволяющий свести ее к хорошо изученной классической задаче (1) с описанием объектов в виде вектора действительных признаков.

Для решения задачи (3c) будем использовать набор из  $N$  элементарных симметрических многочленов как функций от  $N$  комплексных аргументов.

Рассмотрим новую задачу (3с') с тем же классом объектов, что и в задаче (3с), но с новыми описаниями. Каждому объекту сопоставлен вектор из  $2(N+1)$  действительного признака: два собственных действительных признака этого объекта и  $2N$  значений элементарных симметрических многочленов, вычисленных от  $2N$  действительных ( $N$  комплексных) признаков его соседей.

Утверждение. Задача (3с') разрешима (регулярна), тогда и только тогда, когда задача (3с) разрешима (регулярна).

Предложение (3с). Задача (3с) разрешима методом симметрических многочленов тогда и только тогда, когда для любой пары объектов обучения, таких что векторы их признаков равны и неупорядоченные наборы векторов признаков их соседей равны, оказываются равными и соответствующие ответы, которые алгоритм должен выдавать на этих прецедентах. Задача (3с) регулярна тогда и только тогда, когда для любой пары объектов либо вектора их признаков различны, либо неупорядоченные наборы векторов признаков их соседей различны.

Примерами приложения задач (3b) и (3с) служат разнообразные задачи на всевозможных картах и сетях, в которых объектами служат сегменты карты (соответственно узлы сети), в том числе задачи обработки изображений. Сравнивая предложения (3) и (3с), получаем, что с помощью метода симметрических многочленов разрешимы все в принципе разрешимые задачи из класса (3с).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 99-01-00562)

### **Литература**

1. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации // Проблемы кибернетики. Вып.33 М.: Наука, 1978. с.5-68.
2. Рудаков К.В. Об алгебраической теории универсальных и локальных ограничений для задач классификации // Распознавание, классификация, прогноз. М.: Наука, 1989. с.176-201.

## **Обнаружение и моделирование закономерностей сходства, равенства и порядка**

***В.И. Васильев***

(Киев)

Практически все новое, что узнают о мире, в своих первоисточниках базируется на анализе реальных фактов, изучаемых либо в результате наблюдений за естественным ходом процессов, происходящих в природе, либо в результате анализа данных, получаемых в процессе специально организованных экспериментов. Такие наблюдения часто бывают крайне

малочисленны, но зато они объективно отражают реальность и содержат в себе все тайны и закономерности окружающего мира. Поэтому становится весьма заманчиво построение алгоритмов, которые, анализируя фактический материал, представленный в виде протоколов наблюдений или экспериментов, могли бы обнаруживать особого рода закономерности, скрытые в этих протоколах.

Здесь будет рассмотрен только ограниченный класс закономерностей, хотя и небольшой, но покрывающий достаточно обширную область часто встречающихся зависимостей: закономерности равенства, сходства и порядка. Закономерности сходства указывают правила, по которым отдельные объекты могут быть отнесены к определенному классу, объединяющему в своих пределах сходные или похожие объекты. Закономерности равенства устанавливают функциональную зависимость некоторого целевого параметра от одного или многих измеряемых величин.

И, наконец, закономерность порядка указывает отношение порядка на плохо определенном множестве некоторых объектов. Предполагается, что все эмпирические данные могут быть сведены в определенного вида протокол или таблицу и на основании анализа этой таблицы нужно восстановить некоторую функцию вида  $y = F(X)$ , где  $y$  – целевой параметр, а  $X = X(x_1, \dots, x_n)$  многомерный вектор, составляющие которого в той или иной мере определяют целевой параметр  $y$ . В закономерностях сходства  $F$  – индикаторная функция, определяющая принадлежность любого объекта к определяемому множеству; в закономерностях равенства  $F$  – это непрерывная функция, отображающая вектор  $X$  в определенное значение скаляра  $y$ ; в закономерностях порядка  $F$  – это функция, устанавливающая на множестве объектов  $X$  определенный порядок.

Все эти задачи предполагается решать на базе одного и того же подхода, основанного на принципе редукции [1], смысл которого состоит в том, чтобы на основе анализа экспериментальных данных синтезировать наиболее простые закономерности, устанавливающие связь целевого параметра  $y$  только с определенными составляющими  $x_i$ , отбрасывая при этом все, что мешает проявиться закономерности наиболее рельефно. Принцип редукции предполагает возможность влиять не только на процедуру построения функции  $F$ , но и на процессе синтеза пространства, в котором эта функция выражена наиболее четко. При этом, главное внимание уделяется синтезу наиболее простых функций  $F$  существующих в пространстве небольшой размерности. Вместо построения хитроумных и сложных функций в пространстве размерности  $m$ , выбираются только такие

$n_0 \ll m$ , составляющие  $x_i$ , в пространстве которых простая зависимость  $F$  проявляется наиболее ярко. Все рассматриваемые алгоритмы основаны на одном и том же механизме, а для обнаружения закономерностей сходства и равенства используется практически не отличающиеся алгоритмы.

### Литература

1. Васильев В.И. Индукция, дедукция и редукция в проблемах искусственного интеллекта // Искусственный интеллект. Донецк, 1998. С.14 – 26.

## О минимизации признакового пространства в задачах распознавания

*Д.П. Ветров, В.В. Рязанов*

(Москва)

### Введение

Рассмотрим задачу минимизации признакового пространства в следующей постановке. Пусть имеется модель  $M$  алгоритмов распознавания, признаковое пространство  $X_1, X_2, \dots, X_N$  и критерий качества  $f(A)$  алгоритма  $A$ . Требуется найти такое признаковое подпространство  $X_{i_1}, X_{i_2}, \dots, X_{i_n}$ , с минимальным  $n$ , для которого  $f(A) \geq f_0$ , где  $f_0$  - некоторый минимально допустимый порог точности алгоритма распознавания  $A$ . В настоящем докладе предлагается метод минимизации признакового пространства, ориентированный на модели частичной прецедентности [1,2] и основанный на кластеризации признаков с учетом их информативности и взаимосвязи. Приводится иллюстрация подхода на примере одной прикладной задачи.

### Информативность признаков и логические корреляции

Задача минимизации признакового пространства рассматривалась для моделей распознавания, основанных на голосовании по системам логических закономерностей [1-3].

Пусть задана стандартная постановка задачи распознавания с классами  $K_1, K_2, \dots, K_l$ . Задана выборкой числовых признаков описаний  $S_i = (S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{iN})$ , включающей представителей всех классов.

Предикат  $P_i(S) = \&(a_{i_v} \leq s_{i_v} \leq b_{i_v})$ ,  $v=1, 2, \dots, k$ , называется логической закономерностью класса  $K_j$ , если удовлетворяются следующие условия:

1.  $P_i(S_j) = 1$  для некоторых эталонных объектов  $S_i$  класса  $K_j$ ,
2.  $P_i(S_j) = 0$  для всех эталонных объектов  $S_i$ , не принадлежащих классу  $K_j$ .
3.  $\phi(P_i) = \max$ , где  $\phi$  - некоторый критерий оптимальности.

Предикат  $P_i(S)$  назовем частичной логической закономерностью класса  $K_j$ , если выполняются только условия 1 и 3.

Пусть  $P$  - некоторое множество предикатов, найденное по данным обучения.

Величина  $wei(i) = N(i) / N$  называется мерой информативности признака  $X_i$ , если  $N(i)$  - число предикатов множества  $P$ , содержащих признак  $X_i$ .

Пусть  $N(i, j)$  - число одновременных вхождений признаков  $X_i, X_j$  в одну закономерность по множеству  $P$ . Величину

$Lcorr(i, j) = 1 - \frac{N(i, j)}{\min(N(i), N(j))}$  назовем логической корреляцией

признаков  $X_i$  и  $X_j$ .

### Кластеризация признаков и выбор подсистем признаков

Рассмотрим задачу нахождения таких кластеров признаков, для которых входящие в них признаки обладают близкими корреляционными свойствами. В качестве меры корреляционной близости признаков рассмотрим более "тонкий" критерий чем  $1 - Lcorr(i, j)$ , а именно, основанный на полуметрике

$$r(i, j) = \sum_{l=1, l \neq i, j}^k |Lcorr(i, l) - Lcorr(j, l)| + k \times (1 - Lcorr(i, j)).$$

В качестве алгоритма кластеризации для заданной полуметрики  $r(i, j)$  и фиксированного числа классов использовалась иерархическая группировка [4], в которой расстояние между кластерами определялось согласно функции

$$r(K_p, K_q) = \max_{i \in K_p, j \in K_q} (r(i, j)).$$

После нахождения  $n$  кластеров в сокращенную подсистему признаков включаются наиболее информативные признаки (по одному из каждого кластера).

### Заключение

На Рис.1 приведены графики изменения точности распознавания в модели распознавания [3] при двух подходах к минимизации признакового пространства на примере задачи распознавания состояния ионосферы [5]. Исходное признаковое пространство включало 34 признака, задача распознавания решалась относительно двух классов, обучающая выборка имела длину 181 объектов, контрольная - 170. Черная линия соответствует последовательному отсеву менее информативных признаков, серая - минимизации признакового пространства согласно предложенному в настоящей работе алгоритму. Видно, что серая линия лежит, как правило,

ниже черной. "Волнистость" графиков  $f(A)$  является естественным следствием набора факторов (не идеальность процедур вычисления предикатов  $P_i(S)$ , малая длина выборок, "частичная несогласованность" выборок, когда информативность признака на обучающей таблице и контрольной имеет некоторое различие). Из рисунка следуют естественные качественные выводы о данной задаче распознавания. Удаление первой трети малоинформативных признаков мало влияет на точность распознавания и не зависит от используемого метода их сокращения. Оставшиеся 20 признаков вполне компенсируют отсутствие остальных 14. При удалении последующих 10 потер и при кластеризационной минимизации растут меньше, чем при частотной.



Рис.1 Минимизация признакового пространства на примере задачи распознавания состояния ионосферы

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проекты №99-01-00433, 99-07-90120, 99-07-90390, 00-01-00650, и ИНГАС №00-397, 00-626.

### Литература

1. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе для решения задач распознавания или классификации, Проблемы кибернетики, Наука, Москва, 1978, выпуск 33, стр.5-68.
2. Ryazanov V.V. Recognition Algorithms Based on Local Optimality Criteria // Pattern Recognition and Image Analysis. 1994. Vol.4. no.2. P.98-109.
3. Богомолов В.П., Виноградов А.П., Ворончихин В.А., Журавлев Ю.И., Катериночкина Н.Н., Ларин С.Б., Рязанов В.В., Сенько О.В. Программная система ЛОРЕГ - алгоритмы распознавания, основанные на голосовании по множествам логических закономерностей. Москва, ВЦ РАН, 1998, 63 с.



4. Р.Дуда, П.Харт, Распознавание образов и анализ сцен. Издательство "Мир", Москва, 1976, 511 с.
5. Sigillito, V. G., Wing S. P., Hutton, L. V., & Baker, K. B. (1989). Classification of radar returns from the ionosphere using neural networks. Johns Hopkins APL Technical Digest, 10, 262-266.

## **Модельный подход к вероятностным высказываниям экспертов**

*А.А. Викентьев, Л.Н. Коренева*  
(Новосибирск)

### **1. Введение**

К настоящему времени проявляется все больший интерес к анализу экспертной информации, заданной в виде вероятностных логических высказываний экспертов, которые представлены формулами. При этом возникает задача согласования вероятностных высказываний экспертов, а также задачи введения метрики на таких высказываниях и определения меры опровержимости и вероятности этих высказываний.

Для решения поставленных задач используется теоретико-модельный подход. Изучаются свойства введенных метрик и связанных с ними мер.

### **2. Расстояния и их свойства**

Ранее в работах [1-3] было предложено несколько способов введения расстояния на логических высказываниях экспертов, записанных в виде логических формул от предикатов.

Введем новый тип расстояния. Как и раньше рассматриваем конечное множество моделей  $Mod_n(L)$  конечной мощности данного языка  $L$ .  $\mu$  - мера, заданная на формульных подмножествах, отвечающих знаниям экспертов.

**Определение.** Расстоянием между формулами  $\phi$  и  $\psi$  назовем величину

$$\rho_4(\phi, \psi) = \frac{\sum_{M_i \in Mod_n(L)} \rho_{M_i}(\phi^{M_i}, \psi^{M_i})}{|Mod_n(L)|}, \text{ где}$$

$$\rho_{M_i}(\phi^{M_i}, \psi^{M_i}) = \frac{\mu(\phi^{M_i} \square \psi^{M_i})}{\mu((\phi \vee \psi)^{M_i})}.$$

Это расстояние, как и расстояния, введенные ранее [2-3], обладают следующими свойствами.

**Теорема 1.** Для любых формул (высказываний экспертов)  $\phi, \psi, \chi$  и для любой функции  $\rho_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) справедливы следующие свойства:

1.  $0 \leq \rho_i(\phi, \psi) \leq 1$ .
2.  $\rho_i(\phi, \psi) = \rho_i(\psi, \phi)$ .
3. Если  $\rho_i(\phi, \psi) = \rho_i(\phi_1, \psi_1)$  и  $\rho_i(\phi_1, \psi_1) = \rho_i(\phi_2, \psi_2)$ , то  $\rho_i(\phi, \psi) = \rho_i(\phi_2, \psi_2)$ .
4.  $\rho_i(\phi, \psi) \leq \rho_i(\phi, \chi) + \rho_i(\chi, \psi)$ .
5.  $\phi \equiv \psi \Leftrightarrow \rho_i(\phi, \psi) = 0$  ( $\phi \equiv \psi$  здесь и далее обозначает эквивалентность формул относительно всех моделей экспертов, то есть для любого эксперта  $i$  (задающего модель  $M_i$ ) верно  $\phi^{M_i} = \psi^{M_i}$ ).
6.  $\phi \equiv \neg\psi \Rightarrow \rho_i(\phi, \psi) = 1$ .
7.  $\rho_i(\phi, \psi) = \rho_i(\phi \wedge \psi, \phi \vee \psi)$ .
8.  $\rho_i(\phi, \psi) = 1 - \rho_i(\phi, \neg\psi) = \rho_i(\neg\phi, \neg\psi)$ .
9.  $\rho_i(\phi, \neg\phi) = \rho_i(\phi, \psi) + \rho_i(\psi, \neg\phi)$ .

### 3. Мера опровержимости и вероятность высказываний экспертов

Ранее мы изучали меру опровержимости высказываний [2-3] (первоначальное название-мера информативности, и при условии, что множество реализаций формулы не пусто в некоторой модели, такое определение корректно и не вызывает трудностей в применении на практике в случае непустых предикатов), для которой доказано много свойств.

**Определение.** [1-2]. Пусть  $\phi(\bar{x})$  - формула. Мерой опровержимости формулы  $\phi(\bar{x})$  назовем величину  $R_i(\phi(\bar{x})) = \rho_i(\phi(\bar{x}), 1)$ , где 1 -- тождественно истинный предикат.

Для меры опровержимости справедлива теорема.

**Теорема 2.** Для любых формул  $\phi, \psi$  и любого  $\rho_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) справедливы следующие утверждения

1.  $0 \leq R_i(\phi) \leq 1$ .
2.  $R_i(1) = 0$ .
3.  $R_i(0) = 1$ .
4.  $R_i(\phi) = 1 - R_i(\neg\phi)$ .
5.  $R_i(\phi) \leq R_i(\phi \wedge \psi)$ .
7.  $R_i(\phi \wedge \psi) = \rho_i(\phi, \psi) + R_i(\phi \vee \psi)$ .
6.  $R_i(\phi) \geq R_i(\phi \vee \psi)$ .
8. Если  $\phi \equiv \psi$ , то  $R_i(\phi) = R_i(\psi)$ .
9. Если  $\rho_i(\phi, \psi) = 0$ , то  $R_i(\phi \wedge \psi) = R_i(\phi \vee \psi) = R_i(\phi)$ .

$$10. R_i(\phi \wedge \psi) = \frac{R_i(\phi) + R_i(\psi) + \rho_i(\phi, \psi)}{2}.$$

$$11. R_i(\phi \vee \psi) = \frac{R_i(\phi) + R_i(\psi) - \rho_i(\phi, \psi)}{2}.$$

На практике же чаще эксперт задает высказывание с его "вероятностью". А вопрос состоит в изучении и согласовании таких высказываний, введении некоторой метрики на таких высказываниях.

Первоочередной задачей на наш взгляд является определение вероятностей для формул с помощью модельного подхода.

**Определение.** Пусть  $\phi(\bar{x})$ -формула, выражающая знание эксперта, тогда вероятность высказывания эксперта определим как величину  $P_i(\phi(\bar{x})) = R_i(\neg\phi(\bar{x})) = \rho_i(\phi(\bar{x}), \neg 1)$ .

**Теорема 3.** Для любых формул  $\phi, \psi$  и любого  $\rho_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) справедливы следующие утверждения

$$1. 0 \leq P_i(\phi) \leq 1. \quad 2. P_i(1) = 1. \quad 3. P_i(0) = 0.$$

$$4. P_i(\phi) = 1 - P_i(\neg\phi).$$

$$5. P_i(\phi) \geq P_i(\phi \wedge \psi).$$

$$7. P_i(\phi \wedge \psi) = P_i(\phi \vee \psi) - \rho_i(\phi, \psi).$$

$$6. P_i(\phi) \leq P_i(\phi \vee \psi). \quad 8. \text{Если } \phi \equiv \psi, \text{ то } P_i(\phi) = P_i(\psi).$$

$$9. \text{Если } \rho_i(\phi, \psi) = 0, \text{ то } P_i(\phi \wedge \psi) = P_i(\phi \vee \psi) = P_i(\phi).$$

$$10. P_i(\phi \wedge \psi) = \frac{P_i(\phi) + P_i(\psi) - \rho_i(\phi, \psi)}{2}.$$

$$11. P_i(\phi \vee \psi) = \frac{P_i(\phi) + P_i(\psi) + \rho_i(\phi, \psi)}{2}.$$

Так вычисленные с использованием модельного подхода вероятности позволяют уточнять "вероятности" экспертов и будут применяться в дальнейшем.

Полученные результаты остаются справедливыми для счетных моделей и измеримых формульных подмножеств, отвечающим знаниям экспертов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 01-01-00839 и ФПЦ Интеграция проект 274.

## Литература

1. Викентьев А.А., Лбов Г.С. О метризациях булевой алгебры предложений и информативности высказываний экспертов. // Доклады РАН, 1998, т. 361 (2), с.174-176.
2. Викентьев А.А., Коренева Л.Н. К вопросу о расстояниях между формулами, описывающими структурированные объекты. // Математические методы распознавания образов (ММО-99). РАН ВЦ, Москва, 1999. С.151-154.
3. Vikent'ev A.A., Koreneva L.N. Setting the Metric and Measure of Informativity in Predicate Formulas Corresponding to the Statements of Experts About Hierarchical Objects. // Pattern Recognition and Image Analysis, vol. 10, no 2, 2000, pp. 303-308.

## Синдромное прогнозирование изменчивости

*М. Витушко, Н. Гуров, В. Переверзев-Орлов*

(Москва)

Синдромом мы называем направленную сеть, в каждом из узлов которой суммируются симптомы - бинарные функции входных переменных (свойств), формируемые из этих входов сравнением с соответствующими порогами. Элементарный синдром содержит один узел с одним выходом и  $n$  входами для симптомов с соответствующими им  $n$  системами порогов. Выход элементарного синдрома (как и любая из входных переменных) могут использоваться для формирования множества симптомов, входящих как в один и тот же, так и в разные узлы. При этом мы рассматриваем синдромы как средство эффективного моделирования понятий, характеризующихся, как это хорошо известно, наряду с, так сказать, стационарными свойствами, еще и динамическими, обусловленными связью со временем.

Ранее мы уже не раз обращали внимание, что синдром как формула или преобразование - это триединство входов, структуры и порогов, причем каждая из этих "координат" равноважна и в значительной степени избыточна, что часто приводит к возможности вырождать синдром по какой-либо одной из них [1-6]. Разумная технология синтеза синдрома (или вербализации некоего понятия) связана со сбалансированным использованием этих свойств, когда каждое из них не претендует на роль ведущего. Тем не менее, при разработке баз знаний нами были проделаны многочисленные эксперименты, в процессе которых было установлено, что, например, синдромы злокачественной опухоли легких могут быть без труда превращены в синдромы доброкачественной патологии легких только лишь изменением настройки порогов при неизменных входах и структуре. Эксперименты такого рода позволяют говорить о пластичности синдромных сетей, причем запас такого рода пластичности оказывается достаточно большим.

Небольшой сдвиг порогов на выходе синдрома и/или порогов, формирующих симптомы на входе синдрома, обычно позволяет эффективно скорректировать понятие, соответствующее такому синдрому, в соответствии со смещением контекста. В тем большей мере это же соответствует и многоуровневым синдромам со сложной структурой, для адаптации которых к изменениям контекста, как правило, не требуется модификации структуры связей, которая могла бы стать причиной более серьезных проблем.

Связь со временем в синдромной функции явно не учтена. Однако различные симптомы синдрома могут формироваться из признаков, относящихся к различным моментам времени, описывая тем самым в интегральной форме различные проявления динамики. Этот способ позволяет работать с динамическими объектами и удачно реализуется на практике, например, в медицине. Его недостатком является тот факт, что в общем случае трудно заранее зафиксировать необходимое число временных срезов или моментов их проведения, привязанных, например, к моментам смены состояний исследуемой ситуации.

Наряду с другими симптомами, такие интегральные показатели могут равноправно войти в синдром, являясь формально статическими, но выражая динамику. При этом нужно помнить, что различие признаков по свойству "статичность - динамичность" должно быть учтено при построении синдрома в соответствии с принципом смыслового средства, как показано, например, на Рис. 1.

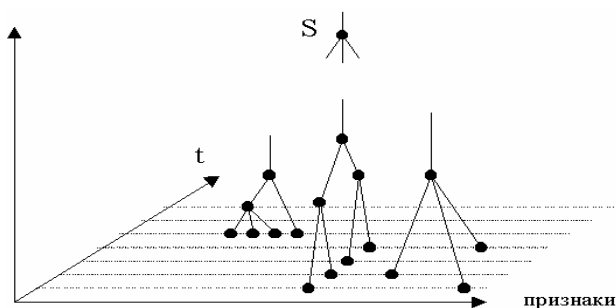


Рис. 1. Примеры построения синдромов с использованием динамической (временной) составляющей. Первый вариант (слева) демонстрирует статический синдром, который работает со значениями различных признаков, относящихся к одному моменту времени (ось  $t$ ). Второй вариант (в центре) использует на нижнем уровне значения одного признака в разные моменты времени (чисто динамический синдром). Второй и третий уровни этого синдрома будут характеризовать более интегрированные описания динамики данного признака. Конкретный смысл динамической характеристики, описываемой таким синдромом, зависит от значений порогов над каждым из узлов его структуры. Третий вариант (справа) показывает синдром, использующий значения разных признаков из разных временных срезов (частично динамический). Важно, что верхний узел каждого из них порождает одно значение, формально относящееся к одному моменту времени (например, текущему), хотя, возможно, оно является характеристикой в том числе и динамических свойств. Последнее обстоятельство позволяет строить над ними синдром более высокого уровня ( $S$ ), формально работающий в одном временном срезе.

Сказанное оказывается тем более справедливым, если речь идет не о принципиальной перенастройке синдрома, а всего лишь о его подстройке к изменяющимся во времени проявлениям моделируемых свойств изучаемого процесса. В этом случае динамика оптимизирующих синдром порогов может быть представлена многомерной (по числу порогов) векторной функцией, в отношении которой, если она достаточно гладкая (из общих соображений или по результатам ее наблюдения на реальных данных), можно решать экстраполяционные задачи, например, предсказывая, какими должны быть пороги в следующий такт времени. Задачи такого типа имеют большое практическое значение и, например, возникают в проблематике Data mining, связанной с прямым маркетингом. Несложно, однако, привести и множество других примеров. В частности, в поведении живых существ ситуации такого рода, скорее, являются нормой, чем исключением.

### Литература

1. Переверзев-Орлов В.С. Советчик специалиста. Опыт разработки партнёрской системы. - М.: Наука, 1990.
2. Переверзев-Орлов В.С. Проблемы и концепция построения интеллектуальных партнерских систем// Компьютеры и познание: Очерки по когитологии - М.: Наука, 1990.

3. Pereverzev-Orlov V.S. Partner System and Ideas of Pattern Recognition Learning// Pattern Recognition and Image Analysis, 1992. - Vol.2, No.4, pp.429-451.
4. V.S.Pereverzev-Orlov, I.I.Stenina, V.G.Trunov. Syndrome Analysis of Data// Pattern Recogn. and Image Anal., Vol.3, No.4, 1993, pp. 500-507.
5. Vashchenko E.A., Vitushko M.A., Gurov N.D., Pereverzev-Orlov V.S., Stenina I.I. Knowledge and Data Cooperation// Pattern Recognition and Image Analysis, 1998, Vol.8, No.1, pp. 25-41.
6. M. A. Vitushko. The Architecture of Intelligent Systems// Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.10, No.2, 2000, pp. 253-258.

## **Модельный подход и инвариантность в системах распознавания сигналов**

*В.В. Геннер, С.А. Экало*

(Санкт-Петербург)

При рассмотрении свойств распознающих систем (РС) вполне очевидно представляется то обстоятельство, что для успешной работы РС должны обладать свойством инвариантности (неизменности) принимаемых решений относительно возможных вариаций (искажений) классифицируемого сигнала, обусловленных влиянием различных фактов (такими факторами могут быть изменение состояния или параметров функционирования объекта, генерирующего сигнал, а также влияние внешней среды, в которой распространяется сигнал). Таким образом, распознающая система должна обладать инвариантностью решений в естественном смысле [1].

При разработке конкретных распознающих систем возникают вопросы реализации такой “естественной“ инвариантности, что сразу требует формализации этого понятия. В разных конкретных случаях эта формализация будет осуществляться по-разному. Однако независимо от вида формализации будем называть методы распознавания, для которых тем или иным способом формализовано понятие инвариантности, методами инвариантного распознавания, а РС, основанные на этих методах – системами инвариантного распознавания. Вообще говоря, инвариантность принимаемых распознающей системой решений может быть достигнута двумя способами:

1) благодаря обучению, в результате которого параметры адаптирующегося решающего правила или решающего устройства могут быть подобраны таким образом, что принимаемые решения будут инвариантны к искажениям сигнала;

2) за счет использования в структуре РС системы моделей, описывающих искажение сигналов .

Реализация первого подхода может быть выполнена путем использования расширенных обучающих выборок, соответствующих всем возможным

вариациям сигнала, что может привести к практической нереализуемости процедуры выработки решающих правил. При втором же подходе, за счет использования модельных представлений процесса формирования сигнала, на входе РС часто оказывается возможным весьма экономно описать каждый класс сигналов.

Особенно существенными указанные соображения становятся при разработке РС для гидроакустических сигналов, которые достаточно сильно подвержены искажению в среде, а также существенно зависят не только от типа распознаваемого сигнала, но и от режимов функционирования объекта, порождающего сигнал (скорость хода, глубина погружения, наличие качки).

Можно ввести некоторую классификацию моделей, используемых в РС с точки зрения информации, заложенной в ней.

Тип 1: к моделям данного типа относятся полностью определенные модели. Знание такой модели, заданной либо аналитически, либо численно, позволяет с достаточной степенью точности восстановить сигнал и тем самым обеспечить эффективную работу РС.

Тип 2: функционально определенные параметрические модели с априорно неизвестными значениями параметров. Наличие неизвестных параметров модели порождает так называемую параметрическую априорную неопределенность задачи распознавания. При наличии такой неопределенности эффективным подходом является построение решающих правил инвариантных к действию таких параметров.

Тип 3: функционально неопределенные модели. Указанные модели могут быть определены путем задания некоторой обучающей выборки, соответствующей различным искажениям сигнала. Указанный вид непараметрической априорной неопределенности является самым сложным видом модели. Указанная модель в некоторых случаях может быть переведена в класс параметрических с использованием методов регрессионного или факторного анализа.

В настоящей работе рассмотрены модели, связанные с априорной неопределенностью типа 2 и типа 3 применительно к задаче распознавания шумовых сигналов на основе спектрального признакового описания.

В качестве основного подхода к устранению априорной неопределенности в данной главе рассмотрены методы, основанные на использовании принципов инвариантности. Инвариантные методы распознавания изучаются достаточно давно. Здесь можно отметить использование и эвристических методов, таких как "метод резиновой маски" и, в основном, методов с использованием теоретико-групповых представлений.

В докладе рассмотрены методы инвариантного распознавания применительно к проблемам устранения априорной неопределенности, связанной с моделями распространения и формирования сигналов на уровне источника. Описаны два основных подхода к построению инвариантных



систем - общепринятый подход, основанный на построении инвариантного признакового описания и подход, основанный на непосредственном синтезе инвариантного решающего правила заданного класса, обладающий существенно оригинальностью.

### **Литература**

1. Тимохин В.И. Применение ЭВМ для решения задач распознавания образов. - Л: ЛГУ. - 1983. - 215 с.

## **О разрешимости и регулярности задач управления, решаемых в рамках теории распознавания образов**

*Ю.И. Горелов*

(Великие Луки)

На возможность использования методов распознавания образов в задачах синтеза управления плохо определенными динамическими объектами было указано в работах [1,2]. Однако углубленного анализа такого подхода, аналогичного исследованиям, проведенным К.В. Рудаковым для задач классификации и преобразования информации [3], в этих работах проведено не было. В настоящем докладе делается попытка в какой-то степени устранить этот пробел.

Для корректного проведения теоретических исследований предварительно формулируется задача синтеза управления плохо определенным динамическим объектом (каскадом) по дискретной априорной информации о его поведении, как задача преобразования некоторой начальной информации в финальную. Так как динамический объект плохо определен, т.е. для него не существует адекватной математической модели его динамики или ее синтез ввиду неточности, малости, неопределенности априорной информации крайне затруднителен, то решение задачи синтеза управления предлагается вести с использованием эвристических информационных моделей [1].

Для подкласса задач управления, для которых определена цель управления, но отсутствует критерий качества управления, определен класс регулярных задач управления, выявлены критерии разрешимости и регулярности данного класса задач. Показано, что в этом случае при конструировании алгоритмов синтеза управления могут быть использованы эвристические информационные модели (параметрические семейства алгоритмов), являющиеся реализациями морфизмов симметрических или функциональных категорий [3].

Для подкласса задач управления, для которого задан критерий качества управления, но не определена цель управления, вводится понятие класса предрегулярных задач, индуцированного отношением толерантности. Показано, что при некоторых ограничениях на начальную и финальную

информацию, при конструировании алгоритмов синтеза управления могут быть использованы эвристические информационные модели (параметрические семейства алгоритмов), являющиеся реализациями морфизмов категорий, являющихся математическим аналогом универсальных ограничений монотонности [3].

В общем случае, т.е. для регулярных (правильно поставленных) задач управления, для которых определены цель и качество управления, показано, что использование при конструировании алгоритмов синтеза управления эвристических информационных моделей (параметрических семейств алгоритмов), являющихся реализациями морфизмов монотонных категорий, может привести не только к нерегулярности, но и к неразрешимости некоторых из них. Показано, что для существования полных допустимых категорий для данного класса задач управления необходимо, либо рассматривать конечные расширения морфизмов монотонных категорий “трансцендентными” отображениями – немонотонными морфизмами (алгоритмами переупорядочивания), либо рассматривать более сложную по сравнению с общепринятой в алгебраическом подходе [1] суперпозицию алгоритмов, что приводит к необходимости дополнительных исследований, связанных с переопределением понятия допустимости категорий [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (инициативный проект № 99-01-00475).

### **Литература**

1. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации // Пробл. кибернетики. 1978. Вып.33. С. 5-68.
2. Васильев В.И., Коноваленко В.В., Горелов Ю.И. Имитационное управление плохо определенными объектами. – Киев:Наукова думка. 1989 .
3. Рудаков К.В. Об алгебраической теории универсальных и локальных ограничений для задач классификации // Распознавание, классификация, прогноз. М.: Наука, 1989. Вып. 1. С. 176-200.

## **Точечные оценки ошибок распознавания**

*С.И. Гуров*  
(Москва)

### **Введение**

Методы оценки надежности выбранного решающего правила (р.п.) развиты значительно слабее, чем теория построения распознающих алгоритмов. Кроме того, при решении практических задач распознавания образов часто приходится довольствоваться малым числом имеющихся в наличии прецедентов. В этом случае типичной является ситуация, когда

либо параметры формул оценки ошибок распознавания находятся вне границ применимости метода, либо полученные оценки оказываются сильно заниженными или завышенными и интуитивно неприемлемыми для заказчика, как, например, нулевая точечная оценка ошибки при корректно алгоритме распознавания. Вышесказанное свидетельствует о необходимости предложить новые подходы к построению оценок алгоритмов распознавания, способных охватить важный случай малого числа прецедентов. Этой проблеме и посвящена настоящий доклад, в котором рассмотрены точечные оценки ошибок алгоритмов классификации.

## 1. Постановка задачи

Рассматривается задача классификации с непересекающимися  $s$  классами  $K_1, K_2, \dots, K_s$  пространства образов  $X$  в детерминированной постановке. При этом считается справедливой гипотеза компактности (ГК). Для оценки надежности выбранного классификатора (р.п.)  $f(x) \in X \rightarrow \{K_1, \dots, K_s\}$  необходимо определить вероятности  $p_{ij} = P(X_{ij})$ . Здесь  $P(\cdot)$  – вероятностная мера на  $X$ , а  $\{X_{ij}\}_{i,j=1, \dots, s}$  – это  $s^2$   $v$  подобластей разбиения  $X$ , соответствующих ситуациям, когда образ  $x \in X$  принадлежит классу  $K_i$ , а классификатор относит его к классу  $K_j$ . При  $i = j$   $p_{ij}$  суть вероятности ошибок классификации соответствующего рода. Если цены всех ошибок идентичны, то мы можем полагать  $X$  разбитым на две области – правильных и неправильных классификаций; здесь  $v = 2$ .

Существующие методы определения надежности классификации основаны на следующей форме гипотезы представительности (ГП), гарантирующей репрезентативность рассматриваемой обучающей выборки.

**Гипотеза 1.** На пространстве образов  $X$  задана (может быть неизвестная) функция распределения вероятностей  $P(X)$ ,  $X \in X$ , и любой рассматриваемый набор образов  $x_1, x_2, \dots, x_l$  является, если явно не указано иначе, реализацией независимой выборки  $l$  случайных величин из генеральной совокупности с распределением  $P(X)$ .

Для удобства переобозначим наборы вероятностей  $\{p_{ij}\}$  и подобластей  $\{X_{ij}\}$  (здесь  $i, j \in \{1, \dots, s\}$ ) в  $\{p_k\}$  и  $\{X_k\}$  соответственно (здесь  $k \in \{1, \dots, v\}$ ). При нахождении вероятностей  $p_k$  мы можем использовать лишь значения  $f^*(x_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, m$  истинного классификатора  $f^*(x) \in X \rightarrow \{K_1, \dots, K_s\}$  на обучающей последовательности  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  элементов  $X$ . Далее  $m_k$  – число элементов из  $x$ , принадлежащих  $X_k$ ,  $k \in \{1, \dots, v\}$ .

## 2. Частотный подход

Частотный подход (метод максимального правдоподобия, метод моментов, метрические методы) дает (несмещенную) оценку  $p_k$  в виде относительных частот  $m_k/m$  с несмещенной оценкой дисперсии оценки  $m_k(m-m_k)/((m-1))$ , являющейся минимальной граничной по неравенству Крамера-Рао,  $k \in \{1, 2, \dots, v\}$ .

Очевидно, что относительные частоты могут быть приняты в качестве точечных оценок искомым вероятностям лишь в случаях больших  $m$ , иначе они становятся неприемлемыми с точки зрения опыта и интуиции. Например, корректное решающее правило мы вынуждены оценивать как 100% безошибочное, что даже при больших объёмах прецедентной информации противоречит здравому смыслу.

### 3. Байесовский подход

Применяя байесовский подход замечаем, что  $p_k$  есть вероятность выполнения соотношения  $x \in X_k$ . Отсюда вероятность  $p(m_1, m_2, \dots, m_v)$  того, что при независимой случайной выборке  $m$  элементов из  $X$  указанное включение будет выполняться  $m_k$  раз,  $k = 1, 2, \dots, v$  имеет  $(v-1)$ -мерное (с учетом нормировки  $p_1 + p_2 + \dots + p_v = 1$ ) мультиномиальное распределение. При  $v = 2$  получаем биномиальное распределение. Далее, в случае отсутствия информации о важности прецедентов (или равенстве всех весов  $w_k = w(x_k)$ ) принимая по принципу неопределенности Лапласа априорное распределение равномерным на  $X$ , получаем, что апостериорная плотность распределения оценок есть  $(v-1)$ -мерное распределение Дирихле  $Di(m_1+1, m_2+1, \dots, m_{v-1}+1; m_v+1)$ . Используя любую выпуклую симметричную функцию потерь, получаем точечные оценки  $p_k^*$  в вероятностей ошибок  $p_k$  в виде

$$p_k^* = (m_k + 1) / (m + v)$$

с несмещенными оценками дисперсии

$$m_k(m - m_k) / ((m + 2)^2 (m - 1)),$$

$k = 1, 2, \dots, v$ .

Мы видим, что приведённые оценки дисперсии меньше, чем в при частотном подходе. Данное обстоятельство объясняется тем, что полученные байесовские оценки суть смещённые и понизить дисперсию оценок удалось именно за счет выхода класса несмещённых.

### 4. Случай наличия весов прецедентов

В случае неравных весов прецедентов ГП в виде “Гипотеза 1” уже становится недостаточной. Поэтому для обоснования определения надежности выбранного р.п. данную гипотезу нужно дополнить предположениями относительно имеющегося вида прецедентной информации. Наше основное предположение состоит в том, что веса  $w_i$  объектов  $x_i$  определённым образом описывают вероятности (появления в процессе классификации на практике) новых объектов в окрестностях  $x_i$  с тем же значением истинного классификатора  $f^*(x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ . Конкретно, мы дополняем Гипотезу 1 нижеследующей Гипотезой 2.

**Гипотеза 2.** При неравных весах  $\{w_i\}$  набор прецедентов  $\{x_i\}$ ,  $i = 1, \dots, m$  не является реализацией независимой выборки  $m$  случайных величин из генеральной совокупности с распределением  $P$  на  $X$ , однако веса

прецедентов линейно и аддитивно связаны с соответствующими вероятностями и отражают тем самым априорную информацию о распределении  $P$ .

Заметим, что возможность принятия Гипотезы 2 вытекает из ГК.

В такой постановке принимаем естественную нормировку  $\theta_i \stackrel{\Delta}{=} 1$  и  $\theta_j = 1$  хотя бы для одного  $j$  из  $\{1, \dots, m_i\}$ , которая определяет априорное распределение оценок  $D_i (\theta_{i1}+1, \theta_{i2}+1, \dots, \theta_{iv-1}+1; \theta_{iv}+1)$ , где  $\theta_{ik} = \theta_i (\theta_{i1}^k - 1)$  и сумма распространена на все  $i$  такие, что  $x_i \stackrel{\Delta}{=} X_k$ . Отсюда получаем, что апостериорное распределение ошибок классификации  $p_k$  имеет вид  $D_i (\theta_{i1}+1, \theta_{i2}+1, \dots, \theta_{iv-1}+1; \theta_{iv}+1)$ , а их байесовские оценки  $p_k \stackrel{\Delta}{=} p_k$  при любой функции потерь из описанного в п. 3 семейства - вид

$$p_k \stackrel{\Delta}{=} \prod_i (\theta_{ik}+1) / (M+v), \quad k \stackrel{\Delta}{=} 1, 2, \dots, v,$$

где  $\theta_{ik} = \theta_i \theta_{i1}^k$ , и суммирование производится по всем  $i$  таким, что  $x_i \stackrel{\Delta}{=} X_k$ , а  $M \stackrel{\Delta}{=} \theta_{i1} + \theta_{i2} + \dots + \theta_{ik}$ .

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 01-01-00885-а.

### Литература

1. Гуров С.И. Оценки вероятности ошибок классификации при малом числе прецедентов //Интеллектуализация обработки информации. Международная научная конференция ИОИ'2000. Тез. Докл. (Алушта, 10-14 июня 2000 г.). Симферополь: Крымский научный центр НАН Украины, Таврический национальный университет, 2000. С. 26.
2. Патрик Э. Основы теории распознавания образов /Пер. с англ. под. ред. Б.Р.Левина. - Сов. радио, 1980. - 408 с.

## Расознавание образов в массивах взаимосвязанных данных

С.Д. Двоенко

(Тула)

В классической задаче распознавания образов рассматриваются изолированные объекты, каждый из которых принадлежит к одному из конечного множества классов. Задачей наблюдателя является определение скрытого класса предъявленного объекта по вектору его признаков.

В такой постановке считается, что объект реально существует отдельно от других объектов, и, как следствие, при предъявлении множества объектов, подлежащих распознаванию, решение о классе каждого объекта принимается независимо от решений о классах других объектов в анализируемой совокупности [1].

Известно много прикладных задач, в частности, задач сегментации сигналов сложной структуры и растровых изображений, в которых требуется принять решение сразу о всех объектах, составляющих единую совокупность с априори определенным на ней отношением взаимосвязи отдельных объектов,

при дополнительном априорном предположении, что смежные объекты, в данном случае, отсчеты сигнала и элементы изображения, чаще всего принадлежат к одному и тому же классу. Методы, применяемые для решения задач такого типа, решая, по сути, задачу распознавания, никак не опираются на идеологию распознавания образов, требующую этапа обучения для построения решающего правила [2–6].

В то же время очевидно, что использование априорной информации о взаимосвязанности классов объектов в едином массиве должно позволить существенно снизить вероятность ошибки распознавания по сравнению с классической ситуацией, когда объекты изолированы, а их классы априори независимы.

В данной работе предполагается, что одновременно предъявлена некоторая совокупность  $T$  объектов распознавания  $t \in T$ , наблюдаемые векторы признаков которых образуют массив данных  $Y = (y_t, t \in T)$ , подлежащий анализу с целью определения совокупности классов объектов  $X = (x_t, t \in T)$  с помощью подходящего решающего правила  $\hat{X}(Y)$ . Предлагается рассматривать двухкомпонентное случайное поле  $(X, Y)$  со скрытой компонентой  $X$  и наблюдаемой компонентой  $Y$ , объективно характеризующимися некоторым совместным распределением вероятностей

$$\varphi(X, Y) = \zeta(X)\eta(Y | X) = f(Y)\pi(X | Y).$$

Как и в классической задаче, достаточно оценить по обучающей выборке лишь функцию апостериорных вероятностей  $\pi(X | Y)$ , представляющую собой условное случайное поле на множестве совокупностей классов объектов относительно наблюдаемого массива данных. Определение функции апостериорных вероятностей  $\pi(X | Y)$  по обучающей выборке и построение на ее основе решающего правила распознавания  $\hat{X}(Y)$  составляет задачу обучения распознаванию образов в массиве взаимосвязанных объектов.

Конструктивная реализация столь общей идеи невозможна без некоторых предположений, которые должны быть адекватны, по крайней мере, многим прикладным задачам.

**Первое предположение** состоит в том, что наблюдаемый массив  $Y$  векторов признаков является совокупностью случайных векторов, условно независимых относительно скрытого случайного поля  $X$  классов объектов

$$\eta(Y | X) = \prod_{t \in T} \psi_t(y_t | x_t),$$

что позволяет при известном априорном распределении скрытого поля  $\zeta(X)$  полностью определить его апостериорное распределение только на основе частных апостериорных распределений его элементов как

$$\pi(X|Y) \propto \frac{\zeta(X)}{\prod_{t \in T} q_t(x_t)} \prod_{t \in T} p_t(x_t | y_t).$$

Те не менее, воспользоваться очевидным решающим правилом, например,

$$\hat{x}_t(Y) = \operatorname{argmax}_{x_t} p_t(x_t | Y),$$

удается лишь при некоторых упрощающих предположениях о характере априорного поля  $\zeta(X)$ .

**Второе предположение** состоит в том, что априорное поле  $X$  является марковским с графом смежности  $G$ , заданным на множестве элементов поля  $T$  как на множестве вершин  $q_t(x_t | X_{(t)}) = q_t(x_t | X_{(t)}^0)$ , где  $X_{(t)}$  – все элементы без  $x_t$ ,  $X_{(t)}^0$  – те из них, которые смежны с  $x_t$  в графе  $G$ .

Тогда можно показать, что апостериорное поле  $\pi(X|Y)$  остается марковским с тем же графом смежности

$$p_t(x_t | X_{(t)}, Y) = p_t(x_t | X_{(t)}^0, y_t) \propto q_t(x_t | X_{(t)}^0) p_t(y_t).$$

**Третье предположение** состоит в том, что граф смежности  $G$  элементов априорного случайного поля  $X$  принадлежностей объектов к классам является деревом. Это позволяет избежать теоретических и алгоритмических трудностей [5, 6] при переходе от частных распределений  $p_t(x_t | X_{(t)}^0, y_t)$  марковского случайного поля с произвольным графом смежности его элементов к апостериорному распределению  $\pi(X|Y)$ .

При фиксированном корне априорное поле  $X$  является марковским  $q_s(x_s | X_{(s)}^-) = q_s(x_s | x_t)$ ,  $x_s \in X_{(t)}^{+0}$ , где  $X_{(t)}^{+0}$  – непосредственные потомки элемента  $x_t$  в дереве  $G$ ,  $X_{(s)}^-$  – все элементы без  $x_s$ , которые не являются его потомками. Тогда можно показать, что апостериорное поле  $\pi(X|Y)$  остается марковским с тем же древовидным графом смежности

$$p_s(x_s | X_{(s)}^-, Y) = p_s(x_s | x_t, Y) = p_s(x_s | x_t, Y_s^+),$$

где  $Y_s^+$  – потомки элемента  $y_s$ , включая его самого, и

$$p_s(x_s | x_t, Y_s^+) \propto p_s(x_s | Y_s^+) \frac{q_t(x_t) q_s(x_s | x_t)}{\sum_{x'_t} q_t(x'_t) q_s(x_s | x'_t)}.$$

В итоге удастся построить эффективную процедуру восстановления апостериорного древовидного случайного поля скрытых классов объектов, которая выполняется за три прохода по дереву  $G$ , в отличие от

принципиально многошаговых итерационных процедур для графа смежности произвольного вида [5, 6].

### Литература

1. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов. Статистические проблемы обучения. М.: Наука, 1974.
2. Прэтт У.К. Цифровая обработка изображений. М.: Мир, 1982. Ч. 1, 2.
3. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем/ Под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста. М.: Мир, 1989.
4. Винцок Т.К. Анализ, распознавание и интерпретация речевых сигналов. Киев: Наукова думка, 1987.
5. Besag, J.E., On the statistical analysis of dirty pictures (with discussions)", Journal of Royal Statistical Society, B48, 1986, pp. 259–302.
6. Kickpatrick, S., Gelatt, C., and M. Vecchi, Optimization by simulated annealing. Science, 1983, 220, pp. 671–680.

## Обобщенный спектрально-аналитический метод: достижения и перспективы

*Ф.Ф. Дедус, С.А. Махортых, М.Н. Устинин*

(Пушино)

На основе разработанного подхода, использующего унифицированную технологию для анализа сигналов, изображений и распознавания образов, создан программно-алгоритмический комплекс решения достаточно широкого круга задач анализа, описания и распознавания в классе сигналов, массивов данных и объектов различной физической природы. Основной упор при этом делается на данных, получаемых в ходе различных биологических и физических измерений, а также объектах наблюдения (изображениях) в видимом, инфракрасном и радиолокационном диапазонах. В последнее время предлагаемые подходы интенсивно применяются в задачах описания пространственно-временного распределения различных физических полей в некоторых актуальных областях (биоманнитные и электрофизиологические исследования, экологический контроль).

Предлагаемая технология основана на использовании адаптивных ортогональных разложений, дополненных новыми подходами, использующими wavelet-преобразование, а также ортогональные системы функций двух переменных. Созданные алгоритмы и программы протестированы как на модельных, так и на реальных данных. В первом случае получаются исходные (неискаженные) портреты реальных объектов (сигналов, изображений) в идеализированных условиях наблюдения. Для оптимизации базовой выборки изображений (с точки зрения объема базы данных и скорости обращения к ней) разработаны новые процедуры редукции выборки на основе алгоритмов фильтрации данных и увеличения



информативности используемых признаков. Получены оценки эффективности работы алгоритмов и программ с различного типа данными при их реализации как на серийных универсальных ЭВМ средней производительности, так и на высокопроизводительных ЭВМ с параллельной архитектурой.

Одним из условий увеличения эффективности обработки информации в наиболее сложных системах с использованием спектральных подходов, является сокращение времени выполнения наиболее трудоемкой операции – вычисления коэффициентов разложения сигналов. Способы решения этой задачи можно разделить на алгоритмические и аппаратные. Первые проще в техническом плане, т.к. не требуют дополнительных вложений в модификацию аппаратной части системы. Вторые же при удачной реализации специализированного вычислителя могут дать существенно больший эффект. Альтернативным подходом можно считать комбинированный метод, использующий параллельную архитектуру современных производительных ЭВМ (аппаратный уровень), что в этом случае приводит к проблеме распараллеливания базовых процедур технологии. Задача в ряде случаев может быть эффективно решена, прежде всего, в силу независимости коэффициентов разложения (признаков изучаемых систем). Дальнейший анализ предполагает использование независимых преобразований связанных групп признаков (например, характеризующих разный масштаб или детальность описания). В некоторых задачах, характеризующих параллельными наборами данных, многопо точность алгоритмов реализуется естественным образом, при этом применение адаптивных процедур обеспечивает оптимальность процедур анализа в каждом потоке.

В рамках данного подхода в настоящее время решается ряд достаточно разнородных задач анализа и обработки экспериментальных данных, изображений, сигналов в различных естественнонаучных и технических областях. Здесь приводится их краткий перечень, об их содержании и конкретных результатах полнее будет рассказано в докладе:

Преобразование результатов аналитического описания сигналов при решении типовых информационных задач.

Алгоритмы сжатия данных с использованием классических ортогональных базисов непрерывной и дискретной переменной, специальных функций одной и двух переменных, а также вейвлет-базисов.

Каноническое представление исследуемых случайных процессов в аналитической форме.

Построение алгоритма распознавания изображений.

Оптимизация аналитического описания контурных объектов.

Фрагментация и описание сложных изображений

Параметрическая идентификация систем.

Спектрально-корреляционный анализ стохастических временных рядов.

Решение прямых и обратных задач математической физики.

Фильтрация помех (в том числе построение оптимального фильтра Винера-Хопфа).

Оптимизация анализа многопоточных данных и разработка параллельных алгоритмов.

Неинвазивная диагностика и контроль систем различной природы.

Экстраполяция и прогнозирование.

Перечисленные подходы используются в системах наблюдения, обработки изображений и распознавания образов (технические приложения), цифровой рентгеноскопии, магнитной энцефалографии, проточной цитометрии, геофизической и акустической томографии, системах экологического контроля, компьютерной картографии, в задачах синтеза и анализа систем управления и динамических систем, при анализе генетической информации.

В рамках описываемого подхода достигается унификация описания на разных этапах решения задачи, а также отпадает необходимость многократных преобразований представления данных и обмена промежуточными данными между параллельными процессами. Это приводит к уменьшению вычислительных пауз в параллельных расчетах и к общему сокращению необходимых ресурсов для решения всей задачи (как параллельной, так и последовательной). Кроме того, настройка алгоритмов на оптимальность описания приводит к существенному сокращению обрабатываемых объемов данных без потерь существенной информации и к возможности решения ресурсоемких задач в режиме реального времени. Последнее достигается на основе использования явных аналитических выражений и реализовано в настоящее время в ряде задач оперативного анализа и распознавания видеоданных. Построены, в частности, алгоритмы автоматического синтеза контурных изображений с перебором всевозможных конфигураций в режиме реального времени, которые используются для контроля принципиальной работоспособности алгоритмов в реальных условиях, а также при построении обучающей выборки и реализации процедур самообучения.

Связь групп преобразований пространства с классами специальных функций позволяет оптимизировать описание объектов и процедуры преобразования представления данных, построенного на соответствующем ортогональном базисе.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-01-00894, 01-07-90317, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

# Индуктивный метод синтеза корректного алгоритма в алгебрах над моделью вычисления оценок для задач распознавания

А.А. Докукин

(Москва)

В работах [1,2] введены алгебры над алгоритмами вычисления оценок и для произвольной регулярной задачи построен корректный алгоритм, т.е. алгоритм не делающий ошибок на данном контрольном множестве объектов.

Получен следующий результат.

Для каждой регулярной задачи  $Z$  существует полином  $\sum c_{i_1 \dots i_r} A_{i_1} \dots A_{i_r}$ ,

корректный для данной задачи  $Z$ . Построенный полином имеет вид

$$B = \sum_{i=1}^{q-v} \sum_{j=1}^n c_{ij} (B'_{ij})^{\alpha_{ij}}.$$

Если теперь в контрольной информации добавлен новый объект  $S_{s+1} = (a_{s+11}, a_{s+12}, \dots, a_{s+1n})$  со своим информационным вектором  $\alpha(S_{s+1}) = (\alpha_{s+11}, \dots, \alpha_{s+1l})$ , то используя методику [1,2] всю конструкцию нужно возводить заново.

Мы покажем, как можно минимально изменить построения из [1,2], так, чтобы был получен корректный алгоритм для новой задачи.

Далее считаем, что исходный алгоритм построен способом описанным в [1,2] или получен из него как результат данного метода. В этом случае решение задачи будет найдено, если удастся построить индуктивный алгоритм синтеза базиса.

Итак, пусть имеется базис для  $s$  обучающих векторов, построим следующие  $n+1$  операторов:

$$B_{ind}^s \text{ такой, что } B_{ind}^s(I_{s+1}) = \left\| \Gamma_{ij} \right\|_{s \times l}, \text{ где } \Gamma_{ij} = \begin{cases} 1, & i \leq s \\ 0, & i = s+1 \end{cases}.$$

$B_i^{s+1}$ ,  $i = \overline{1, l}$  такие, что  $B_i^{s+1}(I_{s+1}) = \left\| \Gamma_{ij} \right\|_{l \times l}$ , причем  $\Gamma_{is+1} > \Gamma_{ws+1}$  при  $w \neq i$  и  $\Gamma_{is+1} > \Gamma_{iv}$  при  $v \neq s+1$ .

Тогда новый базис будет состоять из операторов  $B_{ind}^s \cdot B_{ij}$  и  $B_i^{s+1}$ , где  $B_{ij}$ ,  $i = \overline{1, s}$ ,  $j = \overline{1, l}$  - это операторы базиса предыдущего шага.

Таким образом, указав метод расширения исходного базиса, мы получаем процесс индуктивного перехода при изменении исходной информации, не

требующий полного изменения алгоритма, построенного на предыдущем индуктивном шаге.

При этом число алгоритмов из множества алгоритмов вычисления оценок, используемых при построении полинома, изменится максимально на  $5q+1-3$ , где  $l$  – число классов, а  $q$  – число объектов в контрольной выборке.

### Литература

3. Журавлев Ю.И. Корректные алгебры над множествами некорректных (эвристических) алгоритмов // Кибернетика. 1977, №6.
4. Журавлев Ю.И. Избранные научные труды. М.: Издательство Магистр, 1998.

## Задача таксономии и тупиковые покрытия целочисленной матрицы

*Е.В. Дюкова, А.С. Иньякин*

(Москва)

Рассматривается вопрос применения методов кластерного анализа для работы с множествами данных, на которых достаточно сложно определить функции расстояния. Предлагается подход к решению задачи кластеризации с целочисленной информацией, основанный на построении специальных наборов признаков, не содержащихся в признаковых описаниях объектов. Задача сводится к построению тупиковых  $\sigma$ -покрытий целочисленных матриц [1], [2].

Пусть имеется выборка  $\Omega = \{S_1, S_2, \dots, S_m\}$ , каждый элемент которой описывается набором из  $n$  признаков (свойств). Требуется разбить данную выборку на однородные группы (классы), число которых может быть заранее заданным, а может быть и неизвестным. Задачи такого рода называются задачами таксономии или кластерного анализа.

В основе предлагаемого подхода к решению задачи таксономии лежат следующие соображения.

Рассмотрим ситуацию, когда определяется степень принадлежности объекта  $S$  к группе объектов  $M$ . Если описание объекта  $S$  содержит набор значений признаков, который не присутствует в описании ни у одного объекта из  $M$ , то можно сказать, что объединение  $S$  и  $M$  нарушает внутреннюю структуру множества  $M$ . Рассматривая различные комбинации значений признаков, не содержащихся в описаниях объектов из  $M$ , можно оценить близость объекта  $S$  к множеству  $M$ . Таким образом, при определении степени близости объекта к множеству  $M$  информативными считаются наборы значений признаков, отсутствующие в описаниях всех объектов из класса  $M$ .

Введем ряд обозначений:  $M_{mn}^k$ ,  $k \geq 2$  - множество всех матриц размера  $m \times n$  с элементами из  $\{0, 1, \dots, k-1\}$ ;  $E_k^r$ ,  $k \geq 2$ , - множество всех  $k$ -ичных наборов длины  $r$ ;  $Q_p(\sigma)$ ,  $p \in \{1, 2, \dots, r\}$ ,  $\sigma \in E_k^r$ ,  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_r)$ , - множество всех таких наборов  $(\beta_1, \dots, \beta_r)$  в  $E_k^r$ , для которых  $\beta_p \neq \sigma_p$  и  $\beta_j = \sigma_j$  при  $j \in \{1, 2, \dots, r\} \setminus \{p\}$ .

Пусть  $L \in M_{mn}^k$ .

Набор  $H$  из  $r$  различных столбцов матрицы  $L$  назовем тупиковым  $\sigma$ -покрытием матрицы  $L$ , если подматрица  $L^H$  матрицы  $L$ , образованная столбцами набора  $H$ , не содержит строку  $(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$  и для любого  $p \in \{1, 2, \dots, r\}$  подматрица  $L^H$  содержит хотя бы одну строку из  $Q_p(\sigma)$ . Отметим, что при  $k=2$  и  $\sigma = (0, \dots, 0)$  понятие тупикового  $\sigma$ -покрытия совпадает с хорошо известным понятием неприводимого покрытия булевой матрицы.

Пусть объекты из  $\Omega$  описываются целочисленными признаками. Обозначим:  $L(\Omega)$  - матрица, образованная признаковыми описаниями объектов из множества  $\Omega$  (строкам матрицы соответствуют объекты, столбцам признаки);  $\sigma(\Omega)$  - множество  $\sigma$ -покрытий матрицы  $L(\Omega)$ ;

$\sigma^T(\Omega)$  - множество тупиковых  $\sigma$ -покрытий матрицы  $L(\Omega)$ ;

$\sigma^T(\Omega_f | \Omega_e)$  - множество тупиковых  $\sigma$ -покрытий матрицы  $L(\Omega_f)$ , которые также являются  $\sigma$ -покрытиями матрицы  $L(\Omega_f \cup \Omega_e)$ ;

$P(\Omega_f, \Omega_e) = |\sigma^T(\Omega_f | \Omega_e)| / |\sigma^T(\Omega_f)|$ ;  $|A|$  - мощность множества  $A$ .

Зададим некоторое число  $p$ ,  $p \in (0, 1)$ . Будем говорить, что множество  $\Omega_e$  близко к  $\Omega_f$  по порогу  $p$ , если  $P(\Omega_f, \Omega_e) > p$ .

Алгоритм кластеризации, основанный на построении тупиковых  $\sigma$ -покрытий может быть описан следующей процедурой.

Формирование первого класса  $M_1$ .

**Шаг 1.** Положить  $M_1 = S$ , где  $S$  - произвольный элемент из множества  $\Omega$ . Если  $\Omega \setminus M_1 = \emptyset$ , то алгоритм заканчивает работу. В противном случае перейти к шагу 2.

**Шаг 2.** Если в  $\Omega \setminus M_1$  существует элемент  $S'$  такой, что

$$P(M_1, \{S'\}) = \max_{S \in \Omega \setminus M_1} P(M_1, \{S\}) \quad \text{и} \quad P(M_1, \{S'\}) \geq p, \quad \text{то}$$

положить  $M_1 = M_1 \cup \{S'\}$  и повторить шаг 2. В противном случае перейти к формированию следующего класса.

Пусть построены классы  $M_1, \dots, M_{i-1}, i \geq 2$ , и пусть

$$\tilde{\Omega}_i = \Omega \setminus \bigcup_{j=1}^{i-1} M_j.$$

Если  $\tilde{\Omega}_i = \emptyset$ , то алгоритм заканчивает работу, в противном случае осуществляется формирование класса  $M_i$ . Процедура построения класса  $M_i$  полностью аналогична процедуре построения класса  $M_1$ , при условии что за исходное множество вместо  $\Omega$  берется  $\tilde{\Omega}_i$ .

Результаты работы описанного алгоритма (алгоритм 3) на модельных множествах данных приведенных на рисунках 1-3 сравнивались с результатами работы иерархических алгоритмов кластеризации основанных на расстоянии Хемминга, в которых в качестве расстояния между классами использовалось расстояние измеряемое по принципу «ближайший сосед» - алгоритм 1, «дальний сосед»- алгоритм 2.



Рис. 1 Два отрезка



Рис. 2 Вложенные друг друга квадраты

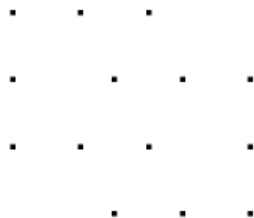


Рис. 3 Две скобки

Результаты работы алгоритма 1 приведены на рисунках 4-6.



Рис. 4 Два отрезка

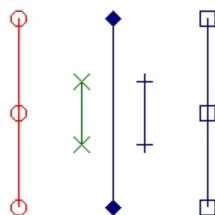


Рис. 5 Вложенные друг друга квадраты

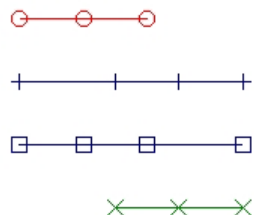


Рис. 6 Две скобки

Результаты работы алгоритма 2 приведены на рисунках 7-9.



Рис. 7 Два отрезка

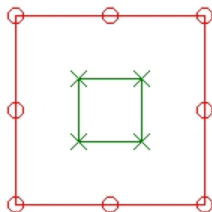


Рис. 8 Вложенные друг в друга квадраты

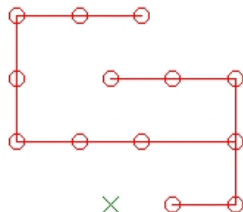


Рис. 9 Две скобки

Результаты работы алгоритма 3 приведены на рисунках 10-12.



Рис. 10 Два отрезка

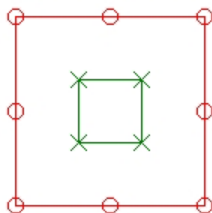


Рис. 11 Вложенные друг в друга квадраты

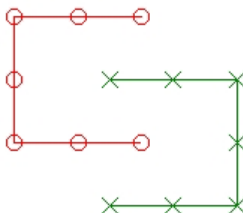


Рис. 12 Две скобки

Результаты тестирования алгоритма 3 на реальных задачах в целом показали преимущество алгоритма 3 перед алгоритмами 1 и 2.

Показано, что задачу построения тупиковых  $\sigma$ -покрытий целочисленной матрицы можно свести к задаче построения неприводимых покрытий булевой матрицы, которая специальным образом строится по исходной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (коды проектов 01-01-00575, 00-15-96064).

### Литература

1. Дюкова Е.В. Алгоритмы распознавания типа "Кора": сложность реализации и метрические свойства // Распознавание, классификация, прогноз (матем. методы и их применение). М.: Наука, 1989. Вып. 2. С. 99–125.
2. Дюкова Е.В., Журавлев Ю.И. Дискретный анализ признаков описаний в задачах распознавания большой размерности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40. № 8. С. 1264–1278.

# О дискретных процедурах распознавания, основанных на построении покрытий классов

*Е.В. Дюкова, Н.В. Песков*

(Москва)

Задача распознавания рассматривается в стандартной постановке. Исследуется некоторое множество объектов  $M$ . Известно, что множество  $M$  представимо в виде объединения подмножеств (классов)  $K_1, \dots, K_l$ . Объекты из  $M$  описываются некоторой системой признаков. Имеется конечный набор объектов из  $M$ , о которых известно, каким классам они принадлежат (обучающая выборка). Требуется по предъявленному набору значений признаков, т.е. описанию некоторого объекта  $S$  из  $M$ , о котором, вообще говоря, неизвестно, какому классу он принадлежит, определить этот класс.

Дискретный подход к задачам распознавания основан на комбинаторном анализе описаний обучающих объектов с целью выделения наиболее информативных подописаний (или фрагментов описаний) этих объектов. Обычно информативными считаются те фрагменты, которые позволяют различать классы. При этом исходные описания объектов задаются в виде наборов значений целочисленных признаков.

Каждый распознающий алгоритм  $A$  определяется некоторым множеством  $C^A$  пар вида  $(S', H)$ , где  $H$  - набор из  $r$  различных признаков, а  $S'$  - объект из обучающей выборки. Каждая такая пара очевидным образом задает фрагмент описания объекта  $S'$ , который называется элементарным классификатором (э.к.). Э.к., порожаемые парами из  $C^A$ , и только они считаются информативными при использовании алгоритма  $A$ . На основе голосования по этим э.к. решается вопрос об отнесении объекта  $S$  к одному из классов  $K_1, \dots, K_l$ .

Одной из наиболее известных моделей является модель голосования по представительным наборам. Представительный набор для класса  $K$ ,  $K \in \{K_1, \dots, K_l\}$ , - фрагмент описания объекта из  $K$ , не встречающийся в описаниях обучающих объектов из  $\bar{K}$ ,  $\bar{K} = \{K_1, \dots, K_l\} / K$ . Этот набор голосует за принадлежность  $S$  к  $K$ , если описание  $S$  его содержит. Задача построения множества представительных наборов для  $K$  решается на основе построения  $\sigma$ -покрытий для матрицы, образованной описаниями обучающих объектов из  $\bar{K}$ , с последующей проверкой наличия определенных фрагментов в  $K$ , и требует больших вычислительных



затрат [1]. Определение  $\sigma$ -покрытия целочисленной матрицы приведено ниже.

В докладе предлагаются две новые модели дискретного характера, а именно, модель голосования по антипредставительным наборам и модель голосования по покрытиям класса. Эти модели позволяют несколько снизить вычислительные затраты в случае, когда  $|K|$  меньше  $|\bar{K}|$ .

Антипредставительный набор для класса  $K$  – фрагмент описания объекта из  $\bar{K}$ , не встречающийся в описаниях обучающих объектов из  $K$ . Этот набор голосует за принадлежность  $S$  к  $K$ , если описание  $S$  его не содержит. Задача построения множества антипредставительных наборов для  $K$  решается на основе построения  $\sigma$ -покрытий для матрицы, образованной описаниями обучающих объектов из  $K$ , с последующей проверкой наличия определенных фрагментов в  $\bar{K}$ .

Модель голосования по покрытиям класса основана на построении для каждого класса  $K$ , множества  $Q(K)$  таких наборов допустимых значений признаков, которые не встречаются в описании обучающих объектов класса  $K$ . Задача сводится к построению  $\sigma$ -покрытий матрицы, составленной из описаний обучающих объектов из  $K$ . Набор из  $Q(K)$  голосует за принадлежность  $S$  к  $K$ , если описание  $S$  не содержит этот набор.

Проведено тестирование моделей на реальной информации.

Вторая часть доклада посвящена изучению метрических свойств множества  $\sigma$ -покрытий.

Пусть  $M_{mn}^k$ ,  $k \geq 2$ , – множество всех матриц размера  $m \times n$ , с элементами из  $\{0, 1, \dots, k-1\}$ ;  $L \in M_{mn}^k$ ;  $E_k^r$  – множество всех  $k$ -ичных наборов длины  $r$ ,  $r \leq n$ ;  $\sigma \in E_k^r$ ,  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_r)$ ;  $Q_p(\sigma)$  – множество всех таких наборов  $(\beta_1, \dots, \beta_r)$  в  $E_k^r$ , для которых  $\beta_p \neq \sigma_p$  и  $\beta_j = \sigma_j$  при  $j \in \{1, 2, \dots, r\} \setminus \{p\}$ . Набор  $H$  из  $r$  различных столбцов матрицы  $L$  назовем  $\sigma$ -покрытием, если подматрица  $L^H$ , образованная столбцами из  $H$ , не содержит строки  $\sigma$ . Набор  $H$  из  $r$  различных столбцов матрицы  $L$ , являющийся  $\sigma$ -покрытием, назовем тупиковым, если для любого  $p$  из  $\{1, 2, \dots, r\}$  подматрица  $L^H$  содержит хотя бы одну строку из  $Q_p(\sigma)$ . Последнее условие означает, что в  $L^H$  содержится подматрица размера  $r \times r$  специального вида, которая

называется  $\sigma$ -подматрицей (при  $k=2$  и  $\sigma=(0, \dots, 0)$  это единичная подматрица).

Пусть  $W_r^n$ ,  $r \leq n$  – множество всех наборов вида  $(j_1, \dots, j_r)$ , где  $j_t \in \{1, 2, \dots, n\}$  при  $t = 1, 2, \dots, r$  и  $j_1 < \dots < j_r$ .

Введем обозначения:  $C(L, \sigma)$  - множество всех  $\sigma$ -покрытий матрицы  $L$ ,  $\sigma \in E_k^r$ ;  $\Psi_0$  - интервал  $(\log_k mn, n)$ , Положим,  $r_0 = [\log_k m - \log_k (\log_k m \cdot \ln kn)]$ ,

$$C(L) = \bigcup_{r=1}^n \bigcup_{\sigma \in E_k^r} \bigcup_{w \in W_r^n} C(L, \sigma), \quad C_1(L) = \bigcup_{r \geq r_0} \bigcup_{\sigma \in E_k^r} \bigcup_{w \in W_r^n} C(L, \sigma).$$

**Теорема 1.** Если  $m \leq k^{n^\beta}$ ,  $\beta < 1$ , то для почти всех матриц  $L$  из  $M_{mn}^k$  при  $n \rightarrow \infty$  имеет место  $|C(L)| \approx \sum_{r \in \Psi_0} C_n^r k^r$  и длины почти всех покрытий из  $C(L)$  принадлежат интервалу  $\Psi_0$ .

**Теорема 2.** Для почти всех матриц  $L \in M_{mn}^k$  при  $n \rightarrow \infty$  справедливо  $|C_1(L)| = 0$ .

Обозначим через  $S(L, \sigma)$  совокупность всех  $\sigma$ -подматриц матрицы  $L$ . Положим  $r_1 = \log_k mn$ ,

$$S(L) = \bigcup_{r=1}^n \bigcup_{\sigma \in E_k^r} S(L, \sigma), \quad S_1(L) = \bigcup_{r \geq r_1} \bigcup_{\sigma \in E_k^r} S(L, \sigma).$$

**Теорема 3.** Если  $n^\alpha \leq m \leq k^{n^\beta}$ ,  $\alpha > 1$ ,  $\beta < 1$ , то для почти всех матриц  $L$  из  $M_{mn}^k$  при  $n \rightarrow \infty$  справедливо

$$|S(L)| \approx \sum_{r \in \Psi_1} C_n^r C_m^r r! (k-1)^r k^{r-r^2}.$$

**Теорема 4.** Для почти всех матриц  $L \in M_{mn}^k$  при  $n \rightarrow \infty$  справедливо  $|S_1(L)| = 0$ .

Пусть  $B(L, \sigma)$  множество всех тупиковых  $\sigma$  покрытий матрицы  $L$  из  $M_{mn}^k$  и  $B(L) = \bigcup_{r=1}^n \bigcup_{\sigma \in E_k^r} \bigcup_{w \in W_r^n} B(L, \sigma)$ .

**Теорема 5.** Если  $n^\alpha \leq m \leq k n^\beta$ ,  $\alpha > 1$ ,  $\beta < 1/2$ , то для почти всех матриц  $L$  из  $M_{mn}^k$  при  $n \rightarrow \infty$  справедливо  $|S(L)|/|B(L)| \rightarrow \infty$ .

Ранее было установлено [1], что в противоположном случае, когда число строк в матрице по порядку меньше числа столбцов, почти всегда число  $\sigma$ -подматриц асимптотически совпадает с числом тупиковых  $\sigma$ -покрытий.

Полученные результаты применимы для изучения метрических свойств логических функций определенных на  $k$ -ичных  $n$ -мерных наборах и принимающих два значения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 01-01-00575 № 00-15-96064).

#### Литература

1. Дюкова Е.В., Журавлев Ю.И. Дискретный анализ признаков описаний в задачах распознавания большой размерности // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т. 40. №8. С.1264-1278.

## Эффективная реализация логических алгоритмов распознавания

*А.Г. Дьяконов*

(Москва)

### Задача ДНФ-реализации функций в распознавании образов

Основной и существенной частью большинства современных алгоритмов распознавания для задач с бинарной информацией является построение дизъюнктивной нормальной формы (ДНФ) характеристической функции класса. Характеристическая функция класса  $K$  обращается в единицу на описаниях эталонных объектов класса  $K$  и в ноль на описаниях эталонных объектов из других классов. Для построения ее ДНФ сначала строят ДНФ всюду определенной булевой функции, которая обращается в ноль только на описаниях эталонных объектов, не принадлежащих классу  $K$ , а затем удаляют из нее лишние конъюнкции. Таким образом, необходимо уметь строить ДНФ булевой функции по матрице, в которой перечислены нули этой функции. Очевидно, что построение сокращенной ДНФ по матрице нулей методом Нельсона (прямым перемножением скобок в совершенной КНФ) реально осуществимо только при малом числе переменных. Поэтому

представляет интерес разработка «не прямых» методов. На возможность построения таких методов указал С.В. Яблонский, им были детально изучены булевы функции с двумя нулями. В 80-х годах Ю.И. Журавлев и А.Ю. Коган показали, что сложность проблемы построения сокращенной ДНФ по матрице нулей не является препятствием для решения конкретных реально встречающихся задач распознавания. Ими были получены [1,2] эффективные алгоритмы построения достаточно близких к кратчайшим ДНФ функций, заданных перечислением своих нулей. Однако практическая реализация этих алгоритмов для построения ДНФ характеристических функций классов в задачах распознавания с большим числом признаков и эталонных объектов может оказаться достаточно трудоемкой.

В [3,4] предложены алгоритмы, которые по матрице нулей получают, быть может, более сложные ДНФ, но имеют трудоемкость, позволяющую применять эти алгоритмы на практике.

### **Тестовый подход к ДНФ-реализации функций**

В [3,4] доказано, что задача построения ДНФ по матрице нулей  $M$  размера  $k \times n$  может быть сведена (линейно по числу переменных) к задаче построения ДНФ по подматрице матрицы  $M$ , образованной тестовыми столбцами. Поскольку тест матрицы всегда можно выбрать тупиковым, то число столбцов в матрице новой задачи  $t < k$ , а почти всегда

$$t \leq 2 \log_2 k + \bar{0}(\log_2 k).$$

Для решения новой задачи уже могут применяться алгоритмы [1,2], так как их трудоемкость на таких матрицах невысока. Аналогичное сведение имеет место и для задачи построения тупиковой ДНФ по матрице нулей. Применяя такое сведение можно эффективно строить ДНФ характеристических функций классов в логических алгоритмах распознавания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 99-01-00433, 00-15-96064).

### **Литература**

1. Журавлев Ю.И., Коган А.Ю. Реализация булевых функций с малым числом нулей дизъюнктивными нормальными формами и смежные задачи // Докл. АН СССР. Т. 285. № 4. С. 795-799.
2. Журавлев Ю.И., Коган А.Ю. Алгоритм построения дизъюнктивной нормальной формы, эквивалентной произведению левых частей булевых уравнений нельсоновского типа // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1986. Т. 26. № 8. С. 1243-1249.
3. Дьяконов А.Г. Реализация одного класса булевых функций с малым числом нулей тупиковыми дизъюнктивными нормальными формами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. № 5. С. 828-835.

4. Дьяконов А.Г. Тестовый подход к реализации булевых функций с малым числом нулей дизъюнктивными нормальными формами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2001. Т. 41. № 12.

## **Вопросы моделирования семантической связанности для систем автоматизированного тестирования знаний.**

*Г.М. Емельянов, Д.В. Михайлов*  
(Великий Новгород)

При решении задач установления семантической эквивалентности текстов на Естественном Языке (ЕЯ) [4], в частности, при применении заданий открытой формы [2] в системах тестирования знаний, возникает задача сравнения смыслов связанных текстов, представленных различным количеством простых распространенных предложений. Для решения этой задачи предлагается построение и исследование формальной математической модели семантической связанности высказываний ЕЯ.

Будем считать, что модель решает задачу установления семантической связанности, если она решает следующие подзадачи :

- 1) Устанавливает наличие семантической связи между двумя различными предложениями ;
- 2) Реализует механизм суммирования смысла;

За основу предлагается взять модель языка как преобразователя “Смысл $\Leftrightarrow$ Текст” Мельчука [5]. Для определения наличия семантической связи между предложениями предлагается использовать Модели Управления (МУ) и аппарат Лексических Функций (ЛФ) слов, представленные в Толково-Комбинаторном Словаре (ТКС) современного русского языка [1]. При суммировании смыслов предлагается также использовать правила лексического и синтаксического перифразирования [5]. Предлагаемая модель выполняет преобразования над высказываниями на уровне Глубинно-Синтаксических Представления (ГСП), работая с Глубинно-Синтаксическими Структурами (ГСС) [5].

Сформируем определения и утверждения, характеризующих установление семантической связанности простых распространенных предложений ЕЯ.

Определение 1. Два предложения ЕЯ будем называть ЛФ - связанными, если в дереве ГСП одного предложения существует прообраз хотя бы одной лексемы из ГСП другого предложения в виде лексического коррелята [5] последней. В этой публикации говоря о связанности предложений, подразумевают именно ЛФ-связанность.

Утверждение 1. Семантическая ЛФ-связанность двух простых распространенных предложений ЕЯ является относительной.

Утверждение 2. В связном тексте из нескольких различных предложений может быть несколько смысловых конструкторов (моделей), каждый из которых представляет собой суммарный смысл нескольких предложений.

Следствие. Отсутствие смысловых конструкторов указывает на отсутствие связности рассматриваемого текста.

Утверждение 3. Если лексема, стоящая в вершине А дерева ГСС1 имеет прообраз-лексический коррелят в вершине В дерева ГСС2 :  $W(B) \in \{LF(W(A))\}$ , то прообразы вершин, дочерних для А в ГСС1, в ГСС2 будут находиться или на одном уровне с В (в большинстве случаев), или на более низких уровнях.

Утверждение 4 Для двух ЛФ-связанных предложений каждая из их ГСС может быть заменена на любую из построенного для нее ЛФ-синонимического множества [4].

Предлагается представление суммарного смысла текста в виде списка смысловых сумм, формируемого посредством алгоритма 1. Предполагается, что для предложений входного текста уже построены их ГСП в виде ГСС [5] с использованием описанных в [4] алгоритмов.

Алгоритм 1. Формирование списка смысловых сумм.

Вход : Список ГСС предложений.

Выход : Список смысловых сумм

Начало

*flag:=false; // Флаг отсутствия возможности паросочетаний ГСС  
Обнулить(Сумм\_смысл); //Суммарный смысл пары ГСС Предложений  
Рассмотренные:=∅; //Множество ГСС,  
// семантическая связанность которых уже рассмотрена*

*Список смысловых сумм:=∅;*

Пока Список ГСС предложений  $\neq \emptyset$  нц

*Выбрать ГСС<sub>i</sub> из Список ГСС предложений*

*Признак связанности:=false;*

пока не рассмотрены все сочетания ГСС<sub>i</sub> с ГСС<sub>j</sub> ( $i \neq j$ ) нц

Если Связанность(ГСС i, ГСС j)=true То Признак связанности:=true;

*Сумм\_смысл:= Сумм\_смысла(ГСС i, ГСС j);*

*Список смысловых сумм:= Список смысловых сумм  $\cup$  Сумм\_смысл*

Все кц

Если Признак связанности=true

То *Рассмотренные:= Рассмотренные  $\cup$  ГСС i*

*Список ГСС предложений:= Список ГСС предложений  $\setminus$  {ГСС i}*

Иначе *Список смысловых сумм:= Список смысловых сумм  $\cup$  {ГСС i}*

*Рассмотренные:= Рассмотренные  $\cup$  ГСС i*

*Список ГСС предложений:= Список ГСС предложений  $\setminus$  {ГСС i}* Все; кц

если *Рассмотренные=Список смысловых сумм*

то *flag:=true; // входной текст не является семантически связным*

## все Конец

Используя алгоритм 1, можно суммировать смыслы смысловых сумм, подставив полученный при проходе алгоритма *Список\_смысловых\_сумм* вместо исходного *Список ГСС предложений* до тех пор, пока при очередном проходе *flag* не установится в *true*. Полученный таким образом список смысловых сумм представляет собой перечисление ГСС смысловых (семантических) совокупностей данного текста. Попарное установление семантической связанности и суммирование смысла предложений предлагается с использованием нижеприведенного Алгоритма 2.

Алгоритм 2. *Сумм\_смысла*

Вход : Предложение 1, Предложение 2

Выход : ГСС, соответствующая суммарному смыслу

Начало

Построить ГСС для Предложение 1 (ГСС1) и Предложение 2 (ГСС2) с использованием алгоритмов 3.1 – 3.3 из [4];

Для всех  $w_i^1 \in W^1$  нц //  $W^1$ -Множество вершин ГСС1

Для всех  $w_j^2 \in W^2$  нц //  $W^2$ -Множество вершин ГСС2

Если  $w_j^2 \in \{ЛФ(w_i^1)\}$  //  $w_j^2$  – лексический коррелят  $w_i^1$

То выполнить ЛФ-синонимичную перестройку [4] дерева ГСС2 с учетом замены  $w_j^2$  на  $w_i^1$  все кц кц

Заменить в дереве ГСС1 нулевые лексемы их значениями из ГСС2

Конец

Для моделирования преобразований над деревьями ГСС предлагается использовать формальный аппарат грамматик деревьев [3]. Расширение и дополнение его введением правил для порождения из исходного дерева W/V-дерева [4] ряда деревьев с учетом функциональных зависимостей между пометками узлов и ветвей различных деревьев, а также порождения одного W/V дерева из нескольких с учетом этих зависимостей позволит реализовать модель семантической связанности на вычислительной машине.

## **Литература**

1. Igor A. Mel'cuk, Alexander K. Zholkovskiy. Explanatory Combinatorial Dictionary of Modern Russian. Semantico-Syntactic Studies of Russian Vocabulary.-Wiener Slawistischer Almanach, Sonderband 14, Vienna 1984.//Мельчук И.А., Жолковский А.К. Толково-комбинаторный словарь современного русского языка. Опыт семантико-синтаксического описания русской лексики. // Вена, 1984.
2. Аванесов В.С. Композиция тестовых заданий. Учебная книга для преподавателей вузов, учителей школ, аспирантов и студентов педвузов. // Адепт. Москва, 1998.
3. Гладкий А.В., Мельчук И.А. Грамматики деревьев. I. Опыт формализации преобразований синтаксических структур естественного

- языка // сб. “Информационные вопросы семиотики, лингвистики и автоматического перевода”, вып. I. Москва, 1971. С. 16–41.
4. Кречетова Т.В. Математическое моделирование семантической эквивалентности  $\Delta$  - грамматиками : дисс. // Великий Новгород , 1999.
  5. Мельчук И.А. Опыт теории лингвистических моделей “смысл $\leftrightarrow$ текст” : Семантика , синтаксис // Наука. Москва, 1974.

## **Методы построения распознающих алгоритмов**

*С.А. Жданов, Е.И. Иванова*

(Москва)

В докладе рассказывается о разработке программирующих комплексов, использующих математические методы теории распознавания образов, для применения их в психолого-педагогических исследованиях.

В течение ряда лет в МП ГУ проводится эксперимент по разработке критериев выбора учащимися того или иного цикла дисциплин, связанного с дифференциацией и углубленным изучением предметов в старших классах. При этом возникает необходимость выбора учащимися того или иного цикла учебных предметов: литературного, естественнонаучного, физико-математического, исторического и т.д. У многих школьников этот выбор не вызывает затруднений. У других же способности не раскрыты или проявляются слабо. Этим старшеклассникам нужны научно обоснованные рекомендации о выборе направления по углубленному изучению учебных предметов.

Критерии для таких рекомендаций могут опираться на методы моделирования, основанные на теории распознавания образов, У учеников выявляются наиболее существенные признаки, такие как быстрота и образность мышления, знание литературы и истории, умение логически мыслить, творческие способности и т.д. Совокупность этих признаков дает возможность построить модель, в которой прослеживаются те или иные области дифференциации. Модель опирается на оценки психологов, обществоведов, лингвистов, педагогов. Такой подход, в сочетании с мнением опытных педагогов позволяет сформулировать необходимые критерии и помочь учащимся определить свой жизненный путь.

## **Теоретико-возможностные модели распознавания**

*Г.С. Животников, Ю.П. Пытьев*

(Москва)

Теоретико-возможностные методы распознавания сравниваются с их теоретико-вероятностными и морфологическими [2] аналогами.

Представлена стохастическая модель возможности, позволяющая численно реализовать теоретико-возможностную модель распознавания с



априори заданным распределением возможностей распознаваемых изображений и помех. Показано, что всякому дискретному упорядоченному распределению возможностей можно поставить в соответствие класс распределений вероятностей, согласованный с ним. Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о достаточно высокой эффективности теоретико-возможностных методов распознавания.

#### **Литература**

1. Пытьев Ю. П., Животников Г. С. Теоретико-возможностные модели распознавания. // Pattern Recognition and Image Analysis, в печати.
2. Yu. P. Pyt'ev. Morphological Image Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis, 1993, v.3, No.1, pp.19-28.

### **Теоретико-возможностные методы восстановления функциональных зависимостей по данным измерений с ошибками**

*О. В. Жучко, Ю. П. Пытьев*  
(Москва)

Рассмотрены теоретико-возможностные методы восстановления функциональной зависимости по данным наблюдений, в которых как значения функции, так и соответствующие значения её аргумента получены с ошибками, и априорной информации о классе, которому принадлежит искомая функция. Представлены методы и алгоритмы, основанные на минимизации ошибки восстановления, или — на минимизации необходимости (возможности) ошибки, позволяющие оценивать адекватность теоретико-возможностной модели наблюдений [1, 2].

#### **Литература**

1. Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения. // УРСС. Москва, 2000.
2. Пытьев Ю. П., Жучко О. В. Methods of the Theory of Possibilities in the Problem of Optimal Estimation and Decision Making V (Possibility Methods of Reconstruction of Functions) // в печати.

### **Быстрые алгоритмы классификации и распознавания образов на основе цифровых согласованных фильтров**

*А. А. Ильин*  
(Тула)

Часто при решении практических задач классификации и распознавания образов необходимо определить: присутствует ли во входном сигнале некий заранее известный образ. В теории цифровой согласованной фильтрации этот образ представляется импульсной характеристикой согласованного

цифрового фильтра. Подобные задачи приходится решать при обнаружении объектов радиолокационными системами, при автоматизированной постановке диагноза в медицинских и ветеринарных системах, при автоматической разбраковке заготовок и изделий в производстве, при идентификации личности на основе биометрии и в ряде других случаев. Указанные задачи в большинстве случаев должны решаться в реальном масштабе времени, а следовательно актуальной является проблема создания быстрых алгоритмов цифровой обработки сигналов, ориентированных на применение в системах классификации и распознавания образов.

Линейные цифровые согласованные фильтры математически записываются в виде дискретных сверток [1, 2 и др.]. С появлением в 1965 г. быстрых алгоритмов преобразования Фурье (БПФ) циклические свертки стали вычислять на основе теоремы о свертке с использованием процедуры прямого и обратного БПФ. В работе рассмотрены две группы быстрых алгоритмов БПФ и дискретной циклической свертки для блоков данных большой длины, инвариантных к размерам блоков обрабатываемых данных: а) алгоритмы БПФ Кули – Тьюки по смешанным основаниям и б) гнездовые алгоритмы БПФ и дискретной циклической свертки.

Если длину блока данных  $N$  можно представить как произведение целых положительных чисел  $r_i > 1$  ( $N = r_0 \cdot r_1 \cdot \dots \cdot r_{m-1}$ , где  $m$  – количество этапов алгоритма БПФ,  $r_i$ ,  $i = 0, \dots, m-1$  – основание  $i$ -го этапа алгоритма БПФ), то можно реализовать алгоритм БПФ Кули – Тьюки по смешанным основаниям. В [1, 2 и др.] на основе представления одномерных массивов данных двумерными приведена методика синтеза алгоритмов БПФ по смешанным основаниям для блоков данных конкретной длины и конкретной схемы алгоритма (порядка значений оснований для каждого этапа). Ниже на основе представления одномерных массивов данных трехмерными приведен алгоритм БПФ по смешанным основаниям с прореживанием по частоте, инвариантный к длинам блоков обрабатываемых данных и схемам алгоритмов обработки. Массив оснований этапов алгоритма  $R = (r_0, r_1, \dots, r_{m-1})$ , его размерность  $m$  и входной блок данных являются исходными данными для представленного ниже алгоритма. В выражении (1) отражено соответствие индексов одномерного и трехмерного массива данных. Сам алгоритм представлен выражениями (2) – (4), обладает достаточной регулярностью, легко программируется и микропрограммируется. Обрабатываемые данные хранятся в массиве  $X_k$ , обращаться к которому возможно и как к одномерному, и как к трехмерному.

$$[i, l, j] \equiv \left[ \frac{i \cdot r_k \cdot N}{\prod_{q=0}^k r_q} + \frac{l \cdot N}{\prod_{q=0}^k r_q} + j \right], k = 0, \dots, m-1. \quad (1)$$

$$X_{-1}[n] := x[n], n = 0, \dots, N-1; \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} X_k[i, l, j] &:= \sum_{n=0}^{r_k-1} X_{k-1}[i, n, j] \cdot W_N^{l \cdot n}, l = 0, \dots, r_k - 1; \\ X_k[i, l, j] &:= X_k[i, l, j] \cdot W_N^{l \cdot j \left( \prod_{q=0}^k r_q \right) / r_k}, l = 0, \dots, r_k - 1; \end{aligned} \right\}$$

$$j = 0, \dots, \frac{N}{\prod_{q=0}^k r_q} - 1; i = 0, \dots, \frac{N}{r_k} - 1; k = 0, \dots, m-1. \quad (3)$$

$$X[n] := X_{m-1}[n], n = 0, \dots, N-1. \quad (4)$$

где  $x[n]$ ,  $n = 0, \dots, N-1$  – входная последовательность БПФ;  $X[n]$ ,  $n = 0, \dots, N-1$  – выходная последовательность БПФ;  $W_N = e^{-j2\pi N}$ ,  $j = \sqrt{-1}$ .

Непосредственно обработка в алгоритме записывается двумя строками в фигурной скобке выражения (3). Первая строка определяет  $r_k$ -точечное ДПФ, которое следует выполнять по эффективному в смысле вычислительной сложности алгоритму. Вторая строка определяет умножение выходных отсчетов  $r_k$ -точечного ДПФ на фазовые множители. Обе строки выполняются в трех вложенных циклах, самым внешним из которых должен быть цикл по этапам алгоритма (переменная  $k$ ). Вложенность циклов по переменным  $i$  и  $j$  может быть любой. Следует иметь в виду, что выходная последовательность БПФ будет представлена, в так называемом,  $R$ -ично инверсном порядке. Алгоритм  $R$ -ичной инверсии для любого массива оснований алгоритма рассмотрен в докладе. По выражению (3) достаточно просто оценить вычислительную сложность алгоритма в операциях умножения и сложения. При этом легко учитываются тривиальные умножения (умножения на  $\pm 1$  и  $\pm j$ ). Предложенный подход позволяет достаточно просто записать обобщенный алгоритм БПФ по смешанным основаниям с прореживанием по времени, а также в режиме замещения, когда для обработки данных на каждом этапе алгоритма служит лишь один массив  $X$ .

В докладе представлена методика реализации менее регулярных, чем алгоритм БПФ Кули – Тьюки, но отличающихся меньшей вычислительной сложностью быстрых гнездовых алгоритмов БПФ и дискретной циклической свертки [3]. Рассмотрение гнездовых алгоритмов и БПФ, и дискретной циклической свертки вызвано тем, что для некоторых длин блоков обрабатываемых данных методика вычисления свертки на основе теоремы о свертке отличается меньшей вычислительной сложностью, чем гнездовой алгоритм дискретной циклической свертки. Приведены алгоритмы для обработки одномерных сигналов и монохромных изображений. Показано как на основе построчно-столбцевого метода за счет изменения порядка операций и ортогональности преобразований удастся минимизировать количество операций умножений в гнездовых алгоритмах БПФ и дискретной циклической свертки и двумерных сигналов.

Рассмотрен пример практического использования рассмотренных быстрых алгоритмов цифровой согласованной фильтрации для контроля правильности геометрического расположения элементов на печатных платах. Каждый элемент печатной платы должен находиться в строго определенном месте печатной платы с учетом определенных допусков. Контроль правильности расположения элементов на печатных платах осуществляется следующим образом. Изготовленные печатные платы движутся по конвейеру в определенных посадочных местах со строгой ориентацией. В конце конвейера изображение печатной платы считывается видеокамерой, оцифровывается и передается в компьютер для обработки. Обработка заключается в распознавании на основе цифровой согласованной фильтрации элементов и определения координат их расположения на печатной плате. Если хотя бы один элемент расположен не на своем месте, печатная плата считается бракованной, с конвейера она автоматически помещается в хранилище бракованных плат, а компьютер формирует документ с указанием какие элементы находятся на недопустимых местах (указываются допустимые и реальные координаты места нахождения элемента на плате). Если все элементы находятся на допустимых местах, плата автоматически помещается в хранилище готовой продукции. Контролеру требуется в среднем 15 минут для проверки одной печатной платы. Рассмотренная система решает эту задачу за 20 секунд.

### Литература

1. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
2. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978. - 848 с.
3. Ильин А.А. и др. Пакет прикладных программ для обработки изображений на основе гнездовых алгоритмов БПФ и циклической свертки // Оборонная техника № 7 – 8, 1994. С. 115 – 116.

# Оценивание параметров линейной динамической модели прогнозирования

*О.А. Кацюба, Ю.Ю. Пахомов*

(Самара)

При решении задачи моделирования поведения или создании систем управления сложными объектами (в частности, объектами нефтехимии) необходимо решать задачу прогнозирования поведения объекта на  $k$ -шагов.

Пусть имеет место линейная модель некоторого случайного процесса, описываемого линейным стохастическим разностным уравнением:

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t), \text{ где}$$

$$\text{фильтр - } G(q) = \frac{B(q)}{A(q)}, \quad B(q) = \sum_{m=0}^r b_m^{(0)} q^m, \quad A(q) = \sum_{m=0}^r a_m^{(0)} q^m,$$

$q$  – оператор сдвига назад,

$v(t)$  – случайный процесс типа мартигал-разностей с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией;

( $v(t) = H(q)e(t)$ , где  $e(t)$  – белый шум).

Известно, что прогноз на  $k$ -шагов определяется [1] следующим выражением:

$$\hat{y}(t+k|_t) = G(q)u(t+k) + \tilde{H}_k(q)H^{-1}(q)[y(t) - G(q)u(t)], \text{ где}$$

$$\tilde{H}_k(q) = \sum_{l=k}^{\infty} h(l)q^{-l+k},$$

$h(l)$  – значение весовой функции фильтра  $H(q)$ .

Однако в большинстве случаев параметры фильтров  $H(q)$  и  $G(q)$  не известны. Поэтому необходимо на первом этапе произвести идентификацию параметров. Для простоты изложения рассмотрена следующая модель объекта:

$$Z_i - \sum_{m=1}^r a_m^{(0)} Z_{i-m} = \sum_{m=0}^r b_m^{(0)} u_{i-m} + v_i^{(1)}$$

$$y_i = Z_i + v_i^{(2)}.$$

Эта задача в связи с наличием помех во входных предикторах обычным методом наименьших квадратов (МНК) не решается.

Для решения задачи предлагается обобщенный метод наименьших квадратов (МНК), в котором используется следующий критерий:

$$\min_{\left(\frac{a}{b}\right)} w^{-1}(a) U_N(b, a),$$

$$U_N(\mathbf{b}, \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N (y_i - y_r^T(i)\mathbf{a} - \mathbf{u}_r^T(i)\mathbf{b})^2,$$

$$w = 1 + \gamma + \mathbf{a}^T \mathbf{a}, \text{ где}$$

$$y_r(i) = (y_{i-1}, \dots, y_{i-r})^T,$$

$$\mathbf{u}_r(i) = (\mathbf{u}_i, \dots, \mathbf{u}_{i-r})^T,$$

$$\gamma = \frac{\sigma_{v_1}^2}{\sigma_{v_2}^2}.$$

В докладе указана состоятельность почти наврное указанных оценок и приведены примеры прогноза и погрешности прогноза при оценках параметров объекта.

### Литература

1. Ljung L. Consistency of the Least-Squares Identification method // IEEE Trans. Aut. Control, 1976. № 10 С. 779-781.

## **Апостериорное совместное обнаружение и оценивание квазипериодически повторяющегося фрагмента числовой последовательности при заданном числе повторов**

*А.В. Кельманов, С.А. Хамидуллин*

(Новосибирск)

Под *числовой квазипериодической последовательностью* подразумевается всякая числовая последовательность, включающая такие подпоследовательности подряд расположенных членов, которые имеют характерные постоянные детерминированные или стохастические свойства, причем для всех пар следующих друг за другом подпоследовательностей разность между номерами первых членов последующей и предыдущей подпоследовательности лежит в фиксированном интервале.

В [1-3] обоснованы полиномиальные алгоритмы апостериорного типа для решения задач обнаружения, совместного обнаружения и различения, а также распознавания (классификации) числовых квазипериодических последовательностей. В цитируемых работах предполагалось, что квазипериодическая последовательность содержит неизвестные эталонные фрагменты (подпоследовательности) из некоторого заданного алфавита. В данной работе рассматривается иная постановка, а именно: требуется оценить эталонные элементы (фрагменты квазипериодической последовательности) в условиях, когда наблюдаемые данные искажены шумом. По своей сути рассматриваемая задача является задачей обучения.

Допустим, что компоненты вектора  $X = (x_0, \dots, x_{N-1}) \in \mathfrak{R}^N$  образованы по правилу:  $x_n = \sum_{m=1}^M u_{n-n_m}$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , где последовательность  $u_n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , обладает свойством:  $u_n = 0$ , при  $n < 0$  и  $n > q-1$  ( $q$  - натуральное число). Назовем вектор  $U = (u_0, \dots, u_{q-1})$  - эталонным вектором, последовательность его компонент - эталонной последовательностью, а  $q$  - длиной эталонной последовательности. Предположим, что  $\|U\|^2 < \infty$ . Будем говорить, что компоненты вектора  $X$  образуют числовую квазипериодическую последовательность, порожденную эталонным вектором  $U$ . В соответствии с указанным правилом последовательность компонент эталонного вектора можно трактовать как фрагмент (подпоследовательность) последовательности  $x_n$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , который (которая) повторяется  $M$  раз, начиная с номеров  $n_1, \dots, n_M$ . Если номера членов последовательности интерпретировать как моменты времени, то набор  $\eta = (n_1, \dots, n_M)$  можно трактовать как совокупность моментов времени начала эталонных фрагментов в последовательности компонент вектора  $X$ .

Пусть вектор  $\eta = (n_1, \dots, n_M)$  - элемент множества  $\Omega = \{ \eta: 0 \leq n_1 \leq T_{\max} - q; \quad 0 \leq N - T_{\max} \leq n_M \leq N - q; \quad q \leq T_{\min} \leq n_m - n_{m-1} \leq T_{\max}, \quad m = \overline{2, M} \}$ , зависящего от натуральных чисел  $N$ ,  $T_{\max}$ ,  $T_{\min}$  и  $q$ . Из определения множества  $\Omega$  следует, что при фиксированных  $T_{\max}$ ,  $T_{\min}$ ,  $q$  и  $N$  число повторяющихся фрагментов  $M$  ограничено сверху и снизу, то есть  $M_{\min} \leq M \leq M_{\max}$ . В работе показано, что:  $M_{\min} = \lfloor (N + q - 1) / T_{\max} \rfloor$ ,  $M_{\max} = \lfloor (N - q) / T_{\min} \rfloor + 1$ , причем  $\Omega = \bigcup_{M=M_{\min}}^{M_{\max}} \Omega_M$ , где  $\Omega_M$  - множество всевозможных наборов  $\eta$  фиксированной размерности  $M$ .

Пусть случайный вектор  $Y = (y_0, \dots, y_{N-1})$  есть сумма двух независимых векторов:  $Y = X(\eta, U) + E$ , где  $\eta \in \Omega$ ,  $U \in \mathfrak{R}^q$ , а  $E = (\varepsilon_0, \dots, \varepsilon_{N-1})$  - гауссовский вектор, компоненты которого

независимы, одинаково распределены и имеют нулевое математическое ожидание и известную дисперсию  $\sigma^2 < \infty$ .

Задача совместного обнаружения и оценивания состоит в том, чтобы по наблюдаемому вектору  $Y$  найти максимально правдоподобную пару векторов  $\eta = (n_1, \dots, n_M)$  и  $U = (u_0, \dots, u_{q-1})$  заданных размерностей.

Параметры задачи  $N, T_{\min}, T_{\max}$  и  $\sigma^2$  считаются известными.

В работе доказано, что максимизация функции правдоподобия сводится к решению дискретной экстремальной задачи:

$$S(n_1, \dots, n_M) = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \sum_{k=0}^{q-1} y_{n_i+k} y_{n_j+k} \rightarrow \max_{\Omega_M}.$$

При этом оптимальный набор, соответствующий началам обнаруженных фрагментов, определяется по правилу:  $(\hat{n}_1, \dots, \hat{n}_M) = \arg \max_{\Omega_M} S$ , а оценки максимального правдоподобия компонент вектора  $U$  находятся по формуле:

$$\hat{u}_k = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_{\hat{n}_i+k}, \quad k = \overline{0, q-1}.$$

Предложен приближенный эвристический алгоритм совместного обнаружения и оценивания, в котором вместо указанной экстремальной задачи решается задача нахождения максимума сепарабельной целевой функции:

$$S'(n_1, \dots, n_M) = \sum_{i=1}^M \sum_{k=0}^{q-1} y_{n_i+k}^2 \rightarrow \max_{\Omega_M},$$

а искомый набор начал обнаруженных фрагментов находится по правилу:  $(\hat{n}_1, \dots, \hat{n}_M) = \arg \max_{\Omega_M} S'$ . Для приближенного алгоритма получены рекуррентные формулы пошаговой оптимизации, обеспечивающие нахождение глобального экстремума целевой функции  $S'$ . Установлено, что трудоемкость приближенного алгоритма есть величина  $\sim M(T_{\max} - T_{\min} + 1)(N - q + 1)$ , а затраты по памяти оцениваются величиной  $\sim MN$ , где  $M \in [M_{\min}, M_{\max}]$ .

Данные численного моделирования позволяют сделать вывод о том, что приближенный алгоритм может успешно использоваться в разнообразных



приложениях, связанных с обработкой квазипериодических сигналов (например, импульсных последовательностей), в тех случаях, когда уровень помехи относительно невелик. Кроме того, найденные оценки могут служить начальным приближением для более точных алгоритмов совместного обнаружения и оценивания.

Работа выполнена в рамках проекта № 00-01-00795, поддержанного РФФИ.

### **Литература**

1. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Оптимальное обнаружение заданного числа одинаковых подпоследовательностей в квазипериодической последовательности // Сиб. журн. вычисл. математики. 1999. Т.2, №4. С. 333-349.
2. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Апостериорное совместное обнаружение и различение заданного числа подпоследовательностей в квазипериодической последовательности // Сиб. журн. индустриальной математики. 1999. Т.2, № 2 (4). С. 106-119.
3. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Распознавание квазипериодической последовательности, образованной из заданного числа одинаковых подпоследовательностей // Сиб. журн. индустриальной математики. 1999. Т.2, № 1. С. 53-74.

## **Алгебраические методы обучения функционалов оценки качества конечных метрических конфигураций**

*А.А. Кирсанов, К.В. Рудаков*

(Москва)

Под конечной метрической конфигурацией понимается произвольное конечное множество объектов вместе с введенной на нем каким либо образом метрикой. Конфигурации такого рода являются обычной составной частью начальной информации задач распознавания. При этом достаточно часто на множестве объектов бывают определены целые семейства метрик, причем отдельные метрики из этих семейств бывают заданы с большей степенью произвола.

Одним из важнейших этапов решения задач распознавания и одним из крайне эффективных приемов изучения начальных данных (задачи класса Data mining) является построение на основе имеющихся одной или нескольких «хороших» в том или ином смысле производных метрик. Для формализации понятия «хорошая» метрика естественно использовать соответствующие функционалы – функционалы оценки качества конечных метрических конфигураций. В докладе приводятся примеры эвристических семейств функционалов такого типа, то есть семейств

действительнозначных функций, определенных на конечных метрических конфигурациях.

Отметим, что при фиксированном функционале оценки качества метрических конфигураций задача синтеза производной метрики оказывается некоторой специальной задачей оптимизации.

Отметим также, что с позиции алгебраического подхода вышеуказанные семейства функционалов оказываются типичными эвристическими информационными моделями, что позволяет естественным образом ставить и решать вопросы о процедурах обучения и алгебраической коррекции.

Проблема обучения естественным образом подразумевает возможность использования адекватного массива прецедентов (под прецедентом при этом понимается пара вида <метрическая конфигурация – оценка качества>). Массив прецедентов может быть сформирован, например, экспертом, которому предъявляются плоские или объемные представления метрической конфигурации и от которого требуется дать количественную оценку их качества.

## Комитетные свойства несовместных систем линейных неравенств на плоскости

*К. С. Кобылкин*

(Екатеринбург)

Построение решающих правил, основанных на разделении материала обучения гиперплоскостью, часто связано с несовместными системами однородных линейных неравенств. Одним из методов решения задачи в этом случае является построение комитетов таких систем.

Рассмотрим систему однородных линейных неравенств в  $\mathbf{R}^n$

$$(c_j, x) > 0, \quad j = 1, \dots, m \quad (1)$$

**Определение 1.** *Комитетом* системы однородных линейных неравенств (1) называется такая конечная последовательность  $K = \{x^1, \dots, x^p\} \subset \mathbf{R}^n$ , что каждому неравенству системы (1) удовлетворяет большинство векторов  $K$ .

Один из методов построения комитетов связан с проектированием материала обучения на плоскость. Комитет строится для несовместной системы однородных линейных неравенств на плоскости. Оказывается, вектора неравенств такой системы являются комитетом для системы неравенств, задаваемых членами ее комитета.

Пусть в пространстве  $\mathbf{R}^2$  задан конус  $K$ . Будем писать  $(a, K) > 0$ , если линейная функция  $a^*(\cdot)$ , определяемая формулой

$$a^*(x) = (a, x)$$

положительна на конусе  $K$ , то есть для любого  $x \in K$  выполняется неравенство  $(a, x) > 0$ . Рассмотрим несовместную систему однородных линейных неравенств на плоскости

$$(c_j, x) > 0, \quad j = 1, \dots, m, \quad x \in \mathbf{R}^2 \quad (2)$$

Предположим, что система (2) имеет комитет. Пусть  $K_1, \dots, K_p$  – конусы решений максимальных по включению совместных подсистем (МСП) системы (2). Справедлива

**Теорема 1 (Мазуров Вл.Д., [1]).** Набор решений МСП системы (2), взятых для каждой МСП по одному, является комитетом системы (2).

Наряду с системой (2) рассмотрим сопряженную систему

$$(c, K_i) > 0, \quad i = 1, \dots, p, \quad c \in \mathbf{R}^2 \quad (3)$$

Решением этой системы является такой вектор  $c \in \mathbf{R}^2$ , что отвечающая ему положительная полуплоскость содержит все конусы решений МСП системы (2).

**Утверждение 1.** Система (2) совместна тогда и только тогда, когда совместна система (3).

**Определение 2.** Комитетом системы (3) называется такая конечная последовательность  $K^* = \{c^1, \dots, c^q\} \subset \mathbf{R}^2$ , что каждый конус  $K_j$  решений МСП системы (2) содержится в большинстве полуплоскостей  $S^h = \{x \in \mathbf{R}^2 : (c^h, x) > 0\}$ , ( $h = 1, \dots, q$ ), соответствующих векторам из  $K^*$ .

Пусть  $K = \{x^1, \dots, x^p\}$  – последовательность, состоящая из решений МСП системы (2), взятых для каждой МСП по одному. Из теоремы 1 следует, что  $K$  – комитет системы (2). Рассмотрим систему однородных линейных неравенств на плоскости

$$(c, x^i) > 0, \quad i = 1, \dots, p \quad (4)$$

**Утверждение 2.** Вектора  $c_j$ , ( $j = 1, \dots, m$ ) являются решениями МСП системы (4).

**Утверждение 3.** Любая МСП системы (4) имеет в качестве решения некоторый вектор  $c_j$ .

Пусть  $K^* = \{c_j : j \in J\}$  – последовательность, состоящая из векторов  $c_j$ , взятых для каждой МСП системы (4) по одному.

**Теорема 2.** Последовательность  $K^*$  является комитетом систем (3) и (4).  
Работа поддержана грантом РФФИ № 00-01-00371.

#### Литература

1. Мазуров Вл.Д. Метод комитетов в задачах оптимизации и классификации // Наука, М. 1990. С. 69
2. Гайнанов Д.Н. О графах максимальных совместных подсистем несовместных систем линейных неравенств // Деп. в ВИНТИ №229-81, Свердловск, 1980, С. 1-45

### Алгоритмы динамического программирования для оценивания моделей нестационарных сигналов

*А.А. Костин, А.В. Копылов, О.В. Красоткина, В.В. Моттль*

(Тула)

Сигналы представляют собой обширный класс объектов распознавания, возникающий во многих приложениях. Однако прежде, чем искать решающее правило отнесения сигнала к одному из классов, необходимо решить задачу его представления в виде, удобном для принятия окончательного решения.

Одним из типичных видов представления сигналов  $Y = (y_t, t = 1, \dots, N)$  в задачах распознавания является последовательность оценок  $\hat{X} = (\hat{x}_t, t = 1, \dots, N)$  векторного параметра  $x_t$  некоторой локальной нестационарной модели сигнала вдоль оси его аргумента при априорном предположении о достаточно плавном изменении оцениваемого параметра. В данной работе обсуждаются задачи оптимизации, возникающие при использовании вариационного принципа [1,2,3,4] для получения таких оценок в рамках одного достаточно широкого класса локальных моделей.

Рассматривается задача оценивания модели нестационарной регрессии, в которой подлежащий анализу векторный сигнал  $Y = ((y_t^0, y_t), t = 1, \dots, N)$  состоит из двух частей – векторной последовательности  $y_t \in \mathbb{R}^n$  и числовой последовательности  $y_t^0 \in \mathbb{R}$ . Основное модельное предположение заключается в том, что векторная компонента  $y_t$  зарегистрирована как проявление некоторого внешнего процесса, свойства которого не изучаются,

а числовая компонента  $y_t^0$  в каждой точке наблюдения получена как зашумленная линейная функция векторной компоненты  $y_t^0 = \mathbf{x}_t^T \mathbf{y}_t + \xi_t$ , определяемая последовательностью неизвестных векторных коэффициентов регрессии  $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n$ . Задача заключается в оценивании последовательности коэффициентов регрессии  $X = (\mathbf{x}_t, t = 1, \dots, N)$  в предположении, что они изменяются в основном достаточно медленно, претерпевая, быть может, относительно редкие скачки. Что касается шума наблюдения  $\xi_t$ , то он рассматривается как относящийся к тому типу, который в теории случайных процессов называют белым шумом с неизвестной интенсивностью.

От искомой последовательности коэффициентов регрессии  $X = (\mathbf{x}_t, t = 1, \dots, N)$  естественно потребовать, чтобы квадрат остатка аппроксимации сигнала был как можно меньше в каждой точке  $\psi_t(\mathbf{x}_t) = (y_t^0 - \mathbf{x}_t^T \mathbf{y}_t)^2 = (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_t^0)^T \mathbf{Q}_t^0 (\mathbf{x}_t - \mathbf{x}_t^0) \rightarrow \min_{\mathbf{x}_t}$ . Такая квадратичная функция является вырожденной в силу вырожденности неотрицательно определенной матрицы  $\mathbf{Q}_t^0 = \mathbf{y}_t \mathbf{y}_t^T$ . Множество значений  $\mathbf{x}_t$ , обеспечивающих нулевое значение мгновенного остатка, образует в  $\mathbb{R}^n$  аффинное многообразие размерности  $n-1$ , в котором  $\mathbf{x}_t^0 = (y_t^0 / \mathbf{y}_t^T \mathbf{y}_t) \mathbf{y}_t$  является вектором с наименьшей нормой. Квадратичную функцию  $\psi_t(\mathbf{x}_t)$  с центром в точке  $\mathbf{x}_t^0$  естественно рассматривать как «размытую» локальную оценку мгновенного вектора коэффициентов регрессии.

С другой стороны, модельное предположение о гладкости искомой последовательности  $X = (\mathbf{x}_t, t = 1, \dots, N)$  приводит к требованию  $\gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t) = (\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_t)^T \mathbf{U}_t (\mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_t) \rightarrow \min_{\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t}$  для каждой пары соседних элементов сигнала, где  $\mathbf{U}_t$  – подходящая последовательность положительно определенных матриц  $n \times n$ , в простейшем случае одинаковых, выбор которой определяет требуемую степень и характер сглаживания «размытых» локальных оценок.

Компромисс между этими двумя взаимно противоречивыми требованиями обеспечивается комплексным квадратичным критерием

$$J(X) = \sum_{t=1}^N \psi_t(\mathbf{x}_t) + \sum_{t=2}^N \gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t), \quad (1)$$

В данном докладе эта задача рассматривается с точки зрения применимости метода динамического программирования, который хотя и адекватен парно-сепарабельным критериям вида (1), но был создан для решения задач оптимизации с дискретными аргументами.

Центральная идея метода динамического программирования заключается в понятии последовательности функций Беллмана  $\tilde{J}_t^-(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}} J_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t)$ , связанных с частичными критериями  $J_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t) = \sum_{s=1}^t \psi_s(\mathbf{x}_s) + \sum_{s=2}^t \gamma_s(\mathbf{x}_{s-1}, \mathbf{x}_s)$ . Функции Беллмана для  $t = 1, \dots, N$  вычисляются последовательно по легко доказываемому рекуррентному соотношению  $\tilde{J}_t^-(\mathbf{x}_t) = \psi_t(\mathbf{x}_t) + \min_{\mathbf{x}_{t-1}} [\gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t) + \tilde{J}_{t-1}^-(\mathbf{x}_{t-1})]$ , начиная с  $\tilde{J}_1^-(\mathbf{x}_1) = \psi_1(\mathbf{x}_1)$ . В силу квадратичности критерия (1) функции Беллмана также будут квадратичными  $\tilde{J}_t^-(\mathbf{x}_t) = \tilde{b}_t^- + (\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t^-)^T \tilde{\mathbf{Q}}_t^-(\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t^-)$ , и их вычисление сводится к рекуррентному пересчету параметров  $\tilde{\mathbf{Q}}_t^-$ ,  $\tilde{\mathbf{x}}_t^-$  и  $\tilde{b}_t^-$ .

Наряду с частичными критериями  $J_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t)$ , которые определяются слева направо, начиная с первого отсчета сигнала, и которые мы будем называть левыми, вполне естественно рассматривать симметричные по отношению к ним правые частичные критерии, определяемые с конца сигнала  $J_t^+(\mathbf{x}_t, \dots, \mathbf{x}_N) = \sum_{s=t}^N \psi_s(\mathbf{x}_s) + \sum_{s=t}^{N-1} \gamma_{s+1}(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_{s+1})$ . Соответственно, в дополнение к левым функциям Беллмана  $\tilde{J}_t^-(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}} J_t^-(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t)$  введем в рассмотрение их правые аналоги  $\tilde{J}_t^+(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_{t+1}, \dots, \mathbf{x}_N} J_t^+(\mathbf{x}_t, \dots, \mathbf{x}_N)$ , рекуррентно вычисляемые в противоположном направлении  $\tilde{J}_t^+(\mathbf{x}_t) = \psi_t(\mathbf{x}_t) + \min_{\mathbf{x}_{t+1}} [\gamma_{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}) + \tilde{J}_{t+1}^+(\mathbf{x}_{t+1})]$ , начиная с последней правой функции Беллмана  $\tilde{J}_N^+(\mathbf{x}_N) = \psi_N(\mathbf{x}_N)$ . Правые функции Беллмана, как и левые, также являются квадратичными  $\tilde{J}_t^+(\mathbf{x}_t) = \tilde{b}_t^+ + (\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t^+)^T \tilde{\mathbf{Q}}_t^+(\mathbf{x}_t - \tilde{\mathbf{x}}_t^+)$  и полностью характеризуются своими параметрами  $\tilde{\mathbf{x}}_t^+$ ,  $\tilde{\mathbf{Q}}_t^+$  и  $\tilde{b}_t^+$ .

Встреча левой и правой функций Беллмана в некоторой точке  $t$  дает так называемую маргинальную функцию  $\hat{J}_t(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_s, s \neq t} J(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ , минимум которой непосредственно указывает оптимальное значение целевой переменной в этой точке

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \arg \min_{\mathbf{x}_t} \hat{J}_t(\mathbf{x}_t),$$

$$\hat{J}_t(\mathbf{x}_t) = \min_{\mathbf{x}_{t-1}} [\gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t) + \tilde{J}_{t-1}^-(\mathbf{x}_{t-1})] + \psi_t(\mathbf{x}_t) + \min_{\mathbf{x}_{t+1}} [\gamma_{t+1}(\mathbf{x}_t, \mathbf{x}_{t+1}) + \tilde{J}_{t+1}^+(\mathbf{x}_{t+1})].$$

Маргинальные функции квадратичны  $\hat{J}_t(\mathbf{x}_t) = \hat{b}_t + (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_t)^T \hat{\mathbf{Q}}_t(\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{x}}_t)$ , поэтому достаточно вычислить их параметры:

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \hat{\mathbf{Q}}_t^{-1} \left[ \mathbf{U}_t (\mathbf{U}_t + \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}^-)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}^- \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} + \mathbf{Q}_t^0 \mathbf{x}_t^0 + \mathbf{U}_{t+1} (\mathbf{U}_{t+1} + \tilde{\mathbf{Q}}_{t+1}^+)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_{t+1}^+ \tilde{\mathbf{x}}_{t+1}^+ \right],$$

$$\hat{\mathbf{Q}}_t = \mathbf{U}_t (\mathbf{U}_t + \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}^-)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_{t-1}^- + \mathbf{Q}_t^0 + \mathbf{U}_{t+1} (\mathbf{U}_{t+1} + \tilde{\mathbf{Q}}_{t+1}^+)^{-1} \tilde{\mathbf{Q}}_{t+1}^+.$$

Такую схему динамического программирования мы называем процедурой «вперед и навстречу».

В докладе рассмотрено применение процедуры динамического программирования «вперед и навстречу» для оценивания модели нестационарной регрессии с сохранением достаточно редких скачков в изменении ее параметров, для оценивания дисперсии шума наблюдения в модели нестационарной регрессии, а также для автоматического определения требуемой степени сглаживания при оценивании параметров нестационарной модели.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 99-01-00372 и Государственной научно-технической программы «Перспективные информационные технологии».

### **Литература**

1. Mottl V.V., Blinov A.B., Kopylov A.V., Kostin A.A. Computer-aided signal and image processing: A universal variational approach. Journal of Journals: Review of Global Scientific Achievements, 1998, Vol. 2, No. 1, pp. 23-30.
2. Mottl V., Blinov A., Kopylov A., Kostin A., Muchnik I. Variational methods in signal and image analysis. Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. Brisbane, Australia, August 16-20, 1998. Volume I, pp. 525-527.
3. Mottl V., Kopylov A., Kostin A. Edge-preserving in generalized smoothing of signals and images. Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. Brisbane, Australia, August 16-20, 1998. Volume II, pp. 1579-1581.

## **Синдромальный метод кластеризации объектов на основе оптимальных тупиковых нечётких тестов**

*И.В.Котельников*  
(Нижний Новгород)

В оценке итогов развития кластерного анализа за длительный период [1,2] отмечались следующие общие недостатки и проблемы существующих методов кластеризации:

1) в большинстве известных алгоритмов кластеризации взаимосвязь между объектами является одномерной (например, расстояние) и не может отразить весьма отличные порой друг от друга сходства между отдельными элементами различных кластеров;

2) анализ известных естественных классификаций показывает, что принадлежность классу определяется сходством значений лишь по некоторому ограниченному ряду признаков и нет необходимости в сходстве по всем признакам;

3) никакой удовлетворительной схемы взвешивания признаков перед проведением классификации всё еще не предложено;

- 4) во всех алгоритмах кластеризации молчаливо предполагается, что разбиение выборки на заданное число кластеров можно про извести всегда, а выборка всегда достаточна для такого разбиения;
- 5) учитывая существенную зависимость результатов кластеризации от выбора масштабов измерения признаков, высказывается пожелание иметь метод кластеризации, который был бы инвариантен к указанному выбору масштабов;
- 6) порой безуспешно заканчивается этап интерпретации полученных результатов в терминах исследуемой предметной области.

Математический аппарат оптимальных тупиковых нечётких тестов (ОТНТ) позволяет положительно решить все перечисленные проблемы и в этом смысле предлагаемый подход к решению задачи кластеризации представляется полезным и актуальным.

Основная идея кластеризации объектов базируется на интерпретации ОТНТ в  $n$ -мерном пространстве признаков в виде  $k$ -мерного параллелепипеда  $P^k$ , где  $k \leq n$  и представляет собой длину теста, или число его элементов. Измерения  $P^k$  равны удвоенным значениям различимости объектов по  $k$  тестовым признакам, а центром  $P^k$  является точка  $X^c$  с порядковым номером  $c$  в выборке, для которой построен тест. Для  $P^k$  ОТНТ характерно максимально допустимое на выборке минимальное измерение, при этом условии - максимально допустимое на выборке второе по величине измерение и т.д. до  $k$ -го измерения, что соответствует максимально допустимой на выборке различимости объектов разных классов. Основным отличительным свойством  $P^k$  является свойство содержать в своём внутреннем объёме, исключая поверхность, точки только того же класса, что и класс точки  $X^c$ . Если все точки рассматриваемой выборки принадлежат разным классам (именно такое положение создаётся на всех шагах предлагаемого алгоритма объединения точек), во внутренней области  $P^k$  нет других точек кроме точки  $X^c$ . На поверхности же  $P^k$  располагаются точки чужих по отношению к точке  $X^c$  классов наиболее сходные с ней из всех точек выборки при условии максимально допустимой на выборке различимости объектов в силу свойств  $P^k$ . Именно такие множества точек представляют собой возможных кандидатов на объединение на очередном шаге алгоритма. Реально объединение производится для той точки  $X^c$ , для которой число точек на поверхности  $P^k$  принимает максимальное значение. При объединении точек соответствующий им ОТНТ превращается в синдром, т.е. в такое их описание, которому не удовлетворяет ни одна другая точка выборки. Отметим, что максимуму числа точек соответствует минимум априорной



вероятности ошибки для объектов принадлежать к образованному синдрому классу [3].

Уже из рассмотрения основной идеи кластеризации ясно, что предлагаемый синдромальный подход разрешает перечисленные выше проблемы 1), 2), 3) и 5), поскольку отношение сходства объектов в виде синдрома многомерно, включает лишь минимально допустимое на выборке число  $k$  признаков исходного описания объектов (используются ОТНТ только минимальной длины), взвешивание, или отбор наиболее информативных признаков производится автоматически процедурой построения ОТНТ [4,5], а построение тестов производится в безразмерном признаковом пространстве не зависящим от масштабов измерения признаков. Процедура последовательного объединения объектов во всё более крупные кластеры выявляет случаи, когда однозначного объединения объектов выборки в заданное число  $r$  кластеров не существует или такое объединение некорректно, что в определённой степени соответствует разрешению проблемы 4). Процедура кластеризации объектов завершается построением синдромального решающего правила классификации на основе ОТНТ [6], что обеспечивает представление результатов кластеризации в виде набора синдромов, или набора  $P^k$  для каждого из кластеров, с помощью которых пользователь предметной области получает детальную информацию об их структуре, расположении в признаковом пространстве и свойствах через представленные в синдромах признаки и пределы их изменчивости, что успешно разрешает проблему 6).

На разработку предлагаемого метода кластеризации сподвигли не только отмеченные выше замечательные свойства ОТНТ. В творческом коллективе уже существовал алгоритм и программа кластеризации на их основе, который с успехом применялся для кластеризации выборок статических объектов. Исходной для построения ОТНТ таблицей парных сравнений объектов в этом алгоритме являлась таблица сравнения каждого объекта выборки с каждым. При переходе к исследованию динамически изменяющихся объектов, каждый из которых характеризуется кортежем  $n$ -мерных состояний, относящихся к различным моментам времени, таблицы такого вида включают уже миллионы строк (десятки мегабайт памяти на винчестере) и требуют уже нереальных ресурсов времени для своей обработки при использовании ПК с невысоким быстродействием. В предлагаемом методе исходными для построения ОТНТ таблицами являются таблицы различимости одного объекта с остальными объектами выборки, что позволяет существенно сократить ресурс времени и памяти, необходимый для работы программы. Вместе с тем, в новой разработке нашли наиболее полную реализацию все положительные свойства тестовых и синдромальных представлений.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 99-01-00394 и темы ФЦП “Интеграция”, проект К0392.

### Литература

1. Классификация и кластер, / ред. Вэн Райзин Дж., русского перевода Журавлёв Ю.И., М.: Мир, 1980, 389 с.
2. Дюрбан Б., Одделл П. Кластерный анализ. М.: Статистика, 1977.
3. Неймарк Ю.И. Априорная вероятность ошибочности некоторых решающих правил распознавания образов, строящихся по ограниченным обучающим выборкам. // Динамика систем. / Межвузовский сборник научных трудов, вып. 10, ред. Неймарк Ю.И., Горький, 1976, С 118-126.
4. Котельников И.В. Алгоритм построения оптимальных тупиковых нечётких тестов. / Рукопись деп. в ВИНТИ 24.11.94, № 2693-1394.
5. Котельников И.В. Алгоритмы построения тупиковых нечётких тестов. // Динамика систем. / Межвузовский сборник научных трудов под ред. Неймарка Ю.И., издательство ННГУ, Н.Новгород, 1995, С. 71-86.
6. Котельников И.В. Алгоритм построения синдромальных решающих правил распознавания на основе оптимальных тупиковых нечётких тестов / Сб. Вычислительная математика и кибернетика 2000, изд. ННГУ, 2000, С. 22-23.

## Парно-сепарабельное квадратичное программирование в задачах анализа нестационарных сигналов

*О.В. Красоткина*

(Тула)

В работе [4] рассмотрен вариационный подход к построению моделей нестационарных сигналов как средство их параметризации при решении задач распознавания образов. Задача оценивания последовательности значений параметров  $\hat{X} = (\hat{x}_t, t=1, \dots, N)$  некоторой локальной модели нестационарного сигнала  $Y = (y_t, t=1, \dots, N)$  сформулирована как задача минимизации парно-сепарабельной квадратичной целевой функции

$$J(X) = \sum_{t=1}^N \psi_t(\mathbf{x}_t) + \sum_{t=2}^N \gamma_t(\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_t), \quad (1)$$

являющейся суммой частных квадратичных функций, каждая из которых зависит только от одного или двух соседних аргументов. Естественным средством оптимизации для целевых функций такого вида является метод динамического программирования. В [4] метод динамического программирования распространяется на случай непрерывных переменных для квадратичных целевых функций путем введения понятия параметрического семейства квадратичных функций Беллмана. Кроме того, вводится понятие левой и правой функций Беллмана и предлагается новая,

более универсальная процедура динамического программирования, названная авторами процедурой «вперед и навстречу».

Очень часто в прикладных задачах на искомую последовательность оценок накладываются естественные ограничения, зависящие от природы рассматриваемой задачи. Например, некоторые финансовые задачи приводят к необходимости оценивания модели нестационарной регрессии, в которой искомые коэффициенты имеют смысл долевого распределения некоторого ресурса по видам инвестиций, тогда они должны быть неотрицательны  $x_t^i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $t = 1, \dots, N$  и в каждый момент составлять в сумме

единицу  $\sum_{i=1}^n x_t^i = 1$ ,  $t = 1, \dots, N$ . Целью данной работы является исследовать влияние ограничений в виде равенств и неравенств на реализацию процедуры динамического программирования, предложенной в [4].

Наличие ограничения в виде равенства  $\sum_{i=1}^n x_t^i = 1$ ,  $t = 1, \dots, N$  не приводит к принципиальному осложнению задачи. Достаточно уменьшить размерность вектора искомых параметров на единицу, рассматривая как неизвестные только первые  $n-1$  из них  $\bar{x}_t = (x_t^1, \dots, x_t^{n-1})^T \in \mathbb{R}^{n-1}$ , не налагая ограничений на их сумму, а последнему присвоить значение  $x_t^n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_t^i$ , дополняющее эту сумму до единицы. Можно показать, что такая операция приводит к сепарабельному критерию, совершенно эквивалентному критерию (1), и, следовательно, к нему полностью применима процедура динамического программирования «вперед и навстречу» [4].

Пусть теперь наряду с ограничением типа равенств, в задаче присутствует требование неотрицательности целевых переменных. Обозначим область варьирования целевых переменных как

$$X = \left\{ \bar{x} = (x^1 \cdots x^{n-1}) : g^i(\bar{x}) \geq 0, i = 1, \dots, n \right\}, \quad (2)$$

$$g^i(\bar{x}) = x^i, i = 1, \dots, n-1, \quad g^n(\bar{x}) = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} x^i.$$

Таким образом, задача оценивания нестационарной регрессии при комбинированных ограничениях в виде неравенств и равенства сводится к задаче квадратичного программирования, заключающейся в минимизации квадратичной сепарабельной целевой функции с ограничениями только в виде неравенств (3), наложенных на каждую из векторных целевых переменных. В этом случае операция минимизации в определении и

основном свойстве функций Беллмана [4], как левых, так и правых, действует в пределах области варьирования (3):

$$\begin{cases} \tilde{J}_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t) = \min_{\substack{g^i(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}) \geq 0 \\ i=1, \dots, n}} \left[ \psi_t(\bar{\mathbf{x}}_t) + \gamma_t(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}, \bar{\mathbf{x}}_t) + \tilde{J}_{t-1}^-(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}) \right] = \psi_t(\bar{\mathbf{x}}_t) + F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t), \\ \tilde{J}_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t) = \min_{\substack{g^i(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}) \geq 0 \\ i=1, \dots, n}} \left[ \psi_t(\bar{\mathbf{x}}_t) + \gamma_{t+1}(\bar{\mathbf{x}}_t, \bar{\mathbf{x}}_{t+1}) + \tilde{J}_{t+1}^+(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}) \right] = \psi_t(\bar{\mathbf{x}}_t) + F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t). \end{cases} \quad (3)$$

Здесь функции  $F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t) = \min_{\substack{g^i(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}) \geq 0 \\ i=1, \dots, n}} \left[ \gamma_t(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}, \bar{\mathbf{x}}_t) + \tilde{J}_{t-1}^-(\bar{\mathbf{x}}_{t-1}) \right]$  и

$F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t) = \min_{\substack{g^i(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}) \geq 0 \\ i=1, \dots, n}} \left[ \gamma_{t+1}(\bar{\mathbf{x}}_t, \bar{\mathbf{x}}_{t+1}) + \tilde{J}_{t+1}^+(\bar{\mathbf{x}}_{t+1}) \right]$  не являются квадратичными,

поскольку, во-первых, не являются таковыми предыдущие функции Беллмана  $\tilde{J}_{t-1}^-(\bar{\mathbf{x}}_{t-1})$ ,  $\tilde{J}_{t+1}^+(\bar{\mathbf{x}}_{t+1})$ , и, во-вторых, в их формировании участвует операция минимизации при ограничениях типа неравенств. Как следствие, неквадратичны и функции Беллмана в целом  $\tilde{J}_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t)$  и  $\tilde{J}_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t)$ .

Неквадратичность очередных функций Беллмана означает невозможность численной реализации процедуры динамического программирования из-за невозможности рекуррентного пересчета их параметров на каждом шаге процедуры.

Если, тем не менее, предположить, что предыдущие функции Беллмана квадратичны, то функции  $F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t)$  и  $F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t)$  в (3) определяются как результат минимизации квадратичных функций при линейных ограничениях (2). Эти функции, а вместе с ними и следующие функции Беллмана (2), неквадратичны только из-за наличия неравенств в ограничениях (2).

Одним из способов преодоления этой проблемы является идея приближенной реализации процедуры динамического программирования, заключающаяся в аппроксимации функций  $F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t)$  и  $F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t)$  подходящими квадратичными функциями

$$F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t) = b_t' + (\bar{\mathbf{x}}_t - \bar{\mathbf{x}}_t')^T \mathbf{Q}_t' (\bar{\mathbf{x}}_t - \bar{\mathbf{x}}_t') \cong F_t^-(\bar{\mathbf{x}}_t),$$

$$F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t) = b_t'' + (\bar{\mathbf{x}}_t - \bar{\mathbf{x}}_t'')^T \mathbf{Q}_t'' (\bar{\mathbf{x}}_t - \bar{\mathbf{x}}_t'') \cong F_t^+(\bar{\mathbf{x}}_t).$$

Тогда квадратичными будут и следующие функции Беллмана (4), точнее, их аппроксимации, и станет возможной приближенная реализация процедуры динамического программирования «вперед и навстречу».

## Литература

1. Mottl V.V., Blinov A.B., Kopylov A.V., Kostin A.A. Computer-aided signal and image processing: A universal variational approach. Journal of Journals: Review of Global Scientific Achievements, 1998, Vol. 2, No. 1, pp. 23-30.
2. Mottl V., Blinov A., Kopylov A., Kostin A., Muchnik I. Variational methods in signal and image analysis. Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. Brisbane, Australia, August 16-20, 1998. Volume I, pp. 525-527.
3. Mottl V., Kopylov A., Kostin A. Edge-preserving in generalized smoothing of signals and images. Proceedings of the 14th International Conference on Pattern Recognition. Brisbane, Australia, August 16-20, 1998. Volume II, pp. 1579-1581.
4. А.А. Костин, А.В. Копылов, О.В. Красоткина, В.В. Моттль Алгоритмы динамического программирования для оценивания моделей нестационарных сигналов. Тезисы докладов X конференции «Математические методы распознавания образов».

## Метод группировки объектов, основанный на оптимальных разбиениях

*Д. Кропотов, О.В. Сенько*

(Москва)

### Введение

Задача прогнозирования значений набора переменных, измеренных в непрерывной шкале, по набору переменных - предикторов нередко возникает в различных областях человеческой деятельности. Пусть  $Y_1, \dots, Y_l$  - прогнозируемые переменные, а  $X_1, \dots, X_n$  - переменные, которые предполагается использовать для прогноза. Предполагается, что вектора значений переменных  $Y$  и  $X$  принадлежат множествам  $M_Y$  и  $M_X$  соответственно. Прогнозирующий алгоритм строится по обучающей выборке  $\tilde{S}_0 = \{s_1 = (\mathbf{y}_1, \mathbf{x}_1), \dots, s_m = (\mathbf{y}_m, \mathbf{x}_m)\}$ , где  $\mathbf{y}_*$  - вектор значений переменных  $Y$ , а  $\mathbf{x}_*$  - вектор переменных  $X$ . Для решения данной задачи могут быть использованы методы регрессионного анализа. Однако часто более или менее точный прогноз каждой из переменных  $Y_1, \dots, Y_l$  недостижим, но можно с достаточно высокой вероятностью указать, каким подобластям  $M_Y$  принадлежит вектор их значений. Для решения подобной задачи прогнозирования могут быть использованы методы распознавания

образов. Иногда подобласти  $M_Y$  для которых возможен наилучший прогноз могут быть указаны экспертом, но в большинстве случаев необходим их поиск по обучающей информации  $\tilde{S}_0$ . В настоящей работе предлагается использовать для этих целей метод оптимальных разбиений областей допустимых значений отдельных переменных  $Y$  и их попарных сочетаний. Оптимальное разбиение ищется внутри заранее определенной модели путем максимизации функционала качества.

### Модели разбиений.

Могут быть использованы модели разбиения различного уровня сложности. Простейшей является модель, включающая в себя все разбиения интервала допустимых значений одиночной переменной на два подинтервала с одной граничной точкой. Может быть использована также модель, включающая в себя все разбиения интервала допустимых значений одиночной переменной на три подинтервала с двумя граничными точками. Для разбиения областей допустимых значений пар переменных может в частности быть использована модель разбиения на четыре подобласти с одной граничной точкой для каждой из подобластей.

### Функционал качества разбиений

Пусть  $R$  - разбиение  $M_Y$  на  $q$  подобластей. Предположим, что  $\tilde{S}_1, \dots, \tilde{S}_q$  - подвыборки обучающей выборки  $\tilde{S}_0$ , индуцируемые разбиением  $R$ . Тогда интегральный функционал качества разбиений  $F_I(R, \tilde{S}_0)$  определяется как сумма по всем подобластям.

$$F_I(R, \tilde{S}_0) = \sum_{i=1}^q (\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_0)^2 m_i, \text{ где } m_i - \text{число объектов в подвыборке}$$

$$\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{x}}_0 = \frac{\sum_{s_j \in \tilde{S}_i} \mathbf{x}_j}{m_i} / \frac{\sum_{s_j \in \tilde{S}_0} \mathbf{x}_j}{m_0}.$$

Наряду с интегральным функционалом качества разбиений может быть использован локальный функционал  $F_L(R, \tilde{S}_0)$ , который определяется по области, имеющей наибольшее отклонение от средних характеристик.

$$F_L(R, \tilde{S}_0) = \max_{i \in \{1, \dots, q\}} [(\bar{\mathbf{x}}_i - \bar{\mathbf{x}}_0)^2 m_i].$$

### Оценка статистической достоверности

Важным этапом исследования стохастической зависимости является оценка статистической достоверности. Найденная закономерность может быть только результатом подгонки и носить случайный характер без

воспроизводимости на новых данных. Наиболее адекватным методом оценки статистической значимости является перестановочный тест, основанный на генерации по обучающей выборке  $\tilde{S}_0$  случайных выборок. Случайные выборки генерируются путем случайных перестановок векторов  $\mathbf{Y}_*$  относительно фиксированных векторов  $\mathbf{X}_*$ . В качестве меры статистической значимости полученных результатов используется доля случайных таблиц, на которых оптимальное значение функционала качества превышает оптимальное значение функционала качества, достигнутое на обучающей выборке.

### **Реализация**

Предложенный в настоящей работе алгоритм группировки был реализован с использованием простейшей модели разбиений интервала допустимых значений одиночной переменной с одной граничной точкой. Разработан также вариант алгоритма для большого числа прогностических переменных.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 99-07-90120, 99-01-00433, 00-01-00650, 99-07-00390) и ИНТАС 00-397.

### **Литература**

1. O.V.Senko, A.V.Kuznetsova. The Use of Partitioning for Analysis of Biomedical Data. Proceedings of 14<sup>th</sup> International Workshop on Statistical Modelling, Graz, Austria, pp.656-659, 1999.
2. O.V.Senko, A.V.Kuznetsova, G.N. Matchak, V.V. Vakhotsky, T.N. Zabolina, O.V.Korotkova. The Prognosis of Survivance in Solid Tumor Patients Based on Optimal Partitioning of Immunological Parameters Ranges. *Journal of Theoretical Medicine*. Vol. 2, pp.317-327.

## **Рандомизированный метод оптимизации непараметрических алгоритмов распознавания образов**

*А.В. Ланко, В.А. Ланко*  
(Красноярск)

### **Введение**

Существующий парадокс традиционных методов идентификации стохастических моделей состоит в сопоставлении случайной выборке наблюдений переменных изучаемого объекта конкретного набора параметров модели, оптимальных в некотором смысле. Предлагается и обосновывается принципиально новый рандомизированный подход оптимизации непараметрических алгоритмов распознавания образов, основанный на процедуре случайного выбора параметров размытости ядерных функций. Из условия минимума асимптотического выражения среднеквадратического критерия точности аппроксимации уравнения

разделяющей поверхности между классами определён эффективный закон распределения коэффициентов размытости. Работа выполнена в рамках грантов РФФИ №00-01-00001 и РФФИ №01-01-06015.

### Обоснование метода

Примем в качестве показателя эффективности непараметрического классификатора в двальтернативной задаче распознавания образов критерий

$$W(c) = M \int (f_{12}(x) - \bar{f}_{12}(x))^2 dx. \quad (1)$$

Здесь  $f_{12}(x) = p_2(x) - p_1(x)$  - байесовское уравнение разделяющей поверхности, а  $\bar{f}_{12}(x)$  её непараметрическая оценка [1].

Асимптотическое выражение критерия (1) может быть представлено в виде

$$\bar{W}(c) \sim \frac{\|\Phi(u)\|^2}{c} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) + \frac{c^4}{4} \left\| p_1^{(2)}(x) + p_2^{(2)}(x) \right\|^2, \quad (2)$$

где  $p_j^{(2)}(x)$ ,  $j = \overline{1, 2}$  - вторая производная плотности вероятности  $x$  в области  $j$ -го класса;  $n_j$ ,  $j = \overline{1, 2}$  - количество ситуаций  $j$ -го класса, представленное в обучающей выборке;  $c$  - коэффициент размытости ядерной функции  $\Phi(\cdot)$ .

Вычислим минимальные значения критерия (2) при оптимальном  $c = c^*$  и его случайном характере  $p(c) = \frac{(k+1)}{h^{k+1}} c^k \quad \forall c \in [0; h]$ :

$$W(c^*) = \frac{5}{4} \left[ \left( \|\Phi(u)\|^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \right)^4 \left\| p_1^{(2)}(x) + p_2^{(2)}(x) \right\|^2 \right]^{\frac{1}{5}},$$

$$W(h^*) = \frac{(k+1) W(c^*)}{[k^4(5+k)]^{\frac{1}{5}}}.$$



### Из анализа отношения

$$\frac{W(h^*)}{W(c^*)} = \frac{\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{\left(\frac{5}{k} + 1\right)^{1/5}} \quad \forall k > 0 \quad (3)$$

следует, что при  $n_1, n_2 \rightarrow \infty$  и конечных  $k$  эффективность традиционного метода несколько выше рандомизированного, в частности,

$$\frac{W(h^*)}{W(c^*)} = 1.01 \text{ при } k = 3.$$

С ростом  $k$  отмеченное различие исчезает. Погрешность  $c' = \alpha c^*$  в определении  $c^*$  значительно снижает эффективность традиционного метода

$$\frac{W(h^*)}{W(c')} = \frac{4\alpha}{4 + \alpha^4} \frac{W(h^*)}{W(c^*)}. \quad (4)$$

Например, при  $\alpha = 1.05$  (5% погрешность) и  $k = 3$  отношение (4) равно 0.88.

При конечных объёмах обучающих выборок рандомизированный метод идентификации непараметрических классификаторов обладает преимуществом над традиционным подходом (ошибка отношения (3) достоверно меньше 1 для  $k \geq 1$ ).

### Алгоритм идентификации

В отличие от традиционного метода идентификации в предлагаемом подходе каждой ядерной функции непараметрической оценки уравнения разделяющей поверхности присваивается своё значение  $c(n)$  с законом распределения  $p(c)$ .

Введём обозначения:  $N(x)$  - оператор нормировки компонент вектора  $x$ ;  $D(c)$  - датчик случайных чисел с законом распределения  $p(c)$  на интервале  $(0, h)$ ;  $B(c^i = c)$  - оператор присвоения  $i$ -ой ядерной функции непараметрической модели параметра  $c^i = c$ ,  $i = \overline{1, n}$ , где  $n = n_1 + n_2$  - объём обучающей выборки;  $V, V_1$  - логические условия, считающиеся выполненными, если  $i < n$ ,  $j < k$ .

Тогда процедура рандомизированной идентификации представляется в операторной форме записи

$$A(p(c)): N(x)(i=1) \downarrow^1 (j=1) \downarrow^2 D(c) B(c^i = c)(j=j+1) V_1 \uparrow^2 \\ (i=i+1) V \uparrow^1.$$

Операторы  $A(\cdot)$  срабатывают слева направо, при выполнении логического условия происходит переход по стрелке, в противном случае – срабатывает по следующему оператору.

### Литература

1. Лапко А.В., Лапко В.А., Соколов М.И., Ченцов С.В. Непараметрические системы классификации. – Новосибирск: Наука, 2000. – 240с.

## Критерий качества группировки объектов в случае разнотипных характеристик

*Г.С. Лбов*  
(Новосибирск)

Пусть имеется множество объектов  $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_N\}$ . Для описания объектов выбран некоторый набор характеристик  $\{X_1, \dots, X_j, \dots, X_n\}$ . Множеству объектов  $A$  ставится в соответствие таблица данных  $v = \{x_j^i\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, n$ ;  $x_j^i = X_j(a_i)$ . Необходимо разбить множество объектов  $A$  на группы  $\{A^1, \dots, A^\omega, \dots, A^k\}$  так, чтобы в каждой группе оказались «схожие» по своим характеристикам объекты,  $k \geq 2$ .

Множеству объектов  $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_N\}$  соответствует множество многомерных реализаций  $T = \{x^1, \dots, x^i, \dots, x^N\}$ , где

$x^i = \{x_1^i, \dots, x_j^i, \dots, x_n^i\}$ ,  $x^i \in D$ ,  $D = \prod_{i=1}^n D_j$ ,  $D_j$  - множество значений

переменной  $X_j$ . Пусть множество реализаций  $T$  разбито на  $K$  подмножеств. Обозначим разбиение множества  $T$  через  $\gamma = \{T^1, \dots, T^\omega, \dots, T^k\}$ , через  $I^\omega = \{i_1, \dots, i_{N(\omega)}\}$  - множество номеров

реализаций,  $N(\omega)$  - число реализаций, вошедших в подмножество  $T^\omega$ ,  $\gamma \in B$ ,  $T^\omega \neq \emptyset$ .

Для описания группы  $A^\omega$  (подмножества реализаций  $T^\omega$ ) область  $E^\omega$  задается её границами. Для задания границ области  $E^\omega$  применяется тот или иной класс функций. В выбранном классе функций мера  $\mu(E^\omega)$  минимизируется при сохранении следующих условий:  $E^\omega \subset D, E^\omega \supseteq T^\omega$ .

Обозначим подмножество  $E^\omega$ , обладающее минимальной мерой через  $\tilde{E}^\omega = E(T^\omega)$ . Все разнообразие существующих методов зависит от введенного расстояния  $\rho(x', x'')$ , класса функций, выбранного для описания границ областей  $\tilde{E}^\omega$ , а также от критерия группировки  $F(\gamma)$ . Так как все известные методы предполагают введение расстояния  $\rho(x', x'')$  в пространстве  $D$ , а расстояние осмыслено лишь в том случае, когда переменные  $X_1, \dots, X_n$  однотипны, то для разнотипного пространства необходимо предложить новый подход, исключающий использование расстояния  $\rho(x', x'')$ . Такой подход был предложен на основе класса логических решающих функций от разнотипных переменных.

Для описания группы объектов  $A^\omega$  используется логическое высказывание  $S(a, \tilde{E}^\omega) = J(a, \tilde{E}_1^\omega) \wedge \dots \wedge J(a, \tilde{E}_j^\omega) \wedge \dots \wedge J(a, \tilde{E}_n^\omega)$ , простое высказывание  $J(a, \tilde{E}_j^\omega)$  имеет следующий вид « $X_j(a) \in \tilde{E}_j^\omega$ », которое истинно для всех объектов группы  $A^\omega$ . В этом случае

подмножество  $\tilde{E}^\omega = \prod_{j=1}^n \tilde{E}_j^\omega$ , где  $\tilde{E}_j^\omega = E_j(T_j^\omega)$ ,  $\tilde{E}_j^\omega \subset D_j$ ,

$\tilde{E}_j^\omega \in W_j$ . Множество  $T_j^\omega$  - проекция множества  $T^\omega$  на ось  $X_j$ ; множество  $W_j$  формируется на основе выборки в зависимости от типа переменной. Остановимся на способе формирования этого множества. Для дискретных переменных множество  $D_j$  представляет множество различных значений переменной  $X_j$ , определяемых по таблице данных  $v$ ; для

непрерывной переменной  $D_j = [\min(x_j), \max(x_j)]$ , где  $\min(x_j)$  и  $\max(x_j)$  - минимальное и максимальное значения переменной  $x_j$ , определенные по таблице  $\nu$ . Для бинарных и номинальных переменных  $W_j$  - множество всех подмножеств множества  $D_j$ ; для порядковых и дискретных количественных переменных  $W_j$  - всевозможные объединения соседних элементов множества  $D_j$ , а для непрерывных переменных  $W_j$  - объединение всевозможных интервалов вида  $[x_j^i, x_j^v]$ , где  $x_j^i, x_j^v \in D_j$ .

Предлагается следующий простой критерий:

$$F(\gamma) = \sum_{w=1}^k \frac{\mu(\tilde{E}^w)}{\mu(D)}.$$

Очевидно, что  $0 \leq F(\gamma) \leq 1$ . Под наилучшим разбиением  $\gamma$  считается разбиение  $\gamma^*$ , при котором  $F(\gamma^*) = \min_{\gamma \in B} F(\gamma)$  [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №01-01-00839

### Литература

1. Лбов Г.С., Старцева Н.Г. Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений // Изд-во ИМ СОРАН, Новосибирск, 1999. 202 с.

## Метод нахождения логических закономерностей в проблемах распознавания образов

*Т.И.Лучшева*  
(Новосибирск)

### Введение

Рассматривается задача построения решающей функции распознавания в пространстве разнотипных переменных в классе логических решающих функций (монография Лбова Г.С., 1999). В данном классе строятся вероятностные логические закономерности, отражающие причинно-следственные связи изучаемых сложных объектов. Логической закономерностью называется высказывание, обладающее большим прогнозирующим свойством. Набор таких закономерностей, представленных на языке, близком к естественному языку логических суждений, является логико-вероятностной моделью изучаемого сложного объекта. При определении оптимальной функции в указанном классе появляются

алгоритмические проблемы. Один из подходов к решению этой проблемы описан ниже. Разработаны алгоритмы и программное обеспечение.

Рассматривается некоторая генеральная совокупность объектов  $\Gamma$ . Система переменных  $X = (X_1, \dots, X_n)$  вводится для описания объекта  $a \in \Gamma$ , принадлежащего одному из  $k$  образов. Значение целевой переменной  $Y$  определяет номер образа этого объекта. Пусть  $W_j$  - это множество всех подмножеств множества возможных значений переменной  $X_j$ . Предикат  $J(a, E_j)$  эквивалентен утверждению  $X_j(a) \in E_j$ ,  $a \in \Gamma$ ,  $E_j \in W_j$ .

### Алгоритм обнаружения логических закономерностей

Логические закономерности для каждого образа будем искать отдельно. Для этого образ с номером  $s (s = 1, \dots, k)$  назовем первым образом, а объединение всех остальных образов назовем вторым образом. Для любой конъюнкции  $S(a, E)$  можно определить по таблице данных  $\nu$  число объектов первого образа  $N(1, S)$  и число объектов второго образа  $N(2, S)$ , на которых указанная конъюнкция истинна. Пусть  $N(1)$  - число объектов первого образа,  $N(2)$  - число объектов второго образа.

Конъюнкцию  $S(a, E)$  будем называть логической закономерностью, характеризующей первый образ, если выполняются неравенства:

$$\frac{N(1, S)}{N(1)} \geq \delta, \quad \frac{N(2, S)}{N(2)} \leq \beta, \quad \text{где } \delta \text{ и } \beta - \text{параметры; } 0 \leq \beta < \delta \leq 1. \text{ Чем}$$

больше  $\delta$  и меньше  $\beta$ , тем сильнее логическая закономерность. Множество всех закономерностей обозначим через  $\mathfrak{Z}^*$ . Конъюнкцию  $S(a, E)$  назовем

потенциальной логической закономерностью для первого образа, если выполняются неравенства:  $\frac{N(1, S)}{N(1)} \geq \delta$ ,  $\frac{N(2, S)}{N(2)} > \beta$ . Множество

потенциальных закономерностей обозначим через  $\mathfrak{Z}'$ . Конъюнкция  $S(a, E)$  не является закономерностью, если выполняется неравенство

$$\frac{N(1, S)}{N(1)} < \delta. \text{ Множество таких конъюнкций обозначим через } \mathfrak{Z}.$$

Алгоритм обнаружения логических закономерностей состоит в последовательном выполнении следующих шагов.

На *первом шаге* рассматриваются всевозможные конъюнкции длины один, т.е. конъюнкции вида  $S(a, E) = J(a, E_j), E_j \in W_j, j = 1, \dots, n$ . Если  $S(a, E) \in \mathfrak{Z}^*$ , то она включается в список закономерностей и соответствующее подмножество  $E_j$  исключается из дальнейшего перебора; если  $S(a, E) \in \mathfrak{Z}'$ , то соответствующее подмножество  $E_j$  оставляется для дальнейшего перебора; если  $S(a, E) \in \mathfrak{Z}$ , то соответствующее подмножество  $E_j$  исключается из дальнейшего перебора. Обозначим через  $W_j^1$  множество подмножеств  $E_j$ , оставленных для дальнейшего перебора после выполнения первого шага алгоритма.

На *втором шаге* рассматриваются всевозможные конъюнкции длины два, т.е. конъюнкции вида  $S(a, E) = J(a, E_j) \wedge J(a, E_l), j \neq l; E_j \in W_j^1, E_l \in W_l^1$ . Аналогично первому шагу получаем  $W_j^2$ , содержащее подмножества  $E_j$ , оставленные для перебора после выполнения второго шага алгоритма.

Далее рассматриваются конъюнкции длины три, четыре, пять и т.д. Предполагается, что останов программы происходит уже при небольшом числе шагов. Применяем алгоритм для каждого из  $k$  образов.

### **Алгоритм построения группы деревьев**

Под группой деревьев будем понимать набор из  $I$  деревьев  $\Phi = \{R_1, \dots, R_v, \dots, R_I\}, 1 \leq I \leq n$ . Деревья строятся с помощью приведенной ниже процедуры построения дерева, причем при построении последующих деревьев закономерности, на которых были построены предыдущие деревья, исключаются.

Для каждого дерева группы подсчитывается оценка вероятности ошибочной классификации на обучении  $\bar{P}_{об}$  (частота ошибок). Процедура построения деревьев продолжается до тех пор, пока не будут исчерпаны все закономерности или  $\bar{P}_{об}$  для некоторого дерева (причем это дерево в группу не войдет) не будет превышать заранее заданный порог  $\gamma$ .

Для решения о принадлежности объекта  $a$  к номеру образа используется одна из пяти процедур принятия решения.

## Процедура построения дерева

*Первый шаг:* построение дерева с двумя конечными вершинами  $b^1$  и  $b^2$  и закономерностью в узле. Перебором всех закономерностей находим ту закономерность  $S_{v_1} = S(a, E^{v_1})$ , для которой следующий критерий максимален:  $F(v) = T - (T^1 + T^2)$ . Число  $T$  отражает общее количество разделений, которое необходимо для безошибочного распознавания  $N$  объектов  $\left( N = \sum_{s=1}^k N(s) \right)$ ; числа  $T^1$  и  $T^2$  обозначают аналогичные

количества разделений объектов, попавших в вершины  $b^1$  и  $b^2$ .

*Второй шаг:* строим дерево с тремя конечными вершинами ( $M = 3$ ), используя полученное дерево с двумя конечными вершинами. Для каждой ветви проводим вычисления, аналогичные первому шагу алгоритма. Из двух деревьев, каждое из которых имеет три конечные вершины, по критерию  $F$  выбираем наилучшее дерево, которое и будет результатом вычислений второго шага алгоритма.

Таким образом, производится последовательное ветвление дерева.

Останов алгоритма производится при выполнении одного из условий:

1. Если на данном шаге алгоритма для всякой конечной вершины  $b^t$  выполняется:  $\max_{s=1, \dots, k} N(s, t) \leq N^*$ , где  $N(s, t)$  - число объектов образа  $s$ , попавших в вершину  $b^t$ ;  $N^*$  - параметр.
2. Если для некоторого  $M$  оценка вероятности ошибки  $\bar{\rho}_f$  станет меньше некоторого  $P^*$  ( $P^*$  - некоторый параметр).
3. Если при ветвлении дерева число конечных вершин  $M$  достигнет некоторого числа  $M^*$ , ( $M^*$  - некоторый параметр).

## О некоторых нетривиальных базисах в пространствах метрических конфигураций

*А.И. Майсурадзе*

(Москва)

В последние годы всё чаще можно встретить задачи распознавания, в которых исходное описание объектов представлено матрицей попарных расстояний между этими объектами. Расстояния, а, следовательно, и описания указанного вида, в задачах распознавания нередко возникают естественным путём, например, в ряде областей геологии, медицины, исследования генома, финансового анализа. Кроме того, поскольку

существенной особенностью задач распознавания является большая размерность и сложная структура исходных описаний объектов распознавания, при обработке исходной информации нередко приходится переходить к новым описаниям, агрегирующим и "подчеркивающим" интересующую исследователя информацию. В качестве одного из вариантов таких новых описаний в последнее время всё чаще используются именно матрицы попарных расстояний.

Описание конечного множества объектов с помощью матрицы попарных расстояний между ними далее будем называть метрической конфигурацией на этих объектах. Традиционным способом представления метрической конфигурации является сама матрица попарных расстояний размера  $n \times n$ , где  $n$  – число объектов распознавания (см. рис. 1). При этом величины  $a_1, \dots, a_{n(n-1)/2}$  интерпретируются именно как расстояния, следовательно, на эти величины нередко накладываются требования аксиом полуметрики или метрики. Эти условия соответствуют симметричности матрицы попарных расстояний и неотрицательности её элементов. Кроме того, неравенство треугольника накладывает ограничения, связывающие структуру матрицы и числовые значения её элементов.

$$\begin{pmatrix} 0 & a_1 & \cdots & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_1 & 0 & \cdots & a_{2n-4} & a_{2n-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n-2} & a_{2n-4} & \cdots & 0 & a_{n(n-1)/2} \\ a_{n-1} & a_{2n-3} & \cdots & a_{n(n-1)/2} & 0 \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Матричное представление

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_{n(n-1)/2} \end{pmatrix}$$

Рис. 2. Векторное представление

От традиционного представления метрических конфигураций можно перейти к эквивалентному представлению в виде вектор-столбцов размерности  $n(n-1)/2$  (см. рис. 2). Такой переход позволяет рассматривать метрические конфигурации как элементы линейного векторного пространства. При этом смысл операций умножения метрической конфигурации на скаляр и сложения метрических конфигураций очевиден. Нетрудно показать, что не все элементы такого линейного векторного пространства будут соответствовать метрическим конфигурациям, удовлетворяющим аксиомам метрики. Отметим, что если исходные метрические конфигурации удовлетворяют аксиомам полуметрики или метрики, то при выполнении ряда операций над ними можно гарантировать сохранение этих свойств. Например, сумма взятых с неотрицательными коэффициентами метрических конфигураций, удовлетворяющих аксиомам метрики, снова будет метрической конфигурацией, удовлетворяющей аксиомам метрики.



При работе с метрическими конфигурациями, как элементами линейного векторного пространства, встаёт вопрос о выборе базиса в этом пространстве. В настоящее время в подавляющем числе приложений используется только тривиальный базис, т.е. каждая компонента  $a_i$  представления метрической конфигурации равна расстоянию между соответствующей парой объектов. Указанный базис состоит из единичных ортов  $(1, 0, \dots, 0)^T$ ,  $(0, 1, \dots, 0)^T$ , ...,  $(0, 0, \dots, 1)^T$ , если компоненты рассматривать как расстояния. Например, метрической конфигурации, определяемой метрикой пространства изолированных точек, в тривиальном базисе соответствует вектор, все компоненты которого равны 1. Необходимо отметить, что векторы, из которых состоит тривиальный базис, не соответствуют метрическим конфигурациям, удовлетворяющим аксиомам метрики. Соответственно, в подавляющем числе приложений манипулирование метрическими конфигурациями, в частности, коррекция метрик, производится над их представлениями, полученными в тривиальном базисе, т.е. непосредственно над исходными расстояниями. Однако при построении указанных представлений никак не учитываются особенности конкретных процедур манипулирования метрическими конфигурациями. Это особенно влияет на эффективность реализации процедур, требующих проверки каких-либо структурных условий на метрической конфигурации, например, неравенства треугольника. Поэтому может быть поставлена задача выбора в пространстве метрических конфигураций некоторого иного, нетривиального базиса, учитывающего тот факт, что элементы пространства интерпретируются как метрические конфигурации.

В данной работе рассматривается несколько параметрических семейств нетривиальных базисов в пространстве метрических конфигураций. В частности, исследуется семейство базисов, элементы которых, как метрические конфигурации, удовлетворяют аксиомам метрики, причем компоненты  $a_i$  представлений метрических конфигураций могут интерпретироваться как "близости" или "дальности" между объектами распознавания в зависимости от значений параметров. В работе доказывается ряд утверждений о взаимосвязи исходных расстояний с такими "близостями" и "дальностями", позволяющих построить эффективные (линейные по числу пар объектов) процедуры перехода к новым представлениям и обратно. Кроме того, использование данных базисов позволяет для некоторого подмножества множества всех метрических конфигураций перейти от проверки условий, требующих учета структуры метрической конфигурации (например, неравенство треугольника), к проверке порогов для компонент представления этих метрических конфигураций. В зависимости от выбора параметров базиса описанный переход можно выполнить для разных подмножеств метрических конфигураций; причем для рассмотренных семейств базисов, элементы которых удовлетворяют аксиомам метрики, эти множества всегда являются

собственными подмножествами множества всех метрических конфигураций. Однако такие подмножества могут быть достаточно широкими, что позволяет ограничивать их рамками решения ряда задач построения или выбора метрических конфигураций. Такое ограничение допускает построение более эффективных алгоритмов решения указанных задач.

Результаты данной работы могут быть использованы для исследования и интерпретации исходных метрических конфигураций, для выбора параметров комплексирования набора метрических конфигураций, для проблемно-ориентированного построения их евклидовых представлений. Особенно перспективным представляется использование данных результатов для коррекции метрических конфигураций. Такая коррекция может учитывать специфические свойства наборов метрических конфигураций, таких, например, как эффективная размерность [1]. Кроме того, предложенные в работе математические конструкции можно применить при построении и исследовании широкого спектра процедур обработки метрических конфигураций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов: 99-01-00562, 00-15-96064).

### Литература

1. Майсурадзе А.И. «Об эффективном выборе размерностей представлений метрических конфигураций в евклидовых пространствах» // *Интеллектуализация обработки информации. Тез. докл.*, 2000, С. 48

## Методы оценки емкости классов решающих алгоритмов

*В.Л. Матросов*

(Москва)

Описывается модификация метода следов, изложенного в [1], позволяющая получить оценку емкости класса распознающих алгоритмов, приемлемую для ее использования в приложениях теории равномерной сходимости к построению решающих алгоритмов.

Рассматривается модель алгоритмов  $U(L, P)\{M\}$  с классом полиномов, задающих корректирующие алгоритмы, где  $M$  - модель алгоритмов вычисления оценок.

Пусть  $\chi$  - максимальная мощность систем опорных множеств алгоритмов, используемых при построении корректных алгоритмических полиномов из  $U(L, P)\{M\}$ ,  $\omega$  - максимальное число элементов опорного множества;  $\tau$  - степень расщепления задач;  $e$  - параметр, связанный с размерностью алгоритмических полиномов,  $e \ll L$ .

**Теорема.** Для произвольного класса регулярных задач  $\tilde{Z}(m, q)$  с корректной моделью алгоритмов  $U(L, P)\{M\}$ , имеющей параметры  $\chi, \omega, \tau, e$ , верна оценка

$$\Delta[U(L, P)\{M\}] \leq 2\omega[(\chi e \tau m + L)(\log(2mL + 1) + 1)]$$

### Литература

1. Матросов В.Л. Емкость алгоритмических многочленов над множеством алгоритмов вычисления оценок //ЖВМиМФ. 1985. т. 25, № 1. С. 122-133.

## О байесовском классификаторе с дискретными независимыми признаками

*В.В. Мясников*

(Самара)

### Реферат

В работе предлагается подход, позволяющий в предположении независимости компонент дискретного вектора признаков привести дискриминантную функцию байесовского классификатора в новом признаковом пространстве к линейному виду. Показано также, что в исходном признаковом пространстве байесовский классификатор оказывается полиномиальным степени  $K - 1$ , где  $K$  - число различных значений компоненты вектора признаков (либо максимальное число значений, которые могут принимать компоненты вектора). Представлены пути использования предложенного подхода в задаче совместной классификации с использованием решений нескольких распознающих алгоритмов. Приведены условия оптимальности (с вероятностной точки зрения) некоторых известных правил совместной классификации.

### Основные положения подхода

Пусть все множество распознаваемых объектов разделено на  $L$  классов  $\Omega_l$ ,  $l = \overline{0, L-1}$ . Пусть для классификации используется вектор признаков  $\bar{x} = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})^T$ , каждый элемент  $x_n$  ( $n = \overline{0, N-1}$ ) которого имеет  $K$  возможных значений. Для определенности в дальнейшем считаем, что  $x_n \in \mathbf{Z}_K$ , где  $\mathbf{Z}_K = \{0, 1, \dots, K-1\}$ . Пусть, далее, для каждого класса  $\Omega_l$  известно распределение вероятностей  $p(\bar{X} = \bar{x}/\Omega_l)$  дискретного случайного вектора  $\bar{X}$ . Тогда оптимальным решением задачи классификации, как известно [1-4], является байесовский классификатор. Для простейшей матрицы штрафов этот классификатор имеет вид правила

максимума апостериорной вероятности [1,2,4]: объект, задаваемый вектором признаков  $\bar{x}$ , относят к тому классу  $\Omega_l$ , для которого

$$P(\Omega_l / \bar{X} = \bar{x}) = \max_{j=0, L-1} P(\Omega_j / \bar{X} = \bar{x}).$$

Здесь апостериорные вероятности  $P(\Omega_j / \bar{X} = \bar{x})$  определяется по формуле Байеса [1,2,4]. Пусть компоненты вектора являются независимыми. Тогда байесовская дискриминантная функция  $l$ -го класса представима в виде

$$d_l(\bar{x}) = P(\Omega_l) \prod_{n=0}^{N-1} P(X_n = x_n / \Omega_l), \quad l = \overline{0, L-1}.$$

Применяя к данному выражению логарифмическое преобразование и вводя в рассмотрение функцию

$$G_s(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = s, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

можно показать, что выражение для дискриминантной функции представимо в виде:

$$d_l(\bar{x}) = \ln P(\Omega_l) + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{s=0}^{L-1} G_s(x_n) \cdot \ln P(X_n = s / \Omega_l), \quad l = \overline{0, L-1}.$$

Введем бинарный вектор длины  $L \cdot N$ :  $\bar{z} = (z_0, \dots, z_{LN-1})^T$ , такой что

$$z_j = G_s(x_n), \quad j = L \cdot n + s, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad s = \overline{0, L-1},$$

и векторы коэффициентов  $\bar{W}^l = (W_0^l, \dots, W_{LN-1}^l)^T$ , где:

$$W_j^l = \ln P(Q_n = s / \Omega_l), \quad j = Ln + s, \quad n = \overline{0, N-1}, \quad s = \overline{0, L-1}.$$

Тогда решением задачи является классификатор с дискриминантной функцией вида:

$$d_l(\bar{z}) = [\bar{W}^l]^T \bar{z} + \ln P(\Omega_l),$$

Таким образом, оптимальный классификатор оказался линейным относительно введенного бинарного вектора признаков  $\bar{z}$ .

Заметим, что в качестве функции  $G_s(x)$  может выступать полином  $(K-1)$ -го порядка. Тогда в исходном пространстве классификатор является

полиномиальным, и степень полинома, описывающего дискриминантную функцию, равна  $(K - 1)$ .

### Литература

1. Дуда Р., Харт П. *Распознавание образов и анализ сцен* // М.: Мир, 1976.
2. Ту Дж., Гонсалес Р. *Принципы распознавания образов* // М.: Мир, 1978.
3. Фу К. Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин // М.: Наука, 1971.
4. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов // М.: Наука, 1979.

## Асимптотическое оценивание статистической устойчивости критериев качества кластеризации

*В.М. Неделько*

(Новосибирск)

### Введение

Будем рассматривать статистическую постановку задачи кластерного анализа (таксономии), когда объекты, на которых проводится кластеризация, выбираются в соответствии с некоторым распределением. При этом построенные кластеры должны агрегировать не только объекты обучающей выборки, но и новые объекты из того же распределения.

В этом случае фактическое качество таксономии оценивается по распределению. Если мы хотим оценить качество по обучающей выборке, возникает задача, аналогичная оцениванию риска по эмпирическому риску [1] в задачах прогнозирования (классификации, регрессионного анализа).

Работа посвящена построению асимптотических оценок расхождения качества кластеризации на выборке и на распределении. При этом выявляется принципиальное различие в поведении переменных с упорядоченным и неупорядоченным множеством значений.

### Постановка задачи

Пусть имеется единственная дискретная переменная  $X$  с множеством значений  $D_X = \{\beta_1, \dots, \beta_m\}$ . Обозначим  $p_j = P(X = \beta_j)$  – вероятность принятия переменной  $X$  значения  $\beta_j$ .

Кластер (таксон)  $\tau \subseteq D_X$  определим как некоторый интервал значений для переменной с упорядоченным множеством значений, и как произвольное подмножество из  $D_X$ , если значения переменной не упорядочены.

Каждому кластеру сопоставим две величины: объем  $V(\tau) = \frac{|\tau|}{m}$  и вероятностную меру  $p(\tau) = \sum_{\beta_j \in \tau} p_j$ .

С достаточной степенью общности можно считать [2], что качество таксона есть  $K(p(\tau), V(\tau))$  – функция его вероятностной меры и объема.

Если качество оценивается по выборке  $v = \{x_i \in D_X \mid i = \overline{1, N}\}$ , то

естественно использовать величину  $\tilde{p}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{\beta_j \in \tau} N_j$ , где  $N_j$  – число

точек выборки со значением  $\beta_j$ .

Поскольку среди кластеров одинакового объема лучшим естественно считать кластер с наибольшей вероятностной мерой, целесообразно ввести функцию  $p(V) = \max_{\tau: V(\tau)=V} p(\tau)$ . Аналогично  $\tilde{p}(V) = \max_{\tau: V(\tau)=V} \tilde{p}(\tau)$ .

Чтобы найти погрешность выборочной оценки качества кластеризации достаточно оценить расхождение  $p(V)$  и  $\tilde{p}(V)$ .

#### Асимптотические оценки

Рассмотрим случай:  $N \rightarrow \infty$ ,  $m \rightarrow \infty$ ,  $\frac{N}{m} = \text{const} = M$ .

В случае переменной с упорядоченными значениями  $\tilde{p}(V) \rightarrow p(V)$ , независимо от  $M$ . Если значения переменной не упорядочены, то предел  $\tilde{p}(V)$  существенно отличен от  $p(V)$ .

Для иллюстрации положим распределение в  $D_X$  равномерным. При этом  $p(V) = V$ .

Распределение для  $N_j$  будет подчиняться закону Пуассона:

$$P_M(N_j) = e^{-M} \frac{M^{N_j}}{N_j!}.$$

При больших  $N$  можно приближенно считать, что количество значений переменной  $X$ , встретившихся в выборке  $N_j$  раз, есть  $n(N_j) \approx m P_M(N_j)$ .

Если значения переменной  $X$  не упорядочены, то мы их можем произвольно перенумеровать, в том числе, расставить в порядке убывания количества попавших точек выборки. После этого выборка будет иметь вид, изображенный на рис. 1. Здесь аргументом является  $\frac{j}{m}$ , а функцией является  $\frac{N_j}{M}$ .

На рис. 2 изображена асимптотическая зависимость  $\tilde{p}(V)$  для случая неупорядоченных значений переменной и равномерного распределения. Можно отметить, что при небольших  $M$  различие с  $p(V) = V$  значительно. С увеличением  $M$  это различие сглаживается.

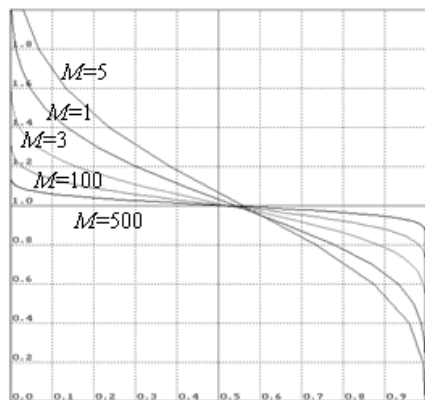


Рис. 1.

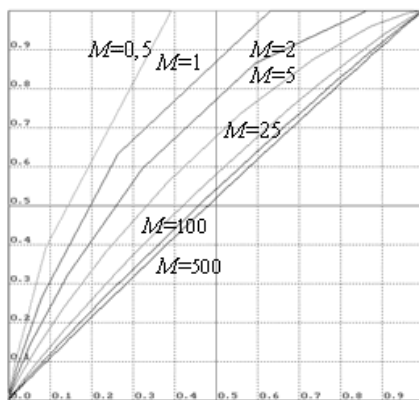


Рис. 2.

Из полученных результатов следует вывод, что при оценивании качества кластеризации по выборке необходимо учитывать различие переменных с упорядоченными и неупорядоченными значениями. Данный эффект особенно следует учитывать при построении кластеризации в разнотипном пространстве переменных.

Приведенные результаты согласуются с полученными в [5] для конечного объема выборки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, № 01-01-00839

## Литература

1. Вапник В.Н., Червоненкис А.Я. Теория распознавания образов. М.: Наука, 1974. 415 с.
2. Лбов Г.С. Критерий качества группировки объектов в случае разнотипных характеристик // Наст. сборник.
3. V.M. Nedel'ko. An Asymptotic Estimate of the Quality of a Decision Function Based on Empirical Risk for the Case of a Discrete Variable // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol. 11, No. 1, 2001, pp. 67–70.
4. Лбов Г.С., Неделько В.М. Восстановление условного распределения на основе экспериментальных данных // «Информатика и процессы управления». Межвузовский сборник. КГУ, Красноярск, 1997 с.54-61.
5. Ступина Т.А. О критерии качества решающей функции предсказания многомерной переменной // Наст. сборник.

## Решение задачи распознавания многомерных временных рядов на основе редукции размерности

*Ю.И. Неймарк, Л.Г. Теклина*

(Нижний Новгород)

Рассматривается задача распознавания многомерных динамических объектов на основе обучающей выборки

$$\mathbf{X} = \left\{ \left\{ \mathbf{x}^j(t_{j_v}), u(\mathbf{x}^j(t_{j_v})) \right\} / j = 1, 2, \dots, N; v = 1, 2, \dots, k_j \right\}$$

где  $\mathbf{x}^j(t_{j_v})$  – описание  $j$ -ого объекта в  $n$ -мерном пространстве признаков для  $t_{j_v}$ -ого момента времени,  $u(\mathbf{x}^j(t_{j_v}))$  – функция учителя.

Для решения задачи предлагается подход, основанный на сведении задачи распознавания многомерных временных рядов к классической задаче распознавания с учителем путем формирования единого признакового пространства, включающего в себя описание начального состояния и математическую модель, характеризующую динамику изменения распознаваемого объекта во времени. Процесс решения складывается из трех этапов:

1. снижение размерности описания;
2. построение динамической модели;
3. аппроксимация функции учителя на основе нового описания и с учетом динамики изменения данных.

Основным математическим инструментом на всех этапах решения задачи распознавания многомерных временных рядов – от редукции размерности до построения решающих правил – является универсальная рекуррентная форма МНК, обладающая большими адаптивными возможностями [1]. Это



позволяет организовать процесс решения задачи распознавания на основе формирования адаптивного описания, *достаточного* для решения поставленной задачи, путем последовательного увеличения размерности  $m$  нового описания, начиная с  $m=1$ , усложнения рассматриваемой динамической модели и соответствующей коррекции решающего правила.

Первый этап – редукция размерности – начинается с поиска нового описания размерности  $m=1$ . Остановимся подробнее на этом моменте решения задачи.

Для построения нового описания рассматривается множество  $Y$ , состоящее из  $M = k_1 + \dots + k_N$  объектов, представляющих собой описания объектов из множества  $X$  для всех моментов наблюдения. Исследованы следующие возможности выбора нового описания размерности  $m=1$ :

1.1) Проектирование на направление с максимальной дисперсией рассеяния [2,3].

1.2) Разбиение множества  $Y$  на кластеры с последующим кодированием их путем введения естественной кодировки образов [4,5].

1.3) Проектирование на направление максимальной различимости распознаваемых образов на основе МНК, представляющего собой нормаль к поверхности, построенной путем аппроксимации функции учителя для множества  $\{y^i, u(y^i)\} / i = 1, 2, \dots, M\}$  [1,5].

После введения нового описания размерности  $m=1$  исходная задача сводится к задаче распознавания одномерных временных рядов. В случае недостаточности одномерного представления временных рядов для решения задачи распознавания с требуемой степенью точности, размерность нового описания увеличивается на 1 ( $m = 2$ ), а именно:

1.1) выбирается *плоскость* с максимальной дисперсией рассеяния – два направления, соответствующих максимальным собственным значениям в методе главных компонент [2,3];

1.2) для кластеров с целью их большей различимости вводится *двумерная* естественной кодировка образов [3,5];

1.3) определяется *плоскость* максимальной различимости распознаваемых образов на основе МНК [3] и т.д.

На втором этапе решения задачи – построение динамической модели – исследованы следующие методы описания динамического характера данных:

2.1) При незначительном времени наблюдения для описания динамического процесса использованы начальное состояние и характеристики его изменения во времени в виде коэффициентов аппроксимирующей функции (линейной, квадратичной и др.).

2.2) При значительной длительности процесса наблюдения предлагаются два варианта описания динамики процесса:

2.2.1) марковская модель, задаваемая матрицей вероятностей переходов между состояниями, введенными на первом этапе решения поставленной задачи;

2.2.2) модель вида  $\bar{x}^j(t_{j_v}) = F_j(\bar{x}^j(t_{j_{v-1}}), \dots, \bar{x}^j(t_{j_{v-p}}))$ ,

описываемая оператором  $F_j$  для объекта  $\mathbf{x}^j$  ( $\bar{x}^j$  - описание объекта  $\mathbf{x}^j$  после сокращения размерности) [6].

Все разрабатываемые методы и подходы апробированы на решении практических задач из области медицины:

- a) Дифференциальная диагностика сдавлений и некомпримирующих ушибов головного мозга при черепно-мозговых травмах (функция учителя  $u(\mathbf{x}(t))$  остается постоянной при изменении  $t$ : “сдавление головного мозга” или “ушиб головного мозга”).
- b) Диагностика сепсиса и прогнозирование течения заболевания для ожоговых больных (функция учителя может изменяться с течением времени: “нет сепсиса”, “сепсис”).
- c) Анализ нарушений сна у профбольных с различными видами интоксикации по данным спектрального анализа ЭЭГ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 99-01-00394) и ФЦП “Интеграция” (проект К0392).

### Литература

1. Неймарк Ю.И., Теклина Л.Г. Расширение и модификация рекуррентной формы метода наименьших квадратов, алгоритмической основы автоматизированных адаптивных систем распознавания // Сб. Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии. Часть 1. Новгород, 1997. С. 63-66.
2. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применение. М.: “Наука”, 1968.
3. Неймарк Ю.И., Теклина Л.Г. Рекуррентные процедуры метода наименьших квадратов при ограничениях на параметры в задачах кодирования и распознавания // Сб. Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии. Т. 2. Самара, 2000. С.348-351.
4. Котельников И.В. Кластерный анализ многомерных объектов на основе оптимальных тупиковых нечетких тестов // Сб. Математические методы распознавания образов. М., 1997. С.63-64.
5. Неймарк Ю.И., Теклина Л.Г. Роль кодирования образов при распознавании // ДАН, т.363, №6, 1998. С.751-752.

6. Неймарк Ю.И., Теклина Л.Г. Расширенный модифицированный рекуррентный метод наименьших квадратов в распознавании временных рядов // Сб. Математические методы распознавания образов. М., 1999. С.91-92.

## **Один метод классификации и распознавания образов, как технология data mining**

*Г.В. Никитов*

(Москва)

Технологии data mining направлены на нахождение скрытых структур, фактов, на выявление закономерностей и взаимосвязей между объектами массива необработанной информации.

Обычно в качестве таких технологий используются методы, которые базируются на построении математических моделей, в основе которых лежат некоторые статистические гипотезы, накладывающие известные ограничения на вид исходных данных. В докладе приводится описание основных идей некоторой новой технологии, которая основывается на подходах и методах, развиваемых в рамках школы академика Ю.И. Журавлева, и эффективность применения которой относительно слабо зависит от исходных данных.

Постановка задачи выглядит следующим образом: в качестве исходных данных рассматриваются таблицы описаний объектов признаками, как в классической постановке задачи распознавания. В качестве ограничения на эти данные берется условие, что все признаки являются действительными числами. Требуется получить представление о взаимосвязи признаков между собой.

В качестве новых объектов рассматриваются признаки сами по себе, и их описаниями являются наборы их значений на всех объектах из классической постановки задачи. Для того чтобы получить представление о взаимосвязи признаков между собой, желательно сравнивать признаки между собой, классифицировать их и так далее, однако, это связано со следующей проблемой: если в классической задаче распознавания для каждого из признаков между объектами обычно имеется более или менее естественная метрика, и общая метрика некоторым образом строится на основе этих «локальных» метрик, то в рассматриваемом случае таких «естественных» метрик не возникает. Поэтому в качестве второго шага подхода между признаками предлагается вводить метрику так, чтобы она отражала степень функциональной взаимосвязанности между ними. После введения вышеуказанным способом метрики, в качестве третьего шага предлагается синтезировать плоские представления полученной конфигурации для дальнейшего анализа, выделения групп признаков и так далее.

В качестве способа введения метрики предлагается использовать метод, имеющий название «метод огибающих» – метод, который предложен К.В. Рудаковым и используется в прикладных системах.

В результате применения «метода огибающих» получаем матрицу оценок расстояний между признаками (то есть фактически метрику) и в качестве реализации третьего шага предлагается использовать метод, также используемый при распознавании образов и классификации, и развиваемый К.В. Рудаковым и А.И. Майсурадзе, который по матрице оценок расстояний располагает точки на плоскости таким образом, что расстояния между ними являются приближениями соответствующих расстояний в матрице.

В рамках иллюстрации реализации предлагаемого подхода была построена экспериментальная программная система, с помощью которой был проведен эксперимент, где в качестве объектов рассматривались 87 регионов Российской Федерации, которые описывались семнадцатью параметрами. Эти данные относились к 1996 году к моменту президентских выборов. В результате эксперимента получена карта сходства признаков, которую можно использовать как наглядный инструмент для экспертной оценки множества признаков.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что предлагаемый подход является эффективным средством обработки массивов данных с целью выявления скрытых структур и является в следствие этого одним из методов data mining.

Заметим также, что параллельно с реализацией этого подхода, на тех же данных был подсчитан коэффициент корреляции между признаками, однако адекватный результат был получен только в случаях линейной зависимости между ними.

## **О одном методе построения пространства**

### **$\ell$ -информативных признаков при ограниченных ресурсах**

*А.Х. Нишанов, Н.О. Хусаинов*

(Ташкент)

Пусть обучающая выборка  $X = \{x\}$ , состоящая из  $m$  непересекающихся подмножеств  $X_1, X_2, \dots, X_m$ . Объект  $x_{pi} \in X_p$

$x_{pi} = (x_{pi}^1, x_{pi}^2, \dots, x_{pi}^N)$ ,  $p = \overline{1, m}$ ,  $i = \overline{1, m_p}$ , где  $m_p$  - количество объектов класса  $p$ ,  $N$  - размерность рассматриваемого пространства. Введем  $N$ -мерный вектор  $t = (t^1, t^2, \dots, t^N)$ , координаты которого являются затратами для определения соответствующего признака объекта  $x$ . Даны число  $\ell \ll N$  и  $t_0$  - предел общего ресурса. В  $N$ -мерном пространстве

задан вектор  $\lambda = (\lambda^1, \lambda^2, \dots, \lambda^N)$ , компоненты которого принимают значения 0 или 1.

Определение. Вектор  $\lambda$  называется  $\ell$ -информативным, если

$$\sum_{i=1}^N \lambda^i = \ell.$$

Через  $\Lambda^\ell$  обозначим пространство всех  $\ell$ -информативных векторов  $\lambda$ .

Требуется найти  $\ell$ -информативный вектор  $\lambda \in \Lambda^\ell$ , не превышающий расходы  $t_0$ .

Для достижения цели сформируем математическую постановку задачи, связанную с критерием.

$$\left\{ \begin{array}{l} I(\lambda) = \frac{(a, \lambda)^3}{(b, \lambda)(c, \lambda)(t, \lambda)} \rightarrow \max \\ \lambda \in \Lambda^\ell \\ (t, \lambda) \leq t_0 \end{array} \right. \quad (1)$$

где векторные компоненты  $a, b, c$  в случае независимости от  $\lambda$  вычисляются следующим образом:

$$a^j = \frac{1}{m_p} \frac{1}{m_q} \sum_{i=1}^{m_p} \sum_{k=1}^{m_q} \left( x_{pi}^j - x_{qk}^j \right)^2,$$

$$b^j = \frac{2}{m_p} \frac{1}{m_p - 1} \sum_{i=1}^{m_p} \sum_{k=1}^{m_p} \left( x_{pi}^j - x_{pk}^j \right)^2$$

$$c^j = \frac{2}{m_q} \frac{1}{m_q - 1} \sum_{i=1}^{m_q} \sum_{k=1}^{m_q} \left( x_{qi}^j - x_{qk}^j \right)^2$$

Решение приведенной выше задачи имеет два этапа: во-первых, строится пространство  $\ell$ -информативных признаков так, как указано в [1], во-вторых, в построенном пространстве находим точное решение, используя векторную функцию

$$\Psi(\lambda) = 3a - b \frac{(a, \lambda)}{(b, \lambda)} - c \frac{(a, \lambda)}{(c, \lambda)} - t \frac{(a, \lambda)}{(t, \lambda)}.$$

Предложенные метод и алгоритм решения задачи основаны на теоремах и свойствах критерия и векторной функции  $\Psi(\lambda)$ , описанных в [2].

Созданы алгоритм и программа построения  $\ell$ -информативных признаков при ограниченных ресурсах.

### Литература

1. Нишанов А. Х., Акбаралиев Б. Б., Хусайнов Н. О. Алгоритм построения пространства  $l$ -информативных признаков при ограниченных ресурсах // Проблемы информатики и энергетики. 1999. №2. С. 10-14.
2. Камиллов М. М., Фазылов Ш. Х., Нишанов А. Х. Метод выбора признаков с использованием критерия информативности Фишеровского типа // Проблемы информатики и энергетики. 1992. №2. С. 9-12.

## Применение релаксационных алгоритмов при оптимизации линейных решающих правил

*А.С. Обухов, В.В. Рязанов*

(Москва)

Оптимизация многих моделей распознавания тесно связана с решением систем линейных неравенств, когда число неравенств существенно превышает число переменных. Как правило, подобные системы несовместны и в данных случаях рассматриваются некоторые аналоги решениям совместных систем неравенств.

В настоящем докладе предложены эвристические алгоритмы поиска максимальных совместных подсистем МСП [3-5], основанные на применении релаксационных алгоритмов решения систем линейных неравенств и эвристических правил последовательной отбраковки неравенств, вхождение которых в МСП представляется менее вероятным относительно других. Приведены результаты экспериментального применения данного подхода при построении оптимальной линейной машины [1] и оптимальных линейных решающих правил в моделях частичной прецедентности [9,10].

Пусть задана система линейных неравенств

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_j \leq 0, i = 1, 2, \dots, m. \text{ Рассмотрим последовательность}$$

$x^1, x^2, \dots, x^i, \dots$ , где элементы  $x^i \in R^n$  определяются согласно (1-2).

$$x^{i+1} = x^i - \kappa(x^i) w(x^i) / \|w(x^i)\| \quad (1)$$

$$w(x^i) = \sum_{j \in J(x^i)} \lambda_j a^j, \cdot \kappa(x^i) = \sum_{j \in J(x^i)} f_j(x^i) / \|w(x^i)\| \quad (2)$$

$$J(x^i) = \{j : f_j(x^i) \geq 0, j = 1, 2, \dots, m\}, \quad a^j = (a_{j1}, a_{j2}, \dots, a_{jn}),$$

$$\lambda_j > 0 - \text{const}, \|x\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n x_j^2}.$$

При совместности системы неравенств, последовательность (1) при выборе шага релаксационного сдвига (2), обеспечивающего максимальное гарантированное приближение к множеству решений системы неравенств на каждой итерации [6], сходится с линейной скоростью к одному из решений.

В настоящее время существует обширная библиография [2,7,8] в области релаксационных методов решения систем неравенств, где особый вклад сделан И.И.Ереминым, прежде всего в области обобщений на случаи систем выпуклых неравенств, оптимизации, несовместных систем. В частности, И.И.Ереминым показано, что некоторые разновидности релаксационных алгоритмов порождают сходимость к "аппроксимационным" множествам  $\tilde{M}$ , которые могут рассматриваться как аналоги множествам  $M$  решений совместных систем.

Анализируя поведение релаксационных последовательностей были экспериментально исследованы три эвристические схемы поиска МСП:

Выполняется заданное число итераций и в качестве решения  $x^*$  принимается вектор  $x^i$ , для которого число правильных классификаций на обучении было максимально ( $A^1$ ).

Решение  $x^*$  находится в результате последовательного удаления часто невыполняющихся неравенств ( $A^2$ ).

Решение  $x^*$  находится в результате последовательного удаления невыполнявшихся неравенств с максимальными  $f_j(\tilde{x}) / \|a^j\|$  ( $A^3$ ).

Данные эвристики были использованы для нахождения оптимальной линейной машины для заданного признакового пространства и поиска оптимальных весовых коэффициентов в моделях голосования по системам логических закономерностей.

Приведенные эвристические алгоритмы обучения протестированы на десятке различных прикладных задач. Примерно в половине случаев схемы  $A^2, A^3$  оказывались заметно эффективнее схемы  $A^1$ . В других экспериментах их эффективность была приблизительно равна.

В таблице приведены сравнительные результаты (процент правильно распознанных объектов контрольной таблицы) экспериментов на примере двух прикладных задач:

Protein - распознавание мест локализации протеина,  $m=1444$ ,  $n=8$ ,  $l=10$  [11].

Heart - распознавание сердечных заболеваний  $-m=303$ ,  $n=13$ ,  $l=5$  (создана в V.A. Medical Center, Long Beach and Cleveland Clinic Foundation: Robert Detrano, M.D., Ph.D.) [12].

Задача	Линейная машина		Взвешенное голосование		Дискриминант Фишера
	$A^1$	$A^2, A^3$	$A^1$	$A^2, A^3$	
Protein	47	60	53	53	58
Heart	57	60	58	63	54

Безусловно, схемы  $A^2$ ,  $A^3$  нуждаются в дополнительной теоретической поддержке. Пока что эксперименты показывают их практическую целесообразность и как в плане простого инструмента обучения, которое может привести к успеху, и как средства генерации множеств алгоритмов распознавания.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проекты №99-01-00433, 99-07-90120, 99-07-90390, 00-01-00650, и ИНГАС №00-397, 00-626).

### Литература

1. Дуда Р., Харт П., Распознавание образов и анализ сцен, Мир, Москва, 1976, 511 с.
2. Еремин И.И., Теория линейной оптимизации.-Екатеринбург: Издательство "Екатеринбург", 1999.-312 с.
3. Черников С.Н., Згортання скінченних систем лінійних нерівностей. ДАН УРСР, сер. А, 1, 1969.
4. Винниченко М.Г. Про одну комбінаторну задачу. ДАН УРСР, сер. А, 9, 1969.
5. Катериночкина Н.Н. Методы выделения максимальной совместной подсистемы системы линейных неравенств, М. ВЦ РАН, 1997, 15 с.
6. Рязанов В.В. О выборе релаксационных алгоритмов решения систем линейных неравенств. Сб. работ по матем.кибернетике, ВЦ АН СССР, вып.2.
7. Agmon S. The relaxation method for linear inequalities. Canad.J.Math., 1954, 6, №3, pp. 382-392.
8. Еремин И.И. О системах неравенств с выпуклыми функциями в левых частях. Известия АН СССР, серия математическая, 30 (1966), стр. 265-278.



9. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе для решения задач распознавания или классификации, Проблемы кибернетики, Наука, Москва, 1978, выпуск 33, стр.5-68.
10. Ryazanov V.V., Recognition Algorithms Based on Local Optimality Criteria , Pattern Recognition and Image Analysis. 1994. Vol.4. no.2 pp. 98-109.
11. "Expert Sytem for Predicting Protein Localization Sites in Gram-Negative Bacteria", Kenta Nakai & Minoru Kanehisa, PROTEINS: Structure, Function, and Genetics 11:95-110, 1991.
12. Detrano R., Janosi A., Steinbrunn,W., Pfisterer M., Schmid J., Sandhu S., Guppy K., Lee S., Froelicher V. (1989). International application of a new probability algorithm for the diagnosis of coronary artery disease. American Journal of Cardiology, 64,304--310.

## **О мощности множества проверяемых гипотез в задачах апостериорной обработки квазипериодических последовательностей**

*Л.В. Окольников*

(Новосибирск)

В [1-3] рассмотрены различные постановки задач обработки *квазипериодических числовых последовательностей*. Под числовой квазипериодической последовательностью подразумевается всякая числовая последовательность, включающая такие подпоследовательности подряд расположенных членов, которые имеют характерные постоянные детерминированные или стохастические свойства, причем для всех пар следующих друг за другом подпоследовательностей разность между номерами первых членов последующей и предыдущей подпоследовательности лежит в фиксированном интервале.

Показано [1-3], что задачи апостериорной обработки квазипериодических последовательностей сводятся к задачам проверки совокупности гипотез о среднем гауссовского случайного вектора, причем число гипотез пропорционально мощности множества

$$\Omega = \Omega(N, T_{\max}, T_{\min}, q|M) = \{(n_1, \dots, n_M)\}:$$

$$0 \leq n_1 \leq T_{\max} - q, \quad 0 \leq N - T_{\max} \leq n_M \leq N - q,$$

$$q \leq T_{\min} \leq n_m - n_{m-1} \leq T_{\max}, \quad m = \overline{2, M}$$

целочисленных наборов, где  $N$  - длина обрабатываемой последовательности,  $T_{\max}$  и  $T_{\min}$  - соответственно максимальный и минимальный интервалы между двумя последовательными подпоследовательностями,  $M$  - число подпоследовательностей в

последовательности и  $q$  - длина подпоследовательности. Если квазипериодическую последовательность трактовать как временной ряд, то компоненты  $n_i, i = \overline{1, M}$  наборов, принадлежащих множеству  $\Omega$ , можно интерпретировать как моменты времени начал подпоследовательностей, составляющих квазипериодическую последовательность.

Интуитивно понятно, что мощность множества  $\Omega$ , а вместе с ней и число проверяемых гипотез, растет экспоненциально с ростом  $N$ . В данной работе получена точная формула для вычисления мощности множества  $\Omega$  в зависимости от параметров обрабатываемой последовательности. Эта формула может быть использована для получения верхних и нижних оценок мощности множества  $\Omega$ , и, следовательно, для оценивания мощности множества проверяемых гипотез в задачах обработки квазипериодических последовательностей.

Пусть  $a^+ \in [a, b], b^- \in [a, b], T_{\min} \leq T_{\max}$ , причем  $a, a^+, b^-, b$  - целые, а  $T_{\min}$  и  $T_{\max}$  - натуральные числа. Рассмотрим вспомогательное множество

$$\Psi = \Psi(a, a^+, b^-, b, T_{\max}, T_{\min} | M) = \{(v_1, \dots, v_M) : a \leq v_1 \leq a^+, \\ b^- \leq v_M \leq b, T_{\min} \leq v_i - v_{i-1} \leq T_{\max}, i = \overline{2, M}\}$$

целочисленных наборов фиксированной размерности  $M$ .

Следующие утверждения позволяют вычислять мощность множества  $\Psi$ .

**Утверждение 1.** Справедливо равенство

$$\|\Psi\| = \sum_{\tilde{a}=a}^{a^+} \sum_{\tilde{b}=\min\{b^-, \tilde{a}\}}^b \|\Psi(\bullet | \tilde{a}, \tilde{b})\|,$$

где  $\Psi(\bullet | \tilde{a}, \tilde{b}) = \Psi(\tilde{a}, \tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{b}, T_{\max}, T_{\min} | M)$ ,  $\tilde{a} \in [a, a^+], \tilde{b} \in [b^-, b], \tilde{a} < \tilde{b}$ .

Задача вычисления  $\|\Psi(\bullet | \tilde{a}, \tilde{b})\|$  сведена к известной комбинаторной задаче о разбиении числа на целочисленные слагаемые, не превосходящие заданной величины. Пусть  $V(n, k, d)$  равно числу целочисленных решений уравнения  $x_1 + \dots + x_M = n$ , при условии  $0 \leq x_i < d$ . Производящую функцию величины  $V(n, k, d)$  можно найти в [4].

**Утверждение 2.**

$$\|\Psi(\bullet | \tilde{a}, \tilde{b})\| = V(\tilde{b} - \tilde{a} - (M-1)T_{\min}, M-1, T_{\max} - T_{\min} + 1).$$

**Утверждение 3.** Выполнено равенство

$$B(n, k, d) = \sum_{j=0}^{\lfloor n/d \rfloor} (-1)^j C_k^j C_{n+k-1-jd}^{k-1}.$$

Утверждения 1–3 дают точное значение  $\|\Psi\|$ . Положив в условиях этих утверждений  $a = 0$ ,  $a^+ = T_{\max} - q$ ,  $b^- = N - T_{\max}$  и  $b = N - q$ , получим выражение для мощности множеств  $\Omega$ .

Работа выполнена в рамках проектов №01-01-06282, №00-01-00795 поддержанных РФФИ.

### Литература

1. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Распознавание квазипериодической последовательности, образованной из заданного числа одинаковых подпоследовательностей // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т.2, № 1. С.53-74.
2. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Апостериорное совместное обнаружение и различение заданного числа подпоследовательностей в квазипериодической последовательности // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т.2, № 2(4). С.106-119.
3. Кельманов А.В., Окольнішнікова Л.В. Апостериорное совместное обнаружение и различение подпоследовательностей в квазипериодической последовательности. // Сиб.журн. индустр. математики. 2000, Т.3, № 2(6). С.115-139.
4. Гульден Я., Джексон Д. перечислительная комбинаторика. Москва, «Наука», 1990.

## Идентификация математических моделей спектрально-аналитическим методом

*А.Н. Панкратов, Ф.Ф. Дедус*

(Пушино)

Рассматриваются задачи, связанные с приближенным численно-аналитическим представлением оригинала и изображения в формуле интегрального преобразования Лапласа. Под численно-аналитическим представлением подразумевается такое представление, структура которого жестко задана (или задан дискретный набор структур), а некоторое число параметров этой структуры могут быть определены приближенно.

Для функции-оригинала выбрана форма [1] в виде ряда по функциям, построенным на основе обобщенных ортогональных полиномов Лагерра. Эта форма позволяет определять коэффициенты разложения методом подстановки [2] и включает 3 свободных параметра, которые задаются с целью описания функции наиболее коротким рядом при заданной погрешности аппроксимации. В качестве базового дискретного набора

структур математических моделей рассматривались дробно-рациональные передаточные функции.

В рамках обозначенных структур рассматривались две задачи: определение коэффициентов разложения оригинала по заданной передаточной функции, и наоборот, определение параметров передаточной функции по известному оригиналу. На основе этих задач ставятся задачи идентификации системы, диагностики параметров системы, слежения за состоянием системы и прогнозирования изменения значений параметров системы.

Разработаны методы и программное обеспечение для решения поставленных задач. Алгоритмы обладают следующими свойствами: аппроксимация оригинала, соответствующего заданному изображению, осуществляется автоматически, включая выбор оптимальных параметров базиса; оценка параметров изображения Лапласа осуществляется вместе с контролем устойчивости этой процедуры к неопределенности в коэффициентах разложения функции-оригинала.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### **Литература**

1. Г.Бейтмен, А.Эрдейи Таблицы интегральных преобразований. Том1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. М.: Наука, 1969.
2. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых, М.Н.Устинин, А.Ф.Дедус. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. М.: Машиностроение, 1999, 357 с.

## **Обобщение знаний в моделях с логическими закономерностями**

*С.В. Прохоров, И.Е. Рогожина, В.В. Рязанов*  
(Москва)

### **Введение.**

К несомненным достоинствам моделей частичной прецедентности относится не только высокая точность распознавания, но и возможность вычисления в результате дискретного анализа обучающей выборки множеств различных величин (тупиковые тесты  $\{T\}$  [1,3,4], представительные наборы [2,3,4], опорные множества [1,3,4] логические закономерности  $\{P\}$  [5,6]), которые могут интерпретироваться как множества  $\{N\}$  "элементарных" знаний о рассматриваемой предметной области. При решении практических задач имеют место как правило следующие факты:

- найденные множества элементарных знаний содержат близкие или равные элементы;

- существуют знания  $\{N^*\}$ , обладающие более высокими характеристиками чем знания  $\{N\}$ , найденные по данным обучения, но знания  $\{N^*\}$  найти не удалось в силу ограниченности процедур поиска.

Таким образом, формализация, разработка и исследование проблем сортировки и обобщение знаний являются актуальными задачами теории распознавания. В настоящем докладе предложен подход для решения задач обобщения "элементарных знаний" на примере логических закономерностей классов [5].

### Обобщение логических закономерностей.

Рассматривается задачи распознавания в стандартной постановке для случая непересекающихся классов [3,4]. Исследуемое множество объектов  $M$  представимо в виде объединения  $I$  подмножеств  $K_j$  - классов:

$$M = \bigcup_{j=1}^I K_j. \text{ Задана начальная информация } I_0 \text{ о классах и описание } I(S)$$

произвольного объекта  $I(S)$  из  $M$ . Предполагается, что описания  $I(S)$  определяются наборами  $n$  числовых признаков, а начальная информация  $I_0$  (обучающая информация) задается выборкой признаковых описаний в виде числовой таблицы  $T_{nm}$ , в которой представлены объекты всех  $I$  классов с известным распределением их по классам. Для определенности будем полагать, что

$$S_{m_{i-1}+1}, S_{m_{i-1}+2}, \dots, S_{m_i} \in K_i, i = 1, 2, \dots, I, m_0 = 0, m_I = m.$$

$$\text{Обозначим } \{S_{m_{i-1}+1}, S_{m_{i-1}+2}, \dots, S_{m_i}\} = \tilde{K}_i.$$

Предикат  $P_i(S) = \&(\alpha_{i_v} \leq x_{i_v}(S) \leq \beta_{i_v}), v = 1, 2, \dots, k$  назовем логической закономерностью класса  $K_j$ , если удовлетворяются следующие условия:

1.  $P_i(S_j) = 1$  для некоторых эталонных объектов  $S_i$  класса  $K_j$ ,
2.  $P_i(S_j) = 0$  для всех эталонных объектов  $S_i$ , не принадлежащих классу  $K_j$ ,
3.  $\phi(P_i) = \max$ , где  $\phi$  - некоторый критерий оптимальности.

Предикат  $P_i(S)$  назовем частичной логической закономерностью класса  $K_j$ , если выполняются только условия 1 и 3.

В [6] использовался эвристический функционал  $\phi(P_i)$ , обоснование выбора которого приведено в [5], где предикаты  $P_i(S)$  ищутся на множестве предикатов  $P_i(S) = \&(a_{i_v} - \varepsilon_{i_v} \leq x_{i_v}(S) \leq a_{i_v} + \varepsilon_{i_v})$ . В данном случае задача поиска  $P_i(S)$  является линейной. Для каждого из классов находится

множество подобных предикатов, которые будем обозначать  $\mathbf{P}_j, j = 1, 2, \dots, l$ .

Пусть  $P_i(x) \in \mathbf{P}_j$ .

Введем обозначение  $f(P_i) = (f_i(P_i), f_i(P_i), \dots, f_i(P_i))$ , где  $f_j(P_i) = \left| \{S_i : S_i \in \tilde{K}_j\} \right| / \left| \tilde{K}_j \right|$ . Предикат  $P_i(x)$  из множества  $\mathbf{P}_j$  назовем  $\lambda$ -допустимым, если  $f_j(P_i) > \lambda, f_i(P_i) \leq \lambda, i = 1, 2, \dots, l, i \neq j, \lambda \geq 0$ . Далее предполагаем, что множества  $\mathbf{P}_j$  содержат лишь  $\lambda$ -допустимые предикаты, а  $\lambda$  для краткости будем опускать.

Пусть  $P_1(S), P_2(S)$  - пара допустимых предикатов из  $\mathbf{P}_j$ ,

$$P_1(S) = \&_{j \in \omega_1} (a_j^1 \leq x_j \leq b_j^1) \&_{j \in \Omega} (c_j^1 \leq x_j \leq d_j^1),$$

$$P_2(S) = \&_{j \in \omega_2} (a_j^2 \leq x_j \leq b_j^2) \&_{j \in \Omega} (c_j^2 \leq x_j \leq d_j^2),$$

$$\omega_1, \omega_2, \Omega \in \{1, 2, \dots, n\}; \omega_1 \cap \omega_2 = \emptyset, \omega_1 \cap \Omega = \emptyset, \omega_2 \cap \Omega = \emptyset.$$

Допустимый предикат  $P(S) = \&_{j \in \omega_1} (a_j^1 \leq x_j \leq b_j^1) \&_{j \in \Omega} (\sigma_j^1 \leq x_j \leq \delta_j^1)$  назовем расширением предиката  $P_1(S)$  по предикату  $P_2(S)$ , если  $\sigma_j^1 \in \{-\infty, c_j^1, \min\{c_j^1, c_j^2\}\}$ ,  $\delta_j^1 \in \{d_j^1, \max\{d_j^1, d_j^2\}, +\infty\}$ .

Допустимый предикат  $P_2(S) = \&_{j \in \omega_1} (a_j^2 \leq x_j \leq b_j^2)$  назовем расширением предиката  $P_1(S) = \&_{j \in \omega_2} (a_j^1 \leq x_j \leq b_j^1)$ , если  $a_j^2 \in \{a_j^1, -\infty\}$ ,

$b_j^2 \in \{b_j^1, +\infty\}$ . Очевидно, расширение  $P_2(S)$  предиката  $P_1(S)$  является расширением  $P_1(S)$  по  $P_1(S)$ . В случаях, когда  $\sigma_j^1 = -\infty, \delta_j^1 = +\infty$ , переменная  $x_j$  становится фиктивной. Множество предикатов  $\mathbf{P}_j^2$  назовем расширением множества предикатов  $\mathbf{P}_j^1$ , если оно состоит из всех расширений предикатов множества  $\mathbf{P}_j^1$  по предикатам этого же множества.

Допустимый предикат  $P(S)$  назовем максимальным по множеству  $\mathbf{P}_j$ , если не существует его расширений ни по одному предикату из  $\mathbf{P}_j$ .

Были проведены исследования с целью построения цепочек последовательных расширений начального множества  $P_j$  до достижения множеств  $P_j^*$ , элементами которого являются только максимальные предикаты. Разработаны алгоритмы приближенного вычисления множеств  $P_j^*$ , успешно апробированные на нескольких прикладных задачах.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проекты №99-01-00433, 99-07-90120, 99-07-90390, 00-01-00650, и ИНГАС №00-397, 00-626.

### **Литература**

1. Дмитриев А.Н., Журавлев Ю.И., Кренделев Ф.П., О математических принципах классификации предметов и явлений. Сб. "Дискретный анализ". Вып. 7. Новосибирск, ИМ СО АН СССР. 1966. С. 3-11.
2. Баскакова Л.В., Журавлев Ю.И., Модель распознающих алгоритмов с представительными наборами и системами опорных множеств. Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1981. Т.21, № 5. С.1264-1275.
3. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе для решения задач распознавания или классификации, Проблемы кибернетики, Наука, Москва, 1978, выпуск 33, стр.5-68.
4. Журавлев Ю.И., ИЗБРАННЫЕ НАУЧНЫЕ ТРУДЫ. - М.: Издательство Магистр, 1998. - 420 с.
5. Ryazanov V.V. Recognition Algorithms Based on Local Optimality Criteria // Pattern Recognition and Image Analysis. 1994. Vol.4. no.2. P.98-109.
6. Богомолов В.П., Виноградов А.П., Ворончихин В.А., Журавлев Ю.И., Катериночкина Н.Н., Ларин С.Б., Рязанов В.В., Сенько О.В. Программная система ЛОРЕГ - алгоритмы распознавания, основанные на голосовании по множествам логических закономерностей. Москва, ВЦ РАН, 1998, 63 с.

## **Стохастические модели возможности**

*Ю.П. Пытьев*

(Москва)

Рассмотрен принцип соответствия теоретико-возможностных моделей [1] классам вероятностных пространств с фиксированными условиями упорядоченности вероятностей элементарных событий. Принцип соответствия [2] основан на определенных условиях согласованности упорядоченности возможностей элементарных событий с упорядоченностью их вероятностей, при выполнении которых операции сложения вероятностей событий соответствует операция "max" их возможностей, стохастической независимости соответствует теоретико-возможностная Р-независимость,

операции умножения вероятностей статистически независимых событий — операция “min” их возможностей, и т.д. Показано, что для всякой теоретико-возможностной модели, имеющей стохастический «прототип», проблема эмпирического определения распределения возможностей сводится к задаче проверки статистических гипотез об упорядоченности распределения вероятностей.

### **Литература**

1. Пытьев Ю. П. Возможность. Элементы теории и применения. // УРСС. Москва, 2000.
2. Пытьев Ю. П. Стохастические модели в теории возможностей. // Pattern Recognition and Image Analysis, в печати.

## **Методы оптимизации проблемно-ориентированных метрических описаний в задачах анализа потоков потребления ресурсов**

*А. С. Ровный*  
(Москва)

Задачи анализа потоков потребления ресурсов возникают при изучении сложного поведения систем с множеством независимых агентов, взаимодействующих с массивом произвольных ресурсов. В таких задачах основным типом объектов, подлежащих распознаванию и классификации, являются ограниченные во времени фрагменты поведения агентов - временные ряды прецедентов, описывающих взаимодействие потребителей и ресурсов в терминах выбранной системы признаков, отражающих различные типы ресурсов и характеры взаимодействия. В качестве примера можно привести задачу координации действий пользователей больших информационных систем. В большинстве практически интересных случаев размерность анализируемых массивов объектных описаний значительно превышает разумные вычислительные возможности, что приводит к необходимости предварительной факторизации исходных данных.

В ряде случаев удаётся синтезировать эффективный алгоритм получения классификации потребителей по типам поведения на основании временного ряда, свёрнутого в вектор классов потребления каждого ресурса. Входом алгоритма является матрица поведения системы, составленная из соответствующих каждому потребителю векторов, наделённых проблемно-ориентированными мерами близости; такая матрица допускает предварительную кластеризацию как по типам поведения потребителей, так и по типам потребления ресурсов.

В докладе рассматриваются способы снижения размерности метрических описаний указанного рода, сохраняющие релевантные проблемной области характеристики поведения классов потребителей. На основании подобных



алгоритмов была построена программная система, демонстрирующая перспективность подобного подхода; существенно снижая размерность потока входных данных, система позволяет при этом эффективно получать релевантную классификацию типов поведения и потребления. Задачей дальнейшего исследования является как развитие алгоритмической стороны данного подхода так и исследование области применимости используемых алгоритмов.

## **Построение проблемно-ориентированных теорий на основе алгебраического подхода к задачам распознавания образов**

*К. В. Рудаков*

(Москва)

Основы алгебраического подхода к проблеме синтеза корректных алгоритмов были заложены в 70-х годах прошлого века в работах академика РАН Ю.И. Журавлева [1-2]. В этих работах были развиты “прямые методы” построения корректных, то есть точных на прецедентах, алгоритмов классификации путем применения специальных алгебраических операций к эвристическим распознающим операторам. При этом были введены основополагающие понятия (регулярность, полнота и т.д.), область потенциального применения которых существенно шире, чем задачи и алгоритмы распознавания и классификации.

В настоящее время представляется несомненным, что алгебраический подход представляет собой не специализированную теорию, а скорее математическую технологию построения проблемно-ориентированных теорий синтеза высококачественных алгоритмов на базе соответствующих эвристических информационных моделей, то есть параметрических семейств операторов, отражающих те или иные экспертные знания о предметной области. Можно сказать, что выработалась определенная культура применения алгебраических методов при исследовании конкретных предметных областей, которая позволяет сформулировать правильную последовательность вопросов, ответы на которые и составляют проблемно-ориентированную теорию.

Прежде всего, отметим, что решениями задач, для которых предназначен алгебраический подход, являются не ответы на конкретные содержательные вопросы, а алгоритмы, способные давать такие ответы. При этом объектом изучения оказывается не сама предметная область, а собственно алгоритмы или их фрагменты, семейства алгоритмов, а также операции над алгоритмами. В соответствии с этим под качеством решения понимается качество построенного алгоритма, определяемое чаще всего точностью его работы на прецедентах и его соответствием различного рода дополнительным требованиям.

Основной техникой прием алгебраического подхода состоит в том, что эвристические информационные модели (параметрические семейства) используются не в качестве области оптимизации, а как источник базовых операторов, применение к которым соответствующих так называемых корректирующих операций и приводит к построению высококачественного алгоритма – решения.

При разработке конкретной проблемно-ориентированной теории первый шаг состоит в точном описании класса задач, которые должны решаться искомыми алгоритмами. Такое описание включает в себя фиксацию множества начальных информаций (входов алгоритмов), множества финальных информаций (выходов алгоритмов) и структурной информации (вида прецедентов и дополнительных ограничений) [1, 3, 4].

Существенно, что уже на первом шаге возникает возможность постановки и решения ряда содержательных вопросов. А именно, устанавливаются условия, обеспечивающие разрешимость изучаемых задач. Эти условия определяют по сути дела непротиворечивость прецедентной и дополнительной информации. Они же, естественно, оказываются условиями существования корректного алгоритма – решения.

Как правило, наряду с разрешимостью изучается вопрос о так называемой регулярности рассматриваемых задач. Под регулярностью понимается при этом усиление свойства разрешимости, сводящееся к требованию разрешимости не только для самой задачи, но и для задач в некотором смысле близких к рассматриваемой. Установление критериев регулярности задач автоматически приводит к критериям полноты для семейств алгоритмов - под полнотой семейства понимается существование в нем решений для всех регулярных задач.

В тех случаях, когда на множестве задач оказывается возможным введение адекватной метрики, решается вопрос и о получении оценок для так называемых радиусов устойчивости, регулярности и разрешимости. Последние понимаются как расстояние от данной регулярной (разрешимой) задачи до ближайшей нерегулярной (неразрешимой). Существенность этого вопроса вытекает из того обстоятельства, что и регулярность, и разрешимость задачи могут оказаться обусловленными избыточно точными измерениями или описаниями в начальной информации.

Итак, в результате описанного первого шага, который можно назвать этапом построения абстрактной теории предметной области, возникают описания класса задач и система критериев регулярности, разрешимости и полноты.

Следующий шаг построения проблемно-ориентированной теории состоит в конструировании эвристических моделей алгоритмов и подборе семейств корректирующих операций. В качестве эвристических семейств алгоритмов берутся параметрические семейства отображений из множества начальных информаций во множество финальных информаций. Часто эти отображения

исходно строятся как суперпозиции отображений из множества начальных информаций в некоторое множество оценок и отображения из этого множества оценок во множество финальных информаций. Более того, доказано [1,2], что возможность представления этих отображений в виде суперпозиций указанного вида имеется практически во всех случаях. Семейства корректирующих операций конструируются на базе операций, определенных на множестве оценок. Эвристические модели и семейства корректирующих операций строятся при этом так, чтобы они удовлетворяли установленным на первом этапе критериям, что гарантирует возможность построения с их помощью корректных алгоритмов для всех регулярных или разрешимых задач.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта: 99-01-00562).

### **Литература**

1. Журавлев Ю.И. Корректные алгебры над множествами некорректных (эвристических) алгоритмов. I-III // Кибернетика. 1977. № 4. С. 5-17, 1977. № 6. С. 21-27, 1978. № 2. С. 35-43.
2. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации // Проблемы кибернетики. Вып. 33 М.: Наука, 1978, С. 5-68.
3. Журавлев Ю.И. Рудаков К.В. Об алгебраической коррекции процедур обработки (преобразования) информации // Проблемы прикладной математики и информатики. М. Наука, 1987. С.187-198.
4. Рудаков К.В. Универсальные и локальные ограничения в проблеме коррекции эвристических алгоритмов классификации // Кибернетика. 1987. № 2. С. 30- 35.

## **О склеивании нейросетевых и комбинаторно-логических подходов в задачах распознавания**

***В.В. Рязанов, Ф.Б. Челноков***

(Москва)

### **Введение**

В исследовании [1] была предложена гибридная модель распознавания, основанная на склеивании нейросетевых и комбинаторно-логических подходов. Входными сигналами нейронной сети являются как признаковые описания объектов распознавания, так и результаты их дискретного преобразования в совокупность бинарных сигналов. При этом используются найденные в рамках моделей частичной прецедентности множества логических закономерностей [2]. На последующих уровнях происходят стандартные нейросетевые преобразования. Для обучения используется метод обратного распространения.

Настоящая работа является продолжением данных исследований. Реализованы и исследованы различные схемы организации и выполнения уровней нейронной сети при различных видах входных сигналов, введены параметры для автоматической и автоматизированной оптимальной адаптации сети к новым прикладным задачам. Приведены результаты применения созданной гибридной модели для решения практических задач.

### Нейронная сеть с логическими закономерностями

Исследовались следующие типы входного слоя сети:

Значения числовых признаков  $X_1, X_2, \dots, X_N$ ;

Значения предикатов  $P^l(x) = \&(a_{i_v} \leq x_{i_v} \leq b_{i_v})$  [2], где

$x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$  - признаковое описание объекта распознавания,  $a_{i_v}, b_{i_v}$  - некоторые константы;

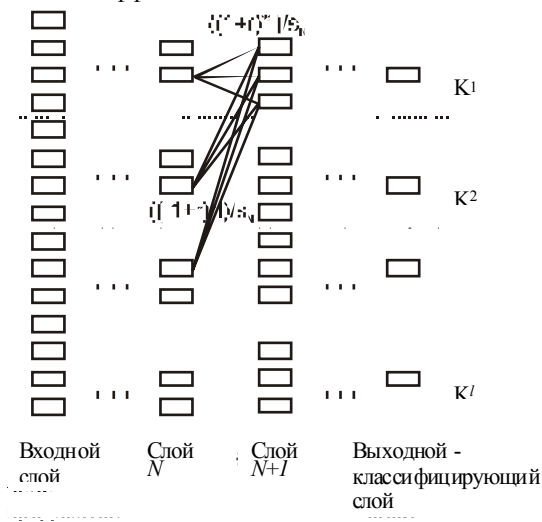
Нормированные суммы  $\sum_{P^l \in P^j} P^l(x)$ ,  $j = 1, 2, \dots, l$ , где  $l$  - число классов.

Предикаты  $P^l(x)$  (логические закономерности) вычисляются по данным обучения и каждый из них связан с одним из классов. При этом предикат  $P^l(x) = 1$  для "значительной" части объектов своего класса и  $P^l(x) = 0$  на эталонах остальных классов. В случае частичных закономерностей допускается  $P^l(x) = 1$  для небольшого числа представителей других классов [1,2].

Каждый уровень нейронной сети разбивается на группы нейронов, причем количество групп равно числу распознаваемых классов объектов. Начальные веса между уровнями  $N$  и  $N+1$  инициализируются следующим образом. Между нейронами, принадлежащими соответствующим группам начальные веса устанавливаются согласно формуле  $w = ((l+r)*l)/s_N$ , где  $r$  - случайное число в диапазоне  $[-0,05; 0,05]$ ,  $l$  - число классов,  $s_N$  - число нейронов в слое  $N$  или число синапсов у нейрона  $N+1$  слоя. Формула подобрана таким образом, чтобы сумма весов от нейронов соответствующей группы предыдущего слоя равнялась приблизительно 1. Веса между нейронами различных групп вычисляются по той же формуле, но с противоположным знаком.

Возможен выбор в качестве активационной функции сигмоида или гиперболического тангенса. Величина начального шага в алгоритме обратного распространения устанавливается пользователем и меняется (уменьшается) далее автоматически. При достижении локального экстремума, "насыщении" сети, отсутствии сходимости и других тупиковых ситуациях, происходит новая инициализация и процесс обучения повторяется. Таким образом общий процесс обучения включает серию

расчетов метода обратного распространения при различных случайных начальных весовых коэффициентах.



### Заключение

Известно, что многослойные нейросетевые алгоритмы распознавания позволяют в принципе моделировать сложные разделяющие поверхности. В действительности все оказывается сложнее, и процесс поиска нужных весовых коэффициентов синаптических связей не прост и связан с существенными временными затратами. Использование на входе значений предикатов вместо значений признаков позволяет надеяться на стабильность обучения в целом за счет учета через предикаты локальных особенностей обучающих данных.

Подобной иллюстрацией является задача оценки стоимости жилья по данным [3]. Поскольку прогнозируемая величина (стоимость жилья) является не дискретной, данная задача регрессии была сведена приближенно к задаче распознавания с пятью классами. Класс определяется некоторым интервалом изменения прогнозируемой величины.

Исходное признаковое пространство включало 13 признаков, задача прогноза решалась относительно пяти классов, обучающая выборка имела длину 242 объектов, контрольная - 264. Анализ данных показал, что разделяющие поверхности существенно нелинейны.

Результаты распознавания нейросетевым алгоритмом в зависимости от выбора типа входных сигналов (признаки, предикаты, суммы предикатов) оказались, соответственно, 64.4%, 68.2%, 68.2% правильных ответов.

В заключение следует отметить, что в модели распознавания основанной на голосовании по логическим закономерностям (как и в других моделях

голосования) для повышения точности распознавания предпочтительнее использовать представительные опорные множества. Большое число предикатов соответственно увеличивает размерность пространства весовых коэффициентов и усложняет оптимизацию. Таким образом, представляется целесообразным исследование вопросов нахождения по обучающим выборкам наилучших множеств предикатов  $P^i(x) = \&(a_{i_v} \leq x_{i_v} \leq b_{i_v})$  для входов нейронной сети.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (проекты №99-01-00433, 99-07-90120, 99-07-90390, 00-01-00650, и ИНГАС №00-397, 00-626).

### Литература

1. Ryazanov V.V., Senko O.V., Aslanyan L., Saakyan Kh, Mingo L.Ph., Castellanos J. On Certain Hybrid Classification Models Based on Neural Network and Logical Approaches, Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.11, No.1, 2001, pp.80-82.
2. Богомолов В.П., Виноградов А.П., Ворончихин В.А., Журавлев Ю.И., Катериночкина Н.Н., Ларин С.Б., Рязанов В.В., Сенько О.В. Программная система ЛОРЕГ - алгоритмы распознавания, основанные на голосовании по множествам логических закономерностей. Москва, ВЦ РАН, 1998, 63 с.
3. Harrison, D. and Rubinfeld, D.L. Hedonic prices and the demand for clean air, J. Environ. Economics & Management, vol.5, 81-102, 1978.

## О свойствах матриц, порождаемых несовместными системами ограничений

*А.И. Рыбин*  
(Екатеринбург)

Построение минимальных разделяющих комитетов в дискриминантном анализе приводит к задаче построения комитета с наименьшим возможным числом элементов, являющейся, в общем случае NP–трудной. В связи с этим целесообразно исследовать возможности точного или приближенного решения за полиномиальное время для отдельных подклассов задач этого типа. В статье рассматривается проблема построения минимального комитета в форме задачи целочисленной линейной оптимизации и обсуждаются свойства ее ограничений в предположении, что любой комитет несовместной системы ограничений строится из решений всех без исключения максимальных совместных подсистем, число которых совпадает с числом ограничений в системе. Рассмотрим несовместную систему  $s \in D_j \subset S, j \in N_n$ . Ее комитетом называется такая конечная

последовательность  $Q = (c^i)_{i=1}^q$  элементов  $S$ , что в каждом  $D_j$  лежит более половины ее элементов. Пусть  $\{s^i\}_{i=1}^n$  система различных представителей множеств решений всех максимальных совместных подсистем. Пусть, также, любой комитет строится с использованием всех представителей этой системы. Определим матрицу  $A_{n \times n} : (s^i \in D_j) \Rightarrow (a_{ji} = +1), (s^i \notin D_j) \Rightarrow (a_{ji} = -1)$ . По

предположению  $\det A \neq 0, A^{-1} \geq 0$ . Квадратную матрицу  $A$  из  $\pm 1$ , для которой это условие выполнено, будем называть комитетной. В дальнейшем будут обсуждаться свойства комитетных матриц. Задача построения

минимального комитета записывается в виде:  $\min \left\{ \sum_{i=1}^n x_i \mid Ax \geq e, x \in Z_+^n \right\}$ .

Если  $A$  комитетная, то за время порядка  $O(n^3)$  определяется приближение минимального комитета с погрешностью менее  $2^{2-n} |\det A|$ , а если, при этом,  $|\det A| = 2^{n-1}$ , то за время  $O(n^3)$  определяется минимальный комитет.

**Утверждение 1.** Если  $A$  комитетная, то:

а) для каждой пары  $i' \neq i''$  найдется  $j'$ , так что  $a_{i'j'} = a_{i''j'} = 1$  (для каждой  $j' \neq j''$  найдется  $i'$ , так что  $a_{i'j'} = a_{i''j'} = 1$ );

б) существует  $j''$ , для которого  $|\{i \in N_n : a_{ij''} = 1\}| > (n/2)$ , существует  $i''$ , для которого  $|\{j \in N_n : a_{i''j} = 1\}| > (n/2)$ ;

в) система  $-Ax > 0, x \geq 0$  не имеет решений;

г) при некоторой перестановке строк и столбцов  $A$  приводится к матрице с диагональным преобладанием.

Приведенные условия не достаточны для того, чтобы невырожденная матрица была комитетной.

**Следствие 1.** Если  $A$  – комитетная, не существует комитетной  $B \leq A$ , то число элементов комитета, определяемого алгоритмом линейной коррекции при решении системы  $Ax > 0$  не превосходит удвоенного числа коррекций.

**Утверждение 2.** Для  $n = 1, 3, 4$  существует единственная, с точностью до перестановки строк и столбцов, матрица, являющаяся комитетной. Для  $n = 2$  такой матрицы не существует.

**Утверждение 3.** Если  $B$  комитетная,  $A \leq B$  и система  $Ax > 0, x \geq 0$  совместна, то

- а) матрица  $A$  является комитетной;
- б)  $\det A, \det B$  имеют один знак;
- в)  $A^{-1} \geq B^{-1}$ ;
- г)  $|\det A| \leq |\det B|$ .

**Следствие 2.** Если, кроме условий утверждения,  $|\det B| = 2^{n-1}$ , то минимальный комитет несовместной системы ограничений с матрицей  $A$  строится за время порядка  $O(n^3)$ .

### Литература

1. Мазуров Вл.Д. Метод комитетов в задачах оптимизации и классификации. М.:Наука.–1990.–248с.
2. M. Yu. Khachay and A.I. Rybin. A New Estimate of the Number Of Members in a Minimum Committee of Linear Inequalities// Pattern Recognition and Image Analysis, 1998, vol.8, no.4, pp.491–496.
3. A.I. Rybin. On the Problem of Finding a Minimum Committee.// Pattern Recognition and Image Analysis, 2001, vol.11, no.1, pp.81-82.

## Постановка задачи распознавания структурированных объектов

**Е.В. Рыбина**  
(Новосибирск)

Предлагаемая работа связана с продолжением исследований по распознаванию сложных объектов, структуру которых можно представить в виде дерева [1].

Рассматривается некоторое множество структурированных объектов  $A = \{a_1, \dots, a_i, \dots, a_N\}$ ,  $A \subset \Gamma$ . Известно, что любой подобъект структурированного объекта  $a_i$  принадлежит к одному из  $L$  типов  $\{T_l\}$ ,  $l=1, \dots, L$ . Для каждого типа  $T_l$  определен свой набор характеристик  $\{X_1^l, \dots, X_j^l, \dots, X_{n_j}^l, Y^l\}$ , где  $X_j^l$  может быть качественной или количественной переменной,  $Y^l$  - номинальная переменная, являющаяся целевой. Обозначим множество возможных значений переменной  $X_j^l$  как

$D_{lj}$ . Декартово произведение  $D_l = \prod_{j=1}^{n_j} D_{lj}$  задает многомерное пространство переменных для подобъектов  $l$ -го типа. Целевой переменной  $Y^l$  соответствует множество значений  $D_{Y^l} = \{1, \dots, s, \dots, k_l\}$ . Объект в целом



также описывается набором интегральных характеристик  $\{X_1^0, \dots, X_j^0, \dots, X_{n_0}^0, Y^0\}$ ,  $D_{Y^0} = \{1, \dots, s, \dots, k\}$ .

Все подобъекты объекта  $a_i$  пронумерованы  $(1, \dots, r, \dots, R^i)$ . Обозначим через  $N_l^i$  - количество подобъектов типа  $T_l$  в  $a_i$ . Структура объекта  $a_i$  задается с помощью набора троек  $\langle r, m, l \rangle_i$ , где  $m$  - номер «старшего» подобъекта,  $l$  - номер типа подобъекта с номером  $r$ . Общее количество подобъектов в объекте определяется количеством подобъектов каждого типа

$R^i = \sum_{l=1}^L N_l^i$ . Кроме вектора  $\{X_1^0, \dots, X_j^0, \dots, X_{n_0}^0, Y^0\}$ , каждому объекту

$a_i$  ставится в соответствие вектор  $\{U_1, \dots, U_p, \dots, U_P\}$ , где  $P = L + \sum_{l=1}^L k_l$ .

Первые  $L$  элементов  $U_p^i = N_l^i$ ,  $l=1, \dots, L$  соответствуют количеству подобъектов каждого типа в объекте  $a_i$ , затем следуют  $(P-L)$  элементов  $U_p^i = N_{ls}^i$ ,  $p=L+1, \dots, P$ ;  $l=1, \dots, L$ ;  $s=1, \dots, k_l$ , каждый из которых соответствует количеству подобъектов типа  $T_l$  в объекте  $a_i$ , относящихся к классу  $s$  типа  $T_l$ . Таким образом, декартово произведение

$D = \prod_{j=1}^{n_0} D_j^0 \times \prod_{p=1}^P D_{U_p}$  определяет многомерное пространство переменных

для структурированных объектов.

Построение решающих правил будем осуществлять с помощью методов распознавания в классе логических решающих функций от разнотипных переменных [2]. Для построения решающей функции использовать эмпирическая информация, заданная в виде  $L$  таблиц данных  $v_l = \{x_{ir}^l, y_{ir}^l\}$ ,  $i \in \{1, \dots, N\}$ ,  $r \in \{1, \dots, R^i\}$ ,  $l=1, \dots, L$ ,  $x_{ir}^l = (x_{ir}^{l1}, \dots, x_{ir}^{lj}, \dots, x_{ir}^{ln_l})$ , где  $x_{ir}^{lj}$  - значение переменной  $X_j^l$  для подобъекта с номером  $r$  объекта  $a_i$ ,  $y_{ir}^l$  - значение целевой переменной, указывающее номер образа, к которому принадлежит  $i$ -ый подобъект объекта  $a_i$  в случае, если он относится к типу  $T_l$ .

На первом этапе в пространстве переменных, характеризующих каждый тип подобъектов, строится наилучшее разбиение данного пространства на ряд подмножеств  $\alpha_l = \{E_l^1, \dots, E_l^t, \dots, E_l^{M_l}\}$ ,  $l=1, \dots, L$ . Далее, каждая реализация обучающей выборки записывается на языке номеров этих подмножеств  $z_{ir}^l = (z_{ir}^{l1}, \dots, z_{ir}^{lt}, \dots, z_{ir}^{lM_l})$ , где  $z_{ir}^{lt} = 1$ , если  $x_{ir}^l \in E_l^t$ , иначе

$z_{ip}^{it} = 0$ . На основе полученных результатов определяются значения вектора  $\{U_1, \dots, U_p, \dots, U_p\}$  для каждой реализации, а именно,  $N_{ls}^i, l=1, \dots, L, s=1, \dots, k_l$ .

На следующем этапе анализируется таблица данных  $v_0 = \{x_i^0, u_i, y_i^0\}$ ,  $i=1, \dots, N$ ,  $x_i^0 = (x_{i1}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{in_0})$ , где  $x_{ij}$  – значение переменной  $X_j^0$  для объекта  $a_i$ ,  $u_i = (u_{i1}, \dots, u_{ip}, \dots, u_{ip})$ ,  $u_{ip}$  – значение переменной  $U_p$  для  $a_i$ ,  $y_i^0$  – значение целевой переменной для объекта  $a_i$ . Для структурированных объектов строится наилучшее разбиение пространства  $D$  на  $M$  подмножеств  $\alpha = \{E^1, \dots, E^t, \dots, E^M\}, 1 \leq M < \infty$  и соответствующий данному разбиению набор решений  $r(\alpha)$ .

В настоящее время разработаны алгоритм и соответствующее программное обеспечение, реализующие рассмотренный подход. Задачи анализа сложных объектов, имеющих древовидную структуру, встречаются в различных областях. Примером может служить археологическая задача определения культурной и хронологической принадлежности древних погребально-поминальных комплексов, где предметом исследования являются группы погребений.

Рассмотрим множество погребений  $A = \{a_i\}$ , каждое погребение может быть представлено как структура, включающая в себя шесть типов подобъектов:  $\{T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6\} = \{\text{погребальное сооружение, надмогильное сооружение, могильная яма, погребальная конструкция, останки погребенного, погребальный инвентарь}\}$ . Количество подобъектов каждого типа в конкретных объектах может быть разным, например, количество подобъектов типа останки погребенного варьирует от 0 до 15. Каждый тип подобъектов описывается своим набором характеристик. Например, для могильной ямы  $\{X_1^3, X_2^3, \dots, X_7^3, Y^3\} = \{\text{размер1, размер2, размер3, форма1, форма2, ориентация, заполнение, тип}\}$ ; для подобъекта останки погребенного  $\{X_1^5, X_2^5, \dots, X_7^5, Y^5\} = \{\text{пол, возраст, расовая принадлежность, поза скелета, ориентация скелета, тип захоронения, положение в погребении, статус погребенного}\}$ ; для погребального инвентаря  $\{X_1^6, X_2^6, X_3^6, Y^6\} = \{\text{категория, материал, место в погребении, тип}\}$ . Погребение в целом также описывается совокупностью некоторых интегральных характеристик  $\{X_1^0, X_2^0, X_3^0, Y^0\} = \{\text{место в могильнике, первичность, длительность функционирования, культурная принадлежность}\}$ . Таким образом, определение культурной принадлежности

того или иного погребения можно свести к задаче распознавания образов для структурированных объектов в пространстве разнотипных переменных, и использовать для ее решения предложенный подход.

### **Литература**

1. Лбов Г.С., Рыбина Е.В. Построение решающих функций распознавания для структурированных объектов // Математические методы распознавания образов: Доклады 9-й Всероссийской конференции. - Москва, 1999. С. 65-67.
2. Лбов Г.С., Старцева Н.Г., Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений. – Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999.-212с.

## **Гармоническая взаимоувязка входных величин при формировании функций многих переменных**

*Р.Р. Саакян*

(Благовещенск)

Достаточно часто в ходе научных исследований возникают задачи, решение которых приходится осуществлять в условиях неопределенности. При этом, под неопределенностью понимается недостаток точной, количественной информации, позволяющей описать объект аналитически с применением точных методов. В основном это связано с принципиальной невозможностью для объекта исследования получить точное описание всех его внутренних и внешних количественных взаимосвязей, определяющих его свойства и характеристики. В частности, подобная ситуация имеет место при решении задач моделирования взаимосвязей потребительских свойств химических нитей с параметрами формования, обработки и эксплуатации.

Рассматриваемая задача приводится к составлению аналитических зависимостей, связывающих какой-либо показатель качества химических нитей (или их сочетание) со значениями технологических параметров и эксплуатационных факторов (формирование функций многих переменных). Трудности решения задачи не снимаются целиком, если она решается на основе экспериментальных данных (прецедентов).

Более того, известно, что поиск аналитических зависимостей для функций многих переменных – достаточно сложная задача.

В литературе [1] известны метод линейных направлений и метод согласующих функций, часто используемые совместно. В данном материале применение этих методов более тесно переплетается, и поэтому далее будем говорить о применении объединенного метода линейных направлений и согласующих функций (ЛН-СФ).

В этом методе осуществляется гармоническая взаимоувязка влияния всех входных величин  $x_i$  на выходную переменную  $y$ . Практической

предпосылкой метода является известная эффективность, используемая в различных подходах, приближенной замены сложных функций гармоническими. Примером может служить метод гармонической линеаризации [2].

Истоки метода СН-ЛФ заключаются в следующем. Первоначально была высказана мысль о том, что можно подобрать гармоническую функцию некоторых аргументов  $f_{\xi}(x_i)$ ,  $x_i = 1, \dots, n$ , которая для любого сочетания значений аргументов будет давать постоянную величину  $A$ .

Простейшим примером  $f_{\xi}(x)$  может служить функция одного аргумента в виде суммы косинусоидальных функций, сдвинутых друг относительно друга по оси  $x$  на величину  $\pi$  и на единицу в ординатном направлении. Для данного одномерного случая имеем (при измерении  $x$  в угловых единицах):

$$f_S(x) = f_1 + f_2 = [1 + \cos(x)] + [1 + \cos(x + \pi)] = 2; \quad x \in [0, \pi] \quad (1)$$

В общем случае удалось получить функцию  $f_{\xi}(x)$  для многомерного пространства в декартовой системе координат.

Особенно часто будет использоваться частный случай этого пространства – многомерный параллелепипед (многомерный куб), длина каждой оси которого от начала координат составляет фиксированную для этой координаты величину  $h_i$ .

В этом случае для одномерной функции с упорядоченной сеткой, т.е. когда шаг сетки  $h = x_n - x_l$ , ( $x_l \leq x \leq x_n$ ) вместо (1) имеем:

$$f_S(x) = [1 + \cos \frac{\pi}{h}(x - x_l)] + [1 + \cos \frac{\pi}{h}(x_n - x)] = f_1 + f_2 = 2 \quad (2)$$

Аналогичный вид имеет функция  $f_{\xi}$  для случая многих переменных с участками  $h_i$ .

Эти участки  $h_i$  создают сетку так называемых линейных направлений.

Предположим теперь, что известна функция многих переменных  $y^T(x_i)$ . Введенный для нее верхний индекс “Т” означает, что она точная для некоторого непрерывного или дискретного набора данных по переменным  $x_i$ . Исходя из вышесказанного, введем произведение

$$y(x_i) = (1/A) \cdot y^T(x_i) \cdot f_{\xi}(x_i), \quad (3)$$

которое точно описывает функцию  $y$ .

В выражении (3) проведем замену

$$y^T(x_i) = \sum y^T_{\theta}(x_i) \quad (4)$$

в которой индекс “Э” означает, что берутся элементы из общего декартова пространства, создаваемого линейными направлениями, в частности, могут рассматриваться узловые точки, лежащие на пересечении линейных направлений.

В методе ЛН-СФ функция  $y^T_{\theta}(x_i)$  заменяется приближенными данными или зависимостями, приближенности информации о которых в значительной степени компенсируется гармоническим характером согласующей функции.

Суммы в (3) формируются каждый раз с учетом конкретизации составления описываемой функции.

### Литература

1. Сигачева В.В. Задачи идентификации функций многих переменных в системах автоматизации красильно-отделочных производств // В книге "Проектирование систем автоматизации технологических процессов в красильно-отделочном производстве" Под ред. В. А. Климова, -М.: Легпромбытиздат, 1989.
2. Попов Е.П., Пальтов И.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем // Физматгиз. Москва, 1960.

## К оценке некоторых областей целочисленных точек

*Н.Ю. Сатимов, Б.Б. Акбаралиев*

(Ташкент)

1. В некоторых вопросах распознавания образов, при нахождении наилучшего значения целевой функции, рассматриваемой в целочисленных точках, возникает задача об оценке области определения оптимизируемой функции.

В докладе изучаются две задачи: 1) задача об оценке количества целочисленных решений системы неоднородных линейных уравнений с целыми коэффициентами; 2) задача об оценке радиуса шара, содержащего множество целочисленных решений неравенства, задаваемого полиномом с целыми коэффициентами.

2. Рассматривается система линейных неоднородных уравнений

$$\sum_{j=1}^m a_{ij}x_j = b_i, \quad 1 \leq i \leq n, \quad (1)$$

где  $a_{ij}$  и  $b_i$  – целые числа,  $m > n$ .

Пусть  $X$  – множество целочисленных решений системы уравнений (1).

Доказывается, что 1)  $X$  или пустое, или бесконечное множество; 2) если все  $b_i = 0$ , то  $X$  – бесконечное множество, кроме того, система (1) имеет нетривиальное целочисленное решение  $X = (x_1, \dots, x_m)$ , удовлетворяющее неравенствам

$$|x_j| < 1 + (mA)^{\frac{n}{m-n}}, \quad 1 \leq j \leq m, \quad (2)$$

где  $|a_{ij}| \leq A$ ,  $A$  – натуральное число; 3) если  $n=1$  и наибольший общий делитель чисел  $a_{ij}$ ,  $1 \leq j \leq m$ , является делителем чисел  $b_1$ , то  $X$  – бесконечное множество, уравнение  $a_{11}x_1 + \dots + a_{1m}x_m = b_1$  имеет целочисленное

решение  $\bar{X} = X + Y$ , где  $X = (x_1, \dots, x_m)$  и компоненты  $x_1, \dots, x_m$  удовлетворяют неравенствам (2).

Замечание. Существование целочисленного решения однородной системы уравнений, компоненты которого удовлетворяют неравенствам (2), впервые установлено К. Зигелем.

3. Пусть  $Y$  – множество целочисленных решений неравенства

$$f(x) = f(x_1, \dots, x_m) \leq 0, \quad (3)$$

где – строго выпуклый полином с целыми коэффициентами без линейных членов.

Доказывается, что радиус  $R$  шара, содержащего множество  $Y$ , удовлетворяет неравенству

$$R \leq \alpha^n n^{\frac{n+1}{2}} \left(1 + 2^{n-2}\right)^{\frac{n-1}{2}}, \quad (4)$$

где  $\alpha$ -натуральное число, ограничивающее сверху модули коэффициентов полинома  $f(x)$ .

Замечание. Оценка (4) несколько хуже неравенства, полученного С.П.Тарасовым и Л.Г.Хачияном, однако способ ее доказательства более конструктивный и допускает обобщение на более общие классы функций  $f(x)$ .

## **Динамические модели сложных систем, основанные на процедурах голосования**

*О.В. Сенько, А.В. Кузнецова*

(Москва)

Рассматриваются модели, описывающие динамику сложных систем. Под сложной системой понимается объект, состоящий из большого числа составных элементов, которые могут быть описаны с помощью наборов параметров. В качестве примеров сложных систем можно привести промышленное предприятие, городское хозяйство, экосистему, человеческий организм и т.д.. Важным обстоятельством является наличие взаимодействия между элементами, когда направление и темп изменения характеристик одних элементов зависят от значения, направления и темпа изменения характеристик других элементов. Поведение сложных систем обычно является предметом изучения целого ряда научных дисциплин, рассматривающих отдельные составные элементы (группы элементов) или отдельные типы взаимодействия. В ходе исследований системы может накапливаться значительный объем знаний, характеризующих различные стороны ее поведения. Такие знания нередко бывают разнородными по форме и содержатся в различных источниках.

Естественно предположить, что адекватное описание системы может быть достигнуто в рамках математической модели, наиболее полно использующей существующие знания.

Создание такой модели является основной целью настоящей работы.

Наличие очень большое число описывающих сложную систему параметров, которые должны быть учтены в рамках одной модели значительно затрудняет использование традиционных методов динамического моделирования, основанных на системах дифференциальных уравнений. Другим обстоятельством, затрудняющим использование традиционных подходов, является достаточно приблизительный характер существующих знаний, которые лишь описывают лишь существующие тенденции.

Предлагаемый в настоящей работе подход основан на использование дискретной временной оси  $\{\dots, t_{j-2}, t_{j-1}, t_j, t_{j+1}, t_{j+2}, \dots\}$ . Считается также, что параметры могут принимать значения из конечного числа уровней. Значение некоторого параметра  $P_i$  в момент времени  $t_j$  вычисляется по значениям в предшествующие  $t_j$  моменты времени влияющих на него параметров. При этом взаимное влияние параметров описывается с помощью системы правил, формализующих существующие знания. Каждое из правил описывает воздействие на параметр  $P_i$  группы параметров. Оно хранится в памяти как таблица или набор таблиц, содержащих вероятности перехода  $P_i$  на более высокий или более низкий уровни.

Взаимодействие нескольких различных правил, задающих динамику объекта осуществляется с помощью процедуры голосования, которая ранее была разработана в теории распознавания.

Рассмотрены детерминированный и вероятностный подходы. В детерминированном подходе динамика параметров в каждый момент времени задается однозначно. В вероятностном подходе вычисляется только вероятность перехода параметра на новые уровни, а сам переход осуществляется в согласии с рассчитанными вероятностями с помощью генератора случайных чисел. Проведены предварительные компьютерные эксперименты с использованием вероятностной модели.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 99-07-90120, 99-01-00433, 00-01-00650, 99-07-00390) и ИНГАС 00-626.

### Литература

1. Zhuravlev Yu.I., Ryazanov V.V., Senko O.V. The Methods of Pattern Recognition and Forecasting Based on the Voting Procedure // *Pattern Recognition and Image Understandings: 5<sup>th</sup> Open German-Russian Workshop*. Germany, In fix, 1999, pp. 25-34.

## Процедура скользящего контроля для выбора смещения разделяющей гиперплоскости при обучении распознаванию образов по методу опорных векторов

*О.С. Середин, А.А. Костин, Дж. Киттлер, В.В. Моттль*

(Тула, Россия; Гилдфорд, Великобритания)

Использование метода опорных векторов В.Н. Вапника [1] для обучения распознаванию объектов двух классов, представленных обучающей выборкой  $\{ \mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^n, g_j = \pm 1, j = 1, \dots, N \}$ , предполагает поиск такого направления в пространстве признаков, выражаемого вектором  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ , вообще говоря, произвольной нормы  $\| \mathbf{a} \|$ , чтобы «зазор» между проекциями на него объектов первого и второго классов был максимальным при наименьшей сумме необходимых сдвигов «мешающих» объектов, делающих классы линейно неразделимыми, если таковые имеются. При этом предполагается, что граница  $b \in \mathbb{R}$  о суждении в пользу первого  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b > 0$  или второго класса  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b < 0$  должна проходить ровно посередине зазора между выборками классов, чтобы обеспечить равное и, следовательно, максимальное удаление крайних точек обеих выборок от разделяющей гиперплоскости  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b = 0$ , которая в этом случае называется оптимальной. Такая концепция приводит к задаче квадратичного программирования

$$\mathbf{a}^T \mathbf{a} + C \sum_{j=1}^N \delta_j \rightarrow \min, \quad g_j (\mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b) \geq 1 - \delta_j, \quad \delta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

которую удобно решать в двойственной форме в терминах множителей Лагранжа при каждом из ограничений, то есть при каждом объекте обучающей выборки

$$\begin{cases} W(\lambda_1, \dots, \lambda_N) = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (g_j g_k \mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_k) \lambda_j \lambda_k \rightarrow \max, \\ \sum_{j=1}^N g_j \lambda_j = 0, \quad \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

Те из оптимальных значений множителей Лагранжа, которые оказываются положительными, то есть отличными от нуля, непосредственно определяют направляющий вектор оптимальной разделяющей гиперплоскости как линейную комбинацию соответствующих векторов обучающей выборки, называемых опорными:  $\mathbf{a} = \sum_{j: \lambda_j > 0} \lambda_j g_j \mathbf{x}_j$ . Смещение гиперплоскости легко определяется из условия ее центрального положения между выборками:

$$b = (\min_{j: g_j = 1} \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j - \max_{j: g_j = -1} \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j) / 2.$$



Даже если обучающая выборка линейно разделима, это вовсе не означает, что найденная гиперплоскость будет правильно классифицировать все объекты генеральной совокупности. С этой точки зрения центральное положение разделяющей гиперплоскости между крайними точками подвыборок первого и второго классов не всегда является оптимальным.

Во-первых, если подвыборки классов существенно различны по количеству объектов (рис. 1,а), то целесообразно сместить разделяющую гиперплоскость в сторону более полно представленного класса, поскольку естественно предположить, что его граница достаточно точно отражена в выборке, в то время как информация о границе альтернативного класса является более скудной. Во-вторых, если классы характеризуются существенно разной дисперсией, то границу следует сместить в сторону класса с более концентрированным расположением объектов. Наконец, в третьих, даже в случае двух классов с одинаковой дисперсией и равным числом представителей в обучающей выборке, смещение может потребоваться, чтобы обеспечить при распознавании заданное соотношение ошибок первого и второго рода.

В работе К. Веропулоса с соавторами [2] предлагается управлять смещением разделяющей гиперплоскости, принимая, в отличие от (1), разные значения штрафов  $C^+$  и  $C^-$  за сдвиги объектов первого и второго классов:

$$\mathbf{a}^T \mathbf{a} + C^+ \sum_{j: g_j=1} \delta_j + C^- \sum_{j: g_j=-1} \delta_j \rightarrow \min, \quad g_j(\mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b) \geq 1 - \delta_j, \quad \delta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N,$$

Многokrатно решая такую задачу для разных комбинаций значений штрафов, можно добиться нужного соотношения ошибок. Такой подход приводит к большому объему вычислений, поскольку именно решение задачи квадратичного программирования определяет вычислительную сложность алгоритма обучения.

В то же время легко заметить, что, заданное смещение гиперплоскости  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b = \tau$ , выражаемое введением несимметрии в неравенства в критерии (1)

$$\mathbf{a}^T \mathbf{a} + C \sum_{j=1}^N \delta_j \rightarrow \min, \quad g_j(\mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b) \geq 1 + g_j \tau - \delta_j, \quad \delta_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, N, \quad (1)$$

не приводит к изменению двойственной задачи (2) и, следовательно, направляющего вектора гиперплоскости  $\mathbf{a}$ . Это означает, что метод опорных векторов определяет, в сущности, лишь ориентацию разделяющей гиперплоскости, а ее смещение может быть найдено из других соображений.

В данной работе предлагается использовать процедуру скользящего контроля для определения смещения разделяющей гиперплоскости. Известно, что доля ошибочно классифицированных объектов, вычисленная на ограниченной обучающей выборке процедурой скользящего контроля, является несмещенной оценкой ошибки распознавания решающего правила

на генеральной совокупности [1]. Представляется разумным выбрать такое смещение гиперплоскости, которое дает на скользящем контроле наименьшую долю ошибок или нужное соотношение ошибок первого и второго рода.

Пусть  $\mathbf{a}_j$  – направляющий вектор разделяющей гиперплоскости, полученный по  $N-1$  объектам обучающей совокупности при удалении  $j$ -го объекта,  $\tau_j = \mathbf{a}_j^T \mathbf{x}_j$  – скалярное произведение вектора признаков этого объекта с направляющим вектором, найденным без его участия. Построим функции ошибок первого и второго рода

$$E^+(\tau) = (1/N^+) \sum_{j: g_j=1} I[\tau_j > \tau], \quad E^-(\tau) = (1/N^-) \sum_{j: g_j=-1} I[\tau_j < \tau],$$

где  $N^+$  и  $N^-$  – число объектов первого и второго класса в обучающей выборке,  $I[\dots]$  – индикаторная функция, принимающая значение 1, если условие в скобках выполняется и 0 в противном случае. Общую функцию ошибок вычислим как сумму  $E(\tau) = E^+(\tau) + E^-(\tau)$ . Порог принятия решения в пользу первого  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b > 0$  или второго классов  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b < 0$  найдем как точку минимума этой функции:  $b = -\arg \min E(\tau)$ .

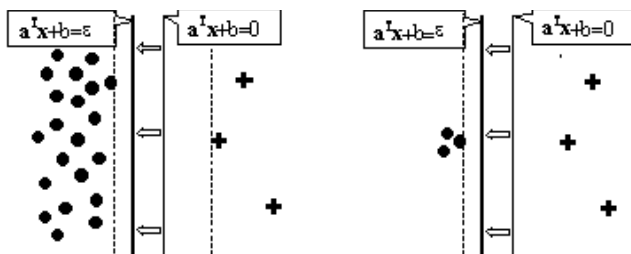


Рис. 1. Смещение разделяющей гиперплоскости в случае разнонаполненных и разнораспределенных выборок двух классов.

На рис. 2 приведены графики функций ошибок первого и второго рода, полученные при обучении распознаванию фотопортретов одного конкретного человека против фотопортретов других людей [3]. Значение сдвига  $b = -0,82$ , обеспечивающее минимальную долю ошибок на обучающей выборке, дало долю ошибок на контрольной выборке, равную 2,09%, что существенно меньше, чем 9,25% ошибок при симметричном положении гиперплоскости.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 99-01-00372 и государственной научно-технической программы «Перспективные информационные технологии».

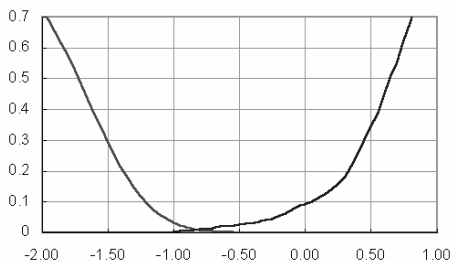


Рис. 2. Экспериментальные значения функций ошибок первого и второго рода, полученные при обучении идентификации личности по фотопортрету.

### Литература

1. Vapnik V. Statistical Learning Theory // John-Wiley & Sons, Inc. 1998.
2. Veropoulos K., Cristianini N. and Campbell C. Controlling the sensitivity of support vector machines. Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI99), Stockholm, Sweden, 1999.
3. Костин А.А., Киттлер Дж., Моттль В.В. Метод опорных векторов в задаче идентификации личности по фотопортрету. Тезисы доклада в данном сборнике.

## Концепция и решающие правила беспризнакового распознавания образов в гильбертовом пространстве

*О.С. Середин, В.В. Моттль*

(Тула)

Классическая теория распознавания образов разрабатывает методы построения формальных решающих правил в предположении, что конечномерное пространство признаков, в которое отображаются объекты распознавания, сформировано до начала наблюдения [1].

Однако существует широкий класс прикладных задач распознавания образов, в которых трудно априори указать набор осмысленных характеристик объектов, которые могли бы служить их признаками. Вместе с тем, как правило, легко удается непосредственно вычислить степень «похожести» либо «непохожести» любых двух объектов. В результате оказывается, что единственным способом восприятия объекта распознавания является его сравнение с другими объектами в предъявленной выборке.

Ярким примером подобной задачи является задача распознавания классов пространственной структуры полимерных молекул белков на основе знания лишь последовательности составляющих их аминокислотных остатков [2]. Выбор числовых характеристик свойств аминокислот и их последовательностей, которые могут играть существенную роль в формировании пространственной структуры белка, представляет собой отдельную нерешенную проблему. В то же время, близость между

аминокислотными последовательностями белков измеряют величиной так называемого показателя парного элайнмента (выравнивания), возрастающего с увеличением длины общей подцепочки аминокислот в двух сравниваемых последовательностях.

К классу подобных задач можно отнести многие задачи распознавания сигналов, например, задачи распознавания рукописных символов, представленных траекторией пера. Разные варианты написания одного и того же символа естественно представить как результат некоторого нелинейного преобразования оси аргумента. Эти различия между разными написаниями компенсируются с помощью процедуры парного элайнмента, находящего соответствие между отсчетами двух сигналов, что позволяет напрямую вычислять их сходство (рис. 1).



Рис. 1. Два сигнала в виде функций координат и азимута движения пера от пройденного пути вдоль его траектории, полученные при вводе рукописных символов в компьютер непосредственно в процессе написания.

Анализ прикладных задач показывает, что во многих случаях естественный численный показатель парного сходства объектов распознавания обладает свойствами, характерными для скалярного произведения, а именно, его значения могут быть положительными, отрицательными либо равными нулю, причем сходство каждого объекта с самим собой оказывается всегда положительным и, вообще говоря, разным для разных объектов. В рамках этого класса задач естественно рассматривать множество объектов распознавания как подмножество точек, быть может, изолированных, в некотором линейном пространстве со скалярным произведением (гильбертовом пространстве).

Опираясь, с одной стороны, на существующие методы обучения распознаванию образов в конечномерных пространствах признаков, прежде всего метод опорных векторов В.Н. Вапника, и, с другой стороны, на специфику прикладных задач, в которых априорное формирование вектора признаков объектов проблематично, в данном докладе формулируется основная концепция беспризнакового обучения распознаванию образов.

Предлагается рассматривать множество объектов распознавания  $\Omega$ , объективно разбитое на два класса, как линейное пространство, вообще говоря, нефиксированной размерности, наделенное операцией скалярного

произведения  $(\omega', \omega'')$ ,  $\omega', \omega'' \in \Omega$ , то есть как гильбертово пространство. Строго говоря, в гильбертовом пространстве всякая фундаментальная последовательность должна иметь предел, однако в данной работе значимо лишь то, что не предполагается конечная размерность пространства.

Задача построения решающего правила распознавания объектов двух классов сформулирована как задача определения такого элемента гильбертова пространства  $\vartheta \in \Omega$  и такого скаляра  $b \in \mathbb{R}$ , чтобы линейная дискриминантная функция  $d(\omega; \vartheta, b) = (\vartheta, \omega) + b$  принимала по возможности положительные значения на объектах первого класса и отрицательные на объектах второго класса. Элемент  $\vartheta \in \Omega$ , определяющий ориентацию разделяющей гиперплоскости в гильбертовом пространстве  $d(\omega; \vartheta, b) = (\vartheta, \omega) + b = 0$ , назван ее направляющим элементом.

Не предполагается, что все элементы гильбертова пространства  $\Omega$  реально существуют как потенциальные объекты распознавания. Предполагается лишь, что реально существующие объекты образуют подмножество  $\tilde{\Omega}$  изолированных точек в  $\Omega$ , в то время как остальные элементы подразумеваются как воображаемые, дополняющие  $\tilde{\Omega}$  до линейного пространства и позволяющие, тем самым, строить линейные решающие правила.

Построение разделяющей гиперплоскости в гильбертовом пространстве сводится к поиску ее направляющего элемента  $\vartheta \in \Omega$  и сдвига  $b \in \mathbb{R}$ . В докладе предлагаются два способа определения направляющего элемента.

Первый способ заключается в том, что направляющий элемент ищется непосредственно как элемент гильбертова пространства. Задача обучения сформулирована по аналогии с концепцией В.Н. Вапника об оптимальной разделяющей гиперплоскости, обеспечивающей наибольший «зазор» между искомой гиперплоскостью и подвыборками первого и второго класса объектов обучающей выборки  $\omega_j \in \Omega$ ,  $j = 1, \dots, N$ , при наименьшей сумме ошибочных значений дискриминантной функции  $d(\omega_j) = (\vartheta, \omega_j) + b$ .

В этом случае обучение проводится только на основании анализа классифицированной обучающей совокупности объектов. Однако во многих прикладных задачах получение информации о принадлежности объектов к классам связано со значительными трудностями, поэтому формирование достаточно большой обучающей выборки является проблематичным. В то же время много проще собрать неклассифицированную совокупность объектов, для которых могут быть вычислены попарные скалярные произведения. К задачам такого рода относятся, в частности, задача распознавания классов пространственной структуры белков и практически все задачи медицинской диагностики.

Второй способ обучения, предлагаемый в докладе, связан с понятием базисной совокупности реально существующих объектов  $\Omega^0 = \{\omega_1^0, \dots, \omega_n^0\} \subset \tilde{\Omega}$ , играющей роль конечного базиса в гильбертовом пространстве  $\Omega$ . Не предполагается, что классы объектов базисной совокупности известны, и в этом смысле она не является обучающей выборкой. Базисная совокупность лишь определяет конечномерное подпространство в гильбертовом пространстве, в пределах которого направляющий элемент оптимальной разделяющей гиперплоскости ищется как линейная комбинация базисных объектов  $\vartheta(\mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n a_i \omega_i^0$ ,  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ .

Предлагается метод регуляризации обучения в условиях малой обучающей выборки, основанный на привлечении дополнительной информации об особенностях преимущественного взаимного расположения объектов, содержащейся в относительно большой неклассифицированной базисной совокупности.

В докладе приводятся результаты эксперимента по обучению беспризнаковому распознаванию 26 букв латинского алфавита при их вводе в компьютер с помощью специального пера. В качестве меры сходства двух написаний использовалась величина скалярного произведения между выровненными сигналами (рис. 1). Обучающая выборка содержала 296 сигналов, полученных при вводе каждой буквы 15 раз разными людьми. Надежность распознавания каждой из 26 букв решающим правилом, построенным по обучающей выборке, при его применении к вновь вводимым символам, не участвовавшим в обучении, проверялась с помощью процедуры скользящего контроля. Общая доля ошибок составила 5%.

### Литература

1. Vapnik V. Statistical Learning Theory // John-Wiley & Sons, Inc. 1998.
2. Dubchak I., Muchnik I., Mayor C., Dralyuk I., Kim S.-H. Recognition of a protein fold in the context of the SCOP classification // Proteins: Structure, Function, and Genetics, 1999, 35, pp. 401-407.

## Об одном обобщении теории канонических разложений Пугачева

*И.Н.Синицын, М.Е.Шайкин*

(Москва)

1. В статистической теории распознавания сигналов и изображений [1] часто используется следующая теорема.

**Теорема 1** (Карунен-Лоэв). Пусть  $X(t)$ ,  $t \in T$  - случайный процесс,  $K_x(t, t')$  - его ковариационная функция, тогда имеет место разложение Карунена-Лоэва процесса  $X(t)$

$$(1) \quad X(t) = m_x(t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} U_{\nu} \varphi_{\nu}(t), \quad K_x(t, t') = \sum_{\nu=1}^{\infty} \lambda_{\nu} \varphi_{\nu}(t) \varphi_{\nu}(t')^*,$$

где  $\{\lambda_{\nu}\}$ ,  $\{\varphi_{\nu}\}$  - последовательности собственных значений и нормированных собственных векторов интегрального оператора с ядром  $K_x(t, t')$ ,  $\{U_{\nu}\}$  - последовательность некоррелированных случайных величин с нулевым средним и дисперсиями  $MU_{\nu}^2 = \lambda_{\nu}$ .

Для нестационарных процессов и изображений определение собственных значений  $\lambda_{\nu}$  и собственных векторов  $x_{\nu}$  сопряжено с большими вычислительными трудностями. Поэтому пользуются разложениями Пугачева [2]. В этом случае используются следующая теорема.

**Теорема 2** (Пугачев). Пусть  $X(t)$ ,  $t \in T$  - случайный процесс,  $K_x(t, t')$  - его ковариационная функция. Тогда разложение Пугачева имеет вид (1)

$$(2) \quad X(t) = m_x(t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} V_{\nu} x_{\nu}(t), \quad K_x(t, t') = \sum_{\nu=1}^{\infty} D_{\nu} x_{\nu}(t) x_{\nu}(t')^*,$$

где  $\{x_{\nu}\}$  - произвольная линейно независимая система функций на  $T$  и по прежнему  $MV_{\nu} = 0$ ,  $MV_{\nu}V_{\mu} = \delta_{\nu\mu}D_{\mu}$  для некоторой числовой последовательности  $\{D_{\nu}\}$

Будучи формально схожими, разложения (1), (2), однако, принципиально различны: в (1) определение собственных значений  $\lambda_{\nu}$  и собственных векторов  $\varphi_{\nu}$  связано с громоздкими вычислениями, в (2) линейно независимая система  $\{x_{\nu}\}$  произвольна. Общая теория разложения вида (2) построена Пугачевым для случая векторного параметра  $t$ , что практически важно, в частности, для задача  $2D$ -анализа плоских изображений и анализа физических  $3D$ -полей, и на случай функций  $X(t)$  со значениями в гильбертовых пространствах, что помимо общетеоретического интереса, имеет и важные приложения, например, для анализа распределенных систем. Теория разложений (2) вместе с многочисленными приложениями изложена в [2].

2. Теоремы о канонических разложениях в гильбертовых пространствах [2] обобщаются на банаховы пространства с базисом. В настоящей работе приводятся эти обобщения. Приводится, в частности, теорема о разложениях в банаховых пространствах, обобщающая аналогичную теорему для гильбертовых пространств. Такие разложения необходимы, например, для теории нестационарных изображений.

Теория Карунена-Лоэва с самого начала строится в гильбертовом пространстве, и система собственных векторов  $\{\varphi_\nu\}$  ортонормальна относительно его скалярного произведения:  $(\varphi_\nu, \varphi_\mu) = \delta_{\mu\nu}$ . То же условие принимается в теории Пугачева: система функционалов  $\{f_\nu\}$ , порождающая  $\{V_\nu\}$  по формуле  $V_\nu = f_\nu X^0$ ,  $\nu = 1, 2, \dots$ , образует в гильбертовом пространстве  $H_x$  ортонормальный базис,  $(f_\nu, f_\mu) = \delta_{\nu\mu}$ . Последнее условие, однако, не является необходимыми. Ассоциируя с ядром  $K_x(t, t')$  билинейный функционал  $B_x$ , а не ковариационный оператор, как обычно, и применяя теорию приведения билинейного функционала к каноническому виду в произвольных линейных пространствах, не снабженных априори каким-либо скалярным произведением [3], удается получить указанное обобщение теорем [2].

**Теорема 3.** Пусть  $\aleph$  - нормированное линейное полное вещественное пространство с базисом  $\{x_\nu\}$ ,  $X$  - случайный элемент со значениями в  $\aleph$  и  $M\|X\|^2 < \infty$ . Тогда имеют место представления

$$X = m_x(t) + \sum_{\nu=1}^{\infty} V_\nu x_\nu, \quad K_x f = \sum_{\nu=1}^{\infty} f(x_\nu) x_\nu, \quad f \in x', \quad (3)$$

сходящиеся в среднем квадратическом в топологии, порожденной нормой пространства  $\aleph$ .

И обратно, если ни один из векторов  $x_\nu$  не принадлежит замкнутой линейной оболочке остальных векторов  $x_\nu$ , т.е. замкнутому в слабой топологии пространства  $\aleph$  подпространству  $\aleph_\nu$ , образованному последовательностью  $\{x_\mu\}_{\mu \neq \nu}$ , то каноническому разложению ковариационного оператора  $K_x$  соответствует каноническое разложение случайного элемента  $X$ .

Рассмотрение случая комплексных банаховых пространств проходит аналогично, с заменой симметричного функционала  $B(f, g)$



эрмитово-билинейным. В работе обсуждаются также вопросы о совместном разложении систем случайных элементов в банаховых пространствах.

В заключение отметим, что изложенный в [2] способ построения канонических разложений непосредственно обобщается и на разложения в банаховых пространствах с базисом.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №01-01-00758).

### Литература

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. -М.: Мир, 1982, т.1, -310с.
2. Пугачев В.С., Сеницын И.Н. Теория стохастических систем: Учебное пособие. -М. Логос, 2000, - 1000с.
3. Глазман И.М., Любич Ю.И. Конечномерный линейный анализ в задачах. -М.: Наука, 1969, -310с.

## Согласование экспертных оценок

*В.В. Стрижов, В.В. Шакин*

(Москва)

Рассмотрена задача согласования экспертных оценок. Задана матрица  $A \in \mathfrak{R}^{m \times n}$  измерений  $m$  объектов по  $n$  показателям. Каждому объекту поставлена в соответствие экспертная оценка  $q_0 \in \mathfrak{R}^m$ , а каждому показателю поставлена в соответствие экспертная оценка  $w_0 \in \mathfrak{R}^n$ . Объекты можно оценить двумя путями: непосредственно через исходную экспертную оценку  $q_0$ , и через взвешенную сумму показателей объекта  $q_1 = Aw_0$ , см. [1]. В общем случае эти оценки различны:  $q_0 \neq q_1$ . Пусть для данного линейного оператора  $A$  существует псевдообратный оператор  $A^+$ . Тогда, с помощью исходной экспертной оценки объектов  $q_0$ , найдем веса показателей  $w_1 = A^+q_0$ , см. [2]. Оценим степень разногласия исходных и вычисленных оценок. Для пространства оценок объектов  $Q \supset q$  найдем евклидово расстояние между векторами:  $\varepsilon^2 = \|q_1 - q_0\|^2$ , для пространства оценок весов  $W \supset w$  найдем расстояние:  $\sigma^2 = \|w_1 - w_0\|^2$ . Найдем согласованные оценки  $q_\alpha \in [q_1, q_0]$  и  $w_\alpha \in [w_1, w_0]$ . Параметр  $\alpha \in [0, 1]$  вводит предпочтение оценкам объектов, при значении  $\alpha = 1$ , либо оценкам показателей, при значении  $\alpha = 0$ , так что

$$q_\alpha = \alpha q_0 + (1 - \alpha) A w_0,$$

$$w_\alpha = (1 - \alpha) w_0 + A^+ \alpha q_0.$$

Параметр  $\alpha$  вводится экспертами во время процедуры согласования, либо определяется из условия равенства нормированных расстояний между парами исходных и согласованных векторов

$$\frac{\varepsilon^2}{m} = \frac{\sigma^2}{n}.$$

Полученные оценки объектов и показателей предоставляются экспертам для обсуждения и уточнения.

Метод использовался для решения задачи по оценке эффективности работы заповедников России.

Работа поддержана грантом РФФИ 00-01-00197 "Критерии качества жизни и устойчивого развития для социально-экономических систем в экстремальных условиях"

### Литература

1. Айвазян С. А. Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях. – М.: ЦЭМИ РАН, 2000. – С. 56.
2. Шакин В. В. К объективизации работы жюри. Линейная модель связи ценности объектов и индексов. // В кн. под ред. Кулагина А. С. Методика и техника статистической обработки материалов социологических исследований идеологической работы. – М.: Академия общественных наук при ЦК КПСС, 1972 – С. 251-263.

## О критерии качества решающей функции предсказания многомерной переменной

*Т. А. Ступина*

(Новосибирск)

Задача предсказания многомерной переменной рассматривается в работах [1,2,3]. На основе анализа выборки  $v = \{x^i, y^i\}$ , необходимо построить решающую функцию  $f$ ;  $i = 1, \dots, N$ ,  $N$  - объем выборки,  $x^i = (x_1^i, \dots, x_n^i)$ ,  $y^i = (y_1^i, \dots, y_m^i)$ ,  $x^i \in D_X$ ,  $y^i \in D_Y$ . Под решающей функцией понимается отображение  $f: D_X \rightarrow D_Y$ ,  $f \in \Phi_M$ ;  $\Phi_M$  - класс логических решающих функций от разнотипных переменных [1]. Нахождение решающей функции сводится к определению наилучшего разбиения  $\alpha = \{E_X^1, \dots, E_X^l, \dots, E_X^M\}$  множества  $D_X$  на  $M$  подмножеств

с точки зрения некоторого критерия  $F_f$ . Решающая функция  $f$  задается следующим образом: если  $x \in E_X^t$ , то  $y \in E_Y^t$ ,  $t = 1, \dots, M$ ,

$$E_X^t = \prod_{j=1}^m E_{X_j}^t, \quad E_Y^t = \prod_{j=1}^m E_{Y_j}^t.$$

Пусть известно совместное распределение  $P(x, y)$ ,  $x \in D_X$ ,  $y \in D_Y$ . Тогда можно определить условные распределения  $P(y/x)$  и  $P(y/x \in E_X^t)$ . Понятно, что если  $P(y/x \in E_X^t)$  совпадает с распределением  $P_0(y)$ , то предсказание является наилучшим.

Пусть решающая функция  $f \in \Phi_M$  строится по выборке. Обозначим через  $T^t$  множество выборочных точек таких, что  $T^t = \{y^i / x^i \in E_X^t\}$ ,  $T^t \subseteq E_Y^t$ ,  $|T^t| = N^t$ ,  $\sum_{t=1}^M N^t = N$ . Определим меру подобласти  $E_Y^t$  как

$$\mu(E_Y^t) = \prod_{j=1}^m \mu(E_{Y_j}^t) = \prod_{j=1}^m \mu_j, \quad \mu_j - \text{мера в пространстве переменных}$$

$D_{Y_j}$  соответствующего типа. То есть, если  $D_{Y_j}$  - пространство упорядоченных переменных, то  $\mu_j$  определяется, как множество соседних значений, если  $D_{Y_j}$  - пространство неупорядоченных переменных, то  $\mu_j$  определяется как любое подмножество значений переменной  $Y_j$ .

Заметим, что для любого фиксированного разбиения  $\alpha$  область  $E_Y^t$  будет случайной. Интуитивно ясно, что чем равномерней выборочные точки  $T^t$  распределены по области  $D_Y$  тем хуже предсказание. И с другой стороны, чем выборочные точки более сгруппированы (с малой мерой  $\mu(E_Y^t)$ ) тем меньше вероятность такого события из равномерного распределения. Теоретические исследования показывают, что вероятность образования подобласти  $E_{Y_j}^t$  с фиксированной мерой  $\mu(E_{Y_j}^t)$  при условии

равномерного распределения  $P(y_j / x \in E^t)$  зависит от типа переменной.

Данная работа посвящена этому вопросу. Рассматриваются два типа переменных: с упорядоченным набором переменных и с неупорядоченным. Переход от непрерывного случая к дискретному упорядоченному очевиден.

Обозначим через  $P(\mu, L, N^t)$  вероятность того, что в результате некоторого фиксированного разбиения  $\alpha$   $N^t$  выборочных равномерно распределенных случайных точек образуют подобласть  $E_Y(T^t)$  меры  $\mu = \mu(E_Y^t)$ .

$$\begin{aligned} P(\mu, L, N^t) &= \prod_{j=1}^m P(\mu_j, L_j, N^t) = \\ &= \prod_{j=1}^k P_1(\mu_j, L_j, N^t) \prod_{j=k+1}^m P_2(\mu_j, L_j, N^t), \end{aligned}$$

где  $P = P_1$ , если  $Y_j$ - неупорядоченная переменная и  $P = P_2$ , если  $Y_j$ - упорядоченная переменная,  $1 \leq \mu_j \leq L_j$ ,  $L_j = |D_{Y_j}|$ . На выборках малых объемов и сравнимых значениях  $L_j$  и  $N^t$  числовые выражения для  $P_1$  и  $P_2$  значительно отличаются друг от друга. Для  $L_j = 2, \dots, 9$  и  $N^t = 2, \dots, 30$  получены числовые выражения вероятностей  $P_1$  и  $P_2$ . Например,  $P_1(1,3,4) = 0.037$ ,  $P_2(1,3,4) = 0.037$ ,  $P_1(2,3,4) = 0.519$ ,  $P_2(2,3,4) = 0.345$ ,  $P_1(3,3,4) = 0.444$ ,  $P_2(3,3,4) = 0.618$ .

Заметим, что  $\sum_{i=1}^{L_j} P_s(\mu_j = i, L_j, N^t) = 1$ ,  $s = 1, 2$  очевидность которого следует из полиномиального закона распределения. Можно доказать, что при  $N^t \rightarrow \infty$ ,  $\left| P_1(\mu_j, L_j, N^t) - P_2(\mu_j, L_j, N^t) \right| \rightarrow 0$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ №01-01-00839

## Литература

1. Лбов Г.С., Неделько В.М. Восстановление условного распределения на основе экспериментальных данных // «Информатика и процессы управления». Межвузовский сборник. КГТУ, Красноярск, 1997г. с.54-61.
2. Лбов Г.С., Старцева Н.Г. Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений. // Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999.-212с.
3. Лбов Г.С., Ступина Т.А. Задача предсказания многомерной переменной // «Математические методы распознавания образов». Доклады IX Всероссийской конференции, РАН, ВЦ, 1999г. с.67-69

## Многовариантные Прогнозы

*Е.В. Тумило-Денисович*

(Новосибирск)

### Введение

В задачах анализа данных важным моментом является представление результата. Как правило, результатом является вероятностное распределение. Однако, такой объект довольно сложен для дальнейшей работы и зачастую не понятен заказчиком. Поэтому на практике вместо распределения в качестве результата выдаются другие, более простые, формы представления, несущие, однако, в себе основную, главную часть информации, заключённой в распределении. Широко, например, используются следующие формы представления: математическое ожидание (возможно, с указанием дисперсии), байесовская оценка (возможно, с указанием вероятности ошибки), доверительный интервал с фиксированным порогом достоверности и т.д.

Характерной особенностью этих математических конструкций является их *одновариантность* – выдается *одна* точка или *одна* область. Тем не менее, практические задачи приводят к необходимости использования *многовариантности*. Формализации понятия многовариантности и посвящена настоящая статья.

### Многовариантный прогноз

Так как вероятностное распределение, в основном, используется в задачах прогнозирования, то будем говорить о *многовариантных прогнозах*. Напомним, что в задаче прогнозирования требуется восстановить условное распределение целевых признаков в зависимости от остальных. В этом смысле, задачу таксономии можно рассматривать как подзадачу задачи прогнозирования, полагая все признаки целевыми.

Так или иначе, в конце концов, мы имеем дело с вероятностным распределением, которое хотим упростить до некоторого вероятностного

высказывания, которое, с одной стороны, будет понятно заказчику, а с другой, будет отражать основную информацию о распределении.

Отметим для начала, что предсказывание точки зачастую малоинформативно, особенно в пространстве с большой размерностью. В этом смысле, лучше предсказывание областей. (Более подробную критику точечных прогнозов можно посмотреть в [1,2].)

Сначала дадим определение одновариантному вероятностному прогнозу.

*Одновариантный прогноз* – высказывание вида “у лежит в  $A$  с вероятностью  $p$ ”, или иначе в математических символах “ $P(y \in A) = p$ ”. Здесь  $y$  – случайная величина, со значениями в пространстве  $D_y$ ,  $A$  – область в  $D_y$ ,  $p$  – число от 0 до 1.

Кажется разумным наложить некоторые ограничения на вид области  $A$ , в частности, требование сделать область простой. Такими ограничениями могут быть требования односвязности, выпуклости, заданности формы, простоты описания и т.п.

В качестве вида областей разумно брать шары произвольного радиуса или логические области. ( $E$  – логическая область, если  $E = \prod E_j$ , где  $E_j$  – интервал в  $D_j$ , в случае если  $y_j$  – порядковая переменная; и  $E_j$  – произвольное подмножество  $D_j$ , если  $y_j$  – номинальная переменная;  $D_j$  – область значений переменной  $y_j$ .) Последние имеют то преимущество, что позволяют работать в разнотипных пространствах.

Итак, в общем случае, мы полагаем  $A$  не произвольным множеством, но принадлежащим некоторому классу  $K(D_y)$  множеств из  $D_y$ .

*n-вариантный прогноз* – высказывание вида “ $P(y \in A_1) = p_1, \dots, P(y \in A_n) = p_n$ ”, где  $\forall i = 1, n \ A_i \in K(D_y)$ ,  $p_i \geq 0$ ,  $\sum p_i \leq 1$ ,  $\forall i \neq j \ A_i \cap A_j = \emptyset$ . Также, для строгости определения, следует наложить ограничение, что никакое объединение нескольких областей  $A_i$  не будет образовывать область того же вида, т.е.  $\forall k = 2, n \ \forall \{i_1, \dots, i_k\} \subset \{1, \dots, n\}: i_1 < \dots < i_k \ \cup A_{i_j} \notin K(D_y)$ , в противном случае вариантность такого прогноза будет меньше  $n$ . Также разумно добавить еще одно ограничение:  $D_y \setminus \cup A_i \notin K(D_y)$ , иначе данный прогноз следует рассматривать как  $(n+1)$ -вариантный.

Имеет смысл определение *n-вариантного прогноза с единичной достоверностью*, такого  $n$ -вариантного прогноза, где  $\sum p_i = 1$ , т.е. указываются такие области, вне которых предсказываемый объект не появляется.

Таким образом, вероятностное распределение  $\wp$  упрощается, например, до 5-вариантного логического прогноза:

“ $P(y \in E_1) = \wp(E_1), \dots, P(y \in E_5) = \wp(E_5)$ ”, где  $\forall i = 1, 5 \ A_i \in L(D_y)$ ,  $p_i \geq 0$ ,  $\sum p_i \leq 1$ ,  $\forall i \neq j \ A_i \cap A_j = \emptyset$ ,  $\forall k = 2, 5 \ \forall \{i_1, \dots, i_k\} \subset \{1, \dots, 5\}: i_1 < \dots < i_k \ \cup A_{i_j} \notin L(D_y)$ ,  $D_y \setminus \cup A_i \notin L(D_y)$ ,  $L(D_y)$  – класс логических областей на  $D_y$ .

Дальнейшая работа должна идти по пути определения критерия оптимальности выбора областей и их количества. В этом направлении уже сделаны некоторые шаги (например, [1,2]).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 01-01-00839 и ФЦП «Интеграция», проект № 274.

### Литература

1. Лбов Г.С., Старцева Н.Г. Логические решающие функции и вопросы статистической устойчивости решений // Новосибирск: Изд-во Института математики, 1999.
2. Тумило-Денисович Е.В. Задача предсказания многомерной разнотипной переменной – дипломная работа на квалификацию «специалист» // Новосибирск: Изд-во НГУ, 2000.

## Об одном алгоритме коррекции оценок.

*Б.З. Угольникова, В.Л. Матросов*

(Москва)

Рассматривается алгоритм, в котором известны некоторые априорные оценки данного респондента. Затем происходит ответ, который обычным образом оценивается, и после этого по формуле Байеса происходит изменение априорных оценок. Далее процесс повторяется столько раз, пока не удастся получить расхождение в априорной и апостериорной оценке меньше некоторого параметра, но не более некоторого заданного числа раз  $N$ . Если в результате  $N$  ответов расхождение оценок велико, то в качестве окончательных оценок можно брать, например, среднее арифметическое всех полученных апостериорных оценок.

Итак, пусть заданы условные вероятности, которые являются общими для всей системы (т.е. для всех респондентов):

$P(A = k | B = m) = P_{km}$ ,  $k, m = 2, 3, 4, 5$ ; – вероятность получить оценку

$k$ , если предварительная оценка  $m$ ;  $\sum_{k=2}^5 P_{km} = 1$ .

Для каждого респондента имеются предварительные оценки в виде априорных вероятностей

$P(B = m) = P_m$ ,  $m = 2, 3, 4, 5$ ;  $\sum_{m=2}^5 P_m = 1$ .

Далее происходит событие  $A$ , т.е. респондент отвечает и получает некоторую оценку  $k$ , где  $k \in \{2, 3, 4, 5\}$ . После этого идет изменение его оценок  $P_m$ :

$$P(B = m|A = k) = \frac{P(A = k|B = m) \cdot P(B = m)}{P(A = k)} =$$

$$\frac{P(A = k|B = m) \cdot P(B = m)}{\sum_{m=2}^5 P(A = k|B = m) \cdot P(B = m)} = \frac{p_{km} \cdot p_m}{\sum_{m=2}^5 p_{km} \cdot p_m} = P_m(k) - \text{изменение оценки}$$

$P_m$  после того, как респондент ответил на оценку  $k$ ,  $m = 2, \dots, 5$ .

Ниже приводится пример задания условных вероятностей  $P_{kl}$ , при которых процесс изменения оценок проходит "разумно".

$P_{55} = 0.5$	$P_{45} = 0.2$	$P_{35} = 0.05$	$P_{25} = 0.05$
$P_{54} = 0.3$	$P_{44} = 0.5$	$P_{34} = 0.25$	$P_{24} = 0.15$
$P_{53} = 0.15$	$P_{43} = 0.2$	$P_{33} = 0.5$	$P_{23} = 0.3$
$P_{52} = 0.05$	$P_{42} = 0.1$	$P_{32} = 0.2$	$P_{22} = 0.5$

## Теоретические и вычислительные аспекты построения алгоритмов распознавания по малому числу наблюдений

*В.А. Фурсов*

(Самара)

Устойчивый интерес к построению классификаторов по малому числу наблюдений объясняется вполне понятными причинами, в т. ч. прагматического свойства. Известны также возникающие при этом проблемы. Они связаны с априорной неопределенностью вероятностных моделей наблюдаемых сигналов и помех [1]. Эти проблемы не новы и инициировали ряд важных направлений в теоретической статистике (непараметрическое и робастное оценивание) и в теории регуляризации. Тем не менее, остается ряд важных вопросов:

какое число наблюдений следует считать малым?

как оценивать информативность признаков при отсутствии надежных априорных вероятностных характеристик наблюдений?

существуют ли альтернативные статистическим подходы и критерии, позволяющие строить оценки при отсутствии априорных вероятностных моделей?

если такая возможность существует, какова плата за достижение приемлемых по точности результатов при малом числе наблюдений?

В работе излагается сложившийся у автора взгляд на проблемы, связанные с указанными вопросами и приводятся результаты, подтверждающие эту точку зрения.

Рассматривается следующая задача. Для разделяющей функции вида

$$g(x) = \mathbf{a}^T \mathbf{y}(x) \quad (1)$$



построить оценку  $M \times 1$ -вектора  $\mathbf{a}$ , удовлетворяющего уравнению

$$\mathbf{Y}\mathbf{a}=\mathbf{b}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{Y}$  -  $N \times M$ -матрица составленная из векторов признаков,  $\mathbf{a}$   $\mathbf{b}$  - вектор, формируемый по заданным допускам, определяющим область решений.

Для формального определения числа наблюдений, которое может считаться малым, используются пространства, связанные с матрицей  $\mathbf{Y}$ : пространство столбцов -  $R(\mathbf{Y})$  и нуль-пространство -  $N(\mathbf{Y}^T)$ . Число наблюдений считается малым, если размерности указанных пространств одного порядка.

Для оценки информативности признаков по одному малому набору данных [2] предлагается использовать соотношения, описывающие преобразование  $N$ -мерного шара, которому принадлежит множество возможных векторов отклонений от заданных допусков в  $M$ -мерный эллипсоид, образуемый множеством векторов отклонений оценок вектора  $\mathbf{a}$ .

Следующий принципиальный вопрос заключается в существовании нестатистических методов построения оценок параметров при отсутствии априорных вероятностных моделей, обеспечивающих требуемое качество классификации. В работе рассматривается возможность решения этой задачи на основе принципа максимальной согласованности оценок.

Предполагается, что на множестве наблюдений существует подмножество, для которого выполняется свойство линейной делимости классов и для некоторого заданного вектора допусков выполняется равенство (2). На этом множестве наблюдений рассматривается множество подсистем, образуемых путем комбинирования наблюдений в различных сочетаниях и вводится следующее семейство критериев

$$Q(\hat{\mathbf{a}}) = \left( \sum_q \sum_{k=1}^M \left| \hat{a}_{q,i} - \hat{a}_{k,i} \right|^v \right)^{1/v}, \quad (3)$$

где  $\hat{a}_{q,i}$  -  $i$ -я компонента вектора  $\hat{\mathbf{a}}$ , полученная в результате решения  $q(k)$ -й подсистемы, а  $v > 0$  - параметр.

Показано, что равный нулю минимум критерия (3) достигается на множестве векторов отклонений от допусков, принадлежащих пространству  $R(\mathbf{Y})$ . Для выбора из этого множества вектора, обеспечивающего заданные требования по качеству классификации необходимо привлекать дополнительную информацию. В общем случае равенство критерия (3) нулю не гарантирует выполнения этих требований. Тем не менее, существует множество подсистем и векторов отклонений допусков, для которых это имеет место. Это дает возможность (при формулировке дополнительных условий) подобрать подходящее решение. Для нахождения этого решения может потребоваться перебор большого числа вариантов векторов при этом существенно возрастает вычислительная сложность.

Факт возрастания вычислительной сложности алгоритмов оценивания при малом числе наблюдений не является удивительным. Это неизбежная плата за недостаток априорной информации, связанный с недостаточностью числа наблюдений. Возможность применения простых статистических схем обработки данных обычно является следствием затрат на получение большого числа наблюдений. При попытке избежать их при тех же требованиях к точности, по-видимому, придется считаться с необходимостью больших затрат на этапе проведения вычислений.

Работа поддержана РФФИ, гранты № 00-01-05001, № 01-01-00097.

#### Литература

1. Фурсов В.А. Идентификация моделей систем формирования изображений по малому числу наблюдений. - Научное издание. Самара: ИПО СГАУ, 1998. - 128 с.
2. Fursov V. Training in pattern recognition from a small number of observations using projections onto null-space. Proc. 15th International Conference on Pattern recognition (ISPR) 2000. Vol. 2, p. 789-792.

### Верхняя граница ошибки обнаружения подпоследовательностей в квазипериодической последовательности

*С.А. Хамидуллин*  
(Новосибирск)

В работах [1-3] обоснованы апостериорные алгоритмы обнаружения, совместного обнаружения и различения, а также распознавания квазипериодических последовательностей, обеспечивающие принятие решения по критерию максимального правдоподобия. Цель данной работы состоит в определении верхней границы ошибки обнаружения последовательностей в квазипериодической последовательности.

Подпоследовательность  $u_0, \dots, u_{q-1}$  числовой последовательности  $u_n$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , со свойствами:  $u_n = 0$ , при  $n < 0$  и  $n > q-1$ , и  $|u_n| < \infty$ ,  $n = \overline{0, q-1}$ , назовем эталонной последовательностью,  $q$  - ее длиной, и вектор  $U = (u_0, \dots, u_{q-1})$  - эталонным вектором. Пусть вектор  $X = (x_0, \dots, x_{N-1})$  образован из элементов эталонных последовательностей по правилу:  $x_n = \sum_{m=1}^M u_{n-n_m}$ ,  $n = \overline{0, N-1}$ , где индексы  $n_m$ ,  $m = \overline{1, M}$ , составляют вектор  $\eta \in \Omega$ . Множество  $\Omega =$

$\Omega(N, T_{\min}, T_{\max}, q, M) = \{ \eta : \eta = (n_1, \dots, n_M); 0 \leq n_1 \leq T_{\max} - q; 0 \leq N - T_{\max} \leq n_M \leq N - q; q \leq T_{\min} \leq n_m - n_{m-1} \leq T_{\max}, m = \overline{2, M} \}$ ,  
 зависящее от натуральных чисел  $N$ ,  $T_{\max}$ ,  $T_{\min}$ ,  $q$  и  $M$ , объединяет всевозможные наборы  $\eta$  моментов времени начала подпоследовательностей в последовательности компонент вектора  $X$ . Будем говорить, что компоненты вектора  $X$  образуют квазипериодическую последовательность, порожденную совокупностью из  $M$  эталонных векторов. В [1] показано, что  $M_{\min} \leq M \leq M_{\max}$ , где  $M_{\min} = \lfloor (N + q - 1) / T_{\max} \rfloor$ ,  $M_{\max} = \lfloor (N - q) / T_{\min} \rfloor + 1$ . Пусть  $\Omega_M = \Omega(N, T_{\min}, T_{\max}, q | M)$ ,  $M \in [M_{\min}, M_{\max}]$ . Пусть случайный вектор  $Y = (y_0, \dots, y_{N-1})$  есть сумма двух независимых векторов:  $Y = X(\eta, U) + E$ , где  $E$  - гауссовский вектор, компоненты которого независимы, одинаково распределены и имеют нулевое математическое ожидание и известную дисперсию  $\sigma^2 < \infty$ .

В решение каждой из названных задач, задачи совместного обнаружения и различения [3], задачи распознавания [2] и задачи обнаружения [1], входит нахождение вектора  $\hat{\eta} = (\hat{n}_1, \dots, \hat{n}_M)$ , доставляющего максимум (либо минимум) аддитивной целевой функции с ограничениями на ее аргументы, входящие в определение множества  $\Omega_M$ . Назовем ошибкой обнаружения  $e_m = |\hat{n}_m - n_m|$ ,  $m = \overline{1, M}$ . Верхнюю границу для ошибки обнаружения определим как

$$r_m = \max_{\hat{n}_m, n_m} e_m \Big|_{\hat{\eta}, \eta \in \Omega_M} = \max_{\hat{n}_m, n_m} |\hat{n}_m - n_m| \Big|_{\hat{\eta}, \eta \in \Omega_M}, \quad m = \overline{1, M}.$$

В работе показано, что верхняя граница ошибки обнаружения подпоследовательностей в квазипериодической последовательности, как функция от  $m$ , имеет вид

$$r_m = \begin{cases} (T_{\min} - q) + (T_{\max} - T_{\min})m, & 1 \leq m < m'', \\ (N - q) - (M - 1)T_{\min}, & m'' \leq m \leq m', \\ (T_{\max} - q) + (T_{\max} - T_{\min})(M - m), & m' < m \leq M; \end{cases}$$

для случая  $m' \geq m''$  и

$$r_m = \begin{cases} (T_{\min} - q) + (T_{\max} - T_{\min})m, & 1 \leq m < m', \\ (M + 1)T_{\max} - (N + q), & m' \leq m \leq m'', \\ (T_{\max} - q) + (T_{\max} - T_{\min})(M - m), & m'' < m \leq M; \end{cases}$$

для  $m' < m''$ . Здесь  $m' = (MT_{\max} - N)/(T_{\max} - T_{\min}) + 1$ ,  
 $m'' = (N - MT_{\min})/(T_{\max} - T_{\min})$ .

В качестве иллюстрации на рис. 1 приведена область допустимых значений для элементов последовательности  $n_m$  при следующих значениях параметров задачи:  $N = 200$ ,  $q = 7$ ,  $M = 11$ ,  $T_{\min} = 10$ ,  $T_{\max} = 40$ . По оси абсцисс отложены номера подпоследовательностей, по оси ординат - номера отсчетов искомой последовательности. Вертикальные пунктирные линии соответствуют значениям  $m = m''$  и  $m = m'$  соответственно. Здесь же приведены результаты численного эксперимента по обнаружению одинаковых подпоследовательностей в квазипериодической последовательности. Численные результаты получены с помощью алгоритма, описанного в [1]. Исходная последовательность длины  $N$  сформирована из  $M$  одинаковых подпоследовательностей длины  $q$  ( $u_n = a$ ,  $n = 0, q-1$ ) и зашумлена аддитивным гауссовым шумом. Кривым 1 и 2 соответствуют значения величин  $n_m$  и  $\hat{n}_m$ . Значения параметров эксперимента:  $a = 60$ ,  $\sigma = 150$ .

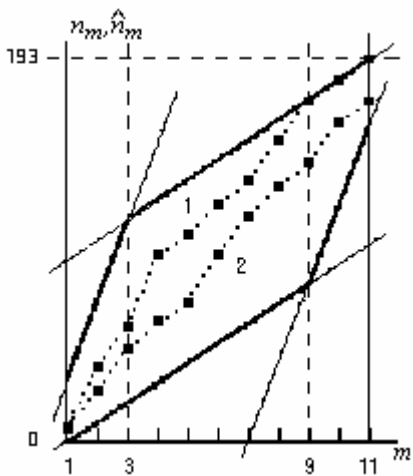


Рис. 1.

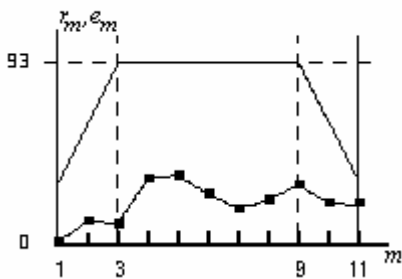


Рис. 2.

При тех же значениях параметров на рис. 2 изображены графики верхней границы ошибки обнаружения и ошибки обнаружения как функции от номера подпоследовательности в анализируемой последовательности. По оси абсцисс отложены номера подпоследовательностей, по оси ординат значения ошибки обнаружения (нижняя кривая) и верхней границы ошибки обнаружения (верхняя кривая).

Работа выполнена в рамках проекта №00-01-00795, поддержанного РФФИ.

### Литература

1. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Оптимальное обнаружение заданного числа одинаковых подпоследовательностей в квазипериодической последовательности // Сиб. журн. вычисл. математики. 1999. Т.2, №4. С.333-349.
2. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Распознавание квазипериодической последовательности, образованной из заданного числа одинаковых подпоследовательностей // Сиб. журн. индустриальной математики. 1999. Т.2, №1. С.53-74.
3. Кельманов А.В., Хамидуллин С.А. Апостериорное совместное обнаружение и различение заданного числа подпоследовательностей в квазипериодической последовательности // Сиб. журн. индустриальной математики. 1999. Т.2, №2(4). С.106-119.

## Об одной игре с природой, связанной с принятием решений большинством голосов

*М.Ю. Хачай*  
(Екатеринбург)

### Постановка задачи

Пусть  $X$  – произвольное непустое множество и  $D_1, D_2, \dots, D_m \subset X$ . Рассмотрим не обязательно совместную систему включений

$$x \in D_j \quad (j \in \square_m = \{1, 2, \dots, m\}). \quad (1)$$

Будем говорить, что  $x^0$  – решение (1), если  $x^0 \in \bigcap_{j=1}^m D_j$ . Как обычно (см., например, [1]) конечную последовательность  $Q = (x^1, x^2, \dots, x^q)$  назовем комитетом большинства из  $q$  элементов (или просто комитетом) системы (1), если для каждого  $j \in \square_m$  выполнено условие

$$\left| \{j : x^j \in D_j\} \right| > q/2. \quad (2)$$

В сообщении дается ответ на вопрос: «Пусть система (1) обладает комитетом из  $q$  элементов; насколько мала по отношению к мощности всей системы может быть мощность ее наибольшей подсистемы, разрешимой комитетом из  $k$  элементов?».

### Обозначения

Пусть  $Q = (x^1, x^2, \dots, x^q)$  – комитет системы (1). Сопоставим ему  $\{1, -1\}$ -матрицу  $A$  размера  $m \times q$  по правилу:  $a_{ji} = \begin{cases} 1, & \text{если } x^i \in D_j, \\ -1, & \text{иначе.} \end{cases}$

Через  $a_j$  обозначим  $j$ -ю строку матрицы. По условию,  $\sum_{i=1}^q a_{ji} \geq 1$  при каждом  $j \in \square_m$ . Каждому подмножеству  $I \subset \square_q$ ,  $|I| = k$ , сопоставим:

- вектор  $\tau = \tau(I) = \sum_{i \in I} e_i^q$ , где  $e_i^q$  –  $i$ -ый орт пространства  $E_q$ ,
- множество  $J(I) = \{j : (a_j, \tau(I)) \geq 1\}$  и
- число  $\delta_{q,k}(I, A) = \frac{|J(I)|}{m}$ , равное относительной величине мощности подсистемы  $J(I)$  системы (1), разрешимой комитетом из  $k$  элементов с номерами из множества  $I$ .

Матрице  $A$  сопоставим число  $\delta_{q,k}(A) = \max \{ \delta_{q,k}(I, A) : I \subset \square_q, |I| = k \}$ .

Обозначим через  $M(q)$  множество всех  $\{1, -1\}$ -матриц с  $q$  столбцами, обладающих свойством  $\sum_{i=1}^q a_{ji} \geq 1$  для каждого  $j$ . Рассмотрим антагонистическую игру  $\Gamma = (X, Y, K)$  с природой, в которой множество стратегий 1-го игрока  $X = \{I \in \square_q : |I| = k\}$ , множество стратегий 2-го игрока (природы)  $Y = M(q)$ , а функция выигрыша  $K(I, A) \stackrel{\text{def}}{=} \delta_{q,k}(I, A)$ . Для ответа на основной вопрос работы найдем верхнюю цену игры

$$\delta_{q,k} = \min_{A \in M(q)} \delta_{q,k}(A) \equiv \min_{A \in M(q)} \max_{I \in \square_q, |I|=k} \delta_{q,k}(A, I). \quad (3)$$

### Результаты

Положим  $s = \left\lceil \frac{q+1}{2} \right\rceil$  и  $t = \left\lceil \frac{k+1}{2} \right\rceil$ .

**ТЕОРЕМА 1.** Для произвольных натуральных  $k < q$  справедливы равенства

$$\delta_{q,k} = \frac{s}{q} \sum_{l=t-1}^{k-1} \frac{\binom{l}{t-1} \binom{(q-1)-l}{(s-1)-(t-1)}}{\binom{q-1}{s-1}} = \frac{k}{q} \sum_{l=t-1}^{s-1} \frac{\binom{l}{t-1} \binom{(q-1)-l}{(k-1)-(t-1)}}{\binom{q-1}{k-1}}. \quad (4)$$

Неожиданным следствием теоремы является следующее равенство:

$\delta_{2s-1, 2s-3} = 0.5 \frac{3s-2}{2s-1}$ . Видно, что  $\delta_{2s-1, 2s-3}$  монотонно возрастает с ростом  $s$  и  $\lim_{s \rightarrow \infty} \delta_{2s-1, 2s-3} = 3/4$ .

**ЗАМЕЧАНИЕ.** Для произвольных  $k < q$ , не удовлетворяющих условию  $k = 2p - 1$ ,  $q = 2p$  при произвольном натуральном  $p$ , игра неразрешима в чистых стратегиях, поскольку

$$\max_{I \in \square_q, |I|=k} \min_{A \in M(q)} \delta_{q,k}(A, I) = 0.$$

**ТЕОРЕМА 2.** Игра  $\Gamma$  разрешима в смешанных стратегиях, при этом цена игры совпадает с  $\delta_{q,k}$  и определяется по формуле (4).

Заметим, что оптимальная стратегия природы не зависит от  $k$  и определяется неоднозначно.

Найдем приближенные формулы для вычисления  $\delta_{q,k}$  при больших  $q$  и добавочном условии на выбор  $k$ :  $k = q - n$ , где  $n$  – фиксированное натуральное число.

**ТЕОРЕМА 3.**

1. Пусть  $n = 2p$ , где  $p \in \square$ , справедливо равенство

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \delta_{q, q-2p} = \frac{1}{2} (1 + b(p; 2p-1, 1/2)). \quad (5)$$

2. Если  $n = 2p - 1$ , то  $\lim_{q \rightarrow \infty} \delta_{q, q-n}$  не существует, поскольку

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \delta_{2s, 2(s-p)+1} = \frac{1}{2} + b(p; 2p-1, \frac{1}{2}) \quad (6)$$

$$\text{и} \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \delta_{2s-1, 2(s-p)} = \frac{1}{2}. \quad (7)$$

**СЛЕДСТВИЕ 1.** Для произвольного натурального  $k$   $\lim_{q \rightarrow \infty} \delta_{qk} = \frac{1}{2} + 0$ .

**СЛЕДСТВИЕ 2.** Пределы (5) и (6) как функции аргумента  $p$  удовлетворяют соотношениям:

$$\lim_{q \rightarrow \infty} \delta_{q, q-2p} \square \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2p-1}} \varphi \left( \frac{1}{\sqrt{2p-1}} \right)$$

$$u \lim_{s \rightarrow \infty} \delta_{2s, 2(s-p)+1} \square \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{2p-1}} \varphi \left( \frac{1}{\sqrt{2p-1}} \right).$$

### Заключение

В теореме 1, фактически, доказано новое необходимое условие существования комитета системы (1).

По-видимому, утверждение теоремы 1 может быть использовано для вывода новых рекуррентных оценок емкости класса комитетных решающих правил, методами, аналогичными использованным в [3].

Поскольку точные формулы оценок имеют вид сумм вероятностей гипергеометрических законов, то теорема 2 может рассматриваться вне контекста теории комитетных решений в качестве аналога предельной теоремы.

Особый интерес вызывают следствия. Исходя из здравого смысла следовало бы, например, ожидать, что  $\delta_{q, q-2} \xrightarrow{q \rightarrow \infty} 1$ . Однако это не так.

Этот факт удобно интерпретировать в терминах «голосования» и «кворума». В самом деле, пусть некоторая комиссия из  $q$  депутатов принимает или отклоняет законопроекты методом голосования простым большинством голосов. Допустим, известно, что на очередной рабочий день было запланировано рассмотреть  $m$  законопроектов. Известно, что, если на заседание явилась бы вся комиссия целиком, то все законопроекты были бы приняты. Из доказанного выше следует, что если хотя бы двое депутатов будут отсутствовать, то в худшем случае комиссия примет не более 75% законопроектов при условии, что все оставшиеся ее члены не изменят своего решения и будут голосовать так, как они голосовали бы при полном ее составе.



### Литература

1. Мазуров Вл. Д., Хачай М. Ю. Комитетные конструкции. // Известия УрГУ. 1999. вып. 14 С. 77-108
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. т.1. – М.: Мир. 1964.
3. Хачай М. Ю. Об оценке вероятности ошибочной классификации для комитетных решающих правил. В сб «Алгоритмический анализ неустойчивых задач. – Екатеринбург: УрГУ. 2001. С.250-251.

## О некорректности некорректных (эвристических) алгоритмов распознавания

*В. М. Чернов*

(Самара)

Использование вещественных или комплексных чисел для представления данных в реальных задачах с необходимостью вынуждает Исследователя использовать теоретико-вероятностный аппарат для оценки качества алгоритмов. Первопричина этого ясна: для множества действительных или комплексных чисел не существует, по всей видимости, математических средств "индивидуализации" свойств (не величины!) этих чисел и можно говорить только о "мере типичности" тех или иных вещественных или комплексных атрибутов изучаемого объекта, то есть, о его вероятностных характеристиках. Последовательное применение вероятностного подхода с необходимостью приводит к представлению об *уникальном* объекте как о рядовом представителе некоторого гипотетического (бесконечного) множества ему подобных, но "не заданных реально" (гипотеза компактности). В этом случае достоверность решения прикладной задачи может быть оценена только экспериментально, в сравнении, как правило, со специально сконструированными тестовыми ситуациями, которые, в свою очередь, являются тестовыми лишь при априорном предположении об адекватности выбранной математической модели. С другой стороны, признание вероятностного аппарата как "единственно корректного" при анализе *вещественных* характеристик качества решения прикладной задачи вынуждает Исследователя последовательно сделать следующие *неформальные*, но ответственные заявления.

1. Я умею работать с вещественными числами.
2. Я умею работать с бесконечными последовательностями рациональных чисел, факторизованными по отношению эквивалентности, порожденному нуль-последовательностями Коши.

3. Я, наверное, умею работать и с бесконечными последовательностями рациональных чисел, факторизованными по любому (альтернативному) отношению эквивалентности.
4. Я не имею формальных (внутриматематических) аргументов в пользу предпочтения одного отношения эквивалентности другому и, следовательно, согласен с тем, что альтернативные пополнения множества рациональных чисел не являются формально менее предпочтительными, чем множество действительных чисел.
5. Я вынужден признать, что если использование одного и того же математического аппарата для оценки качества решения прикладной задачи приводит к количественно различным результатам для различных пополнений множества рациональных чисел, то такой алгоритм решения задачи следует признать формально некорректным.

Сформулированные выше заявления анализируются в докладе в контексте следующих формальных результатов.

Пусть  $\Sigma$  - бесконечное подмножество рациональных чисел,  $\mathfrak{S}$  - некоторое множество функциональных символов,  $\mathfrak{R}$  - язык логики первого порядка с носителем  $\Sigma$  и множеством функциональных символов, содержащим  $\mathfrak{S}$ .

**Предложение 1.** Существует такое наперед заданной мощности множество  ${}^*\mathbf{Q}(\Sigma) \supset \Sigma$  и расширение  ${}^*\mathfrak{R}$  языка  $\mathfrak{R}$  на  ${}^*\mathbf{Q} = {}^*\mathbf{Q}(\Sigma)$ , что любое высказывание  $\alpha$  истинно в  ${}^*\mathfrak{R}$  тогда и только тогда, когда  $\alpha$  истинно в  $\mathfrak{R}$ .

**Предложение 2.** Множество  ${}^*\mathbf{Q} = {}^*\mathbf{Q}(\Sigma)$  является локально компактной абелевой группой и, следовательно, на нем существует (нормированная) мера Хаара, инвариантная относительно аддитивного сдвига (т.е.  ${}^*\mathbf{Q}$  допускает построение  ${}^*$ теории вероятностей ${}^*$ ).

**Следствие 1.** Существует такое  ${}^*\mathbf{Q}$ , что для данного алгоритма, распознающего элементы обучающей выборки,  ${}^*$ вероятность  ${}^*$ правильного распознавания элементов из  ${}^*\mathbf{Q}$  равна 1.

**Следствие 2.** Для любого  $0 \leq p \leq 1$  существует такое  ${}^*\mathbf{Q}$ , что для данного алгоритма, распознающего элементы обучающей выборки,  ${}^*$ вероятность  ${}^*$ правильного распознавания элементов из  ${}^*\mathbf{Q}$  равна  $p$ .

В докладе обсуждается также и более оптимистичная точка зрения на корректность применения статистических методов в теории распознавания, чем та, которая следует из сформулированных выше утверждений. Основанием для такого оптимизма являются следующие особенности методов, используемых при доказательстве предложений, а также сложившаяся практика решения прикладных задач:

1. если  $\Sigma$  конечно (реальное "пользовательское" допущение), то Предложения 1 и 2 перестают быть справедливыми;
2. даже если  $\Sigma$  бесконечно, то множество  ${}^*\mathbf{Q}(\Sigma)$  не обязано содержать все множество  $\mathbf{Q}$  рациональных чисел;

3. конструкция расширения  ${}^*Q(\Sigma)$  не является эффективной (в частности, опирается на теорему о существовании ультрафильтра);
  4. интерпретация языка задается, как правило, в результате соглашения между Заказчиком и Исполнителем и не нуждается в формальных оправданиях;
  5. существуют статистические по форме методы оценки "меры типичности", использующие математическую основу, отличную от теории интеграла Лебега.
- Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 00-01-00600).

## Конструктивное обучение сигма-пи нейронных сетей распознавания и классификации

*З.М. Шибзухов, Л.З. Шауцкова*  
(Нальчик)

Рассматриваются алгоритмы конструктивного обучения искусственных *нейронных сетей* (НС) распознавания и классификации, которые строятся на основе сигма-пи нейронов с логическими входными и выходными сигналами. Сигма-пи нейрон реализует преобразование  $\{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$  следующего вида:

$$SPN(\mathbf{x}) = f(SP(\mathbf{x}))$$

$$SP(\mathbf{x}) = \theta + \sum_{k=1}^R w_k \prod_{i \in \mathbf{i}_k} x_i,$$

где  $\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$ ,  $y \in \{0,1\}$ ,  $f: \mathbf{Z} \rightarrow \{0,1\}$  – скалярная функция выхода,  $\theta, w_k$  – целые,  $\mathbf{i}_k \subseteq \{1, \dots, n\}$  – мультииндексы. Полилинейную форму нейрона  $SP(\mathbf{x})$  будем называть сигма-пи формой.

Обучение сигма-пи нейрона [1–3] осуществляется по паре последовательностей логических векторов  $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}_k : k = \overline{1, N}\}$ , где  $\mathbf{x}_k \in \{0,1\}^n$ , и последовательности  $\mathbf{Y} = \{y_k : k = \overline{1, N}\}$ , где  $y_k \in \{0,1\}$ , – ожидаемых логических значений на выходе. Для обучения сигма-пи нейрона используется рекуррентная схема с минимизацией рангов произведений [4], в рамках которой, в предположении, что  $\mathbf{X}$  является  $\succeq$ -упорядоченной ( $\mathbf{X}$  является  $\succeq$ -упорядоченной, если для каждой пары  $j < k$  имеет место отношение  $\mathbf{x}_j \succeq \mathbf{x}_k$ , т.е. найдется  $1 \leq t \leq n$  такое, что  $x_{jt} = 0$ ,  $x_{kt} = 1$ ), строится последовательность сигма-пи форм  $SP_0, SP_1, \dots, SP_k, \dots$  такая, что

выполняется следующее условие: для всех  $j = \overline{1, k}$  имеет место равенство  $SP_k(\mathbf{x}_j) = y_j$ .

Рассматриваются НС распознавания и классификации с многослойной архитектурой, построенные на основе сигма-пи нейронов. Для конструктивного обучения НС используются две схемы конструктивного обучения – TOWER и TILING. Прототипом TOWER – схемы явился алгоритм TOWER [5] для конструктивного обучения последовательности классических формальных нейронов с функцией преобразования вида

$$y = f\left(\theta + \sum_{i=1}^n w_i x_i\right).$$

Прототипом TILING – схемы явился алгоритм TILING [6] для конструктивного обучения многослойной сети из классических формальных нейронов. Входящие в НС сигма-пи нейроны обучаются по приведенной выше рекуррентной схеме, пока число мультипликативных слагаемых в сигма-пи форме не превосходит заданного значения  $M$ .

По первой схеме строится последовательность сигма-пи нейронов, в которой первый нейрон имеет вектор логических входов  $\mathbf{x}$ , каждый последующий имеет вход от предыдущего нейрона и вектор  $\mathbf{x}$ .

По второй схеме строится многослойная сеть из сигма-пи нейронов. Первый слой имеет на входе вектор входов  $\mathbf{x}$ , на вход каждого последующего слоя поступает вектор выходов от предыдущего слоя. Последний слой содержит единственный нейрон. Последовательно формируются слои НС, начиная с первого. Каждый слой формируется таким образом, чтобы он порождал разбиение обучающей последовательности на, так называемые, верные классы, такие что все входные векторы из данного класса имеют на выходе слоя одинаковый вектор, а на выходе НС одно и то же ожидаемое значение. Формирование слоев осуществляется так, чтобы от слоя к слою количество различных векторов, которые могут оказаться на выходе данного слоя уменьшалось, по крайней мере на  $M - 2$ . Это обеспечивает сходимость процесса обучения.

### Литература

1. Каляев А.В., Тимофеев А.В. Методы обучения и минимизации сложности когнитивных нейромодулей супер-макро-нейрокомпьютера с программируемой архитектурой. // Доклады РАН. 1994. Т.337. №2. С.180–183.
2. Тимофеев А.В. Методы синтеза диофантовых нейросетей минимальной сложности. // Доклады РАН. 1995. Т.345. №1. С.32–35.
3. Шибзухов З.М. Конструктивные рекуррентные алгоритмы синтеза сигма-пи нейронных сетей // Искусственный интеллект. 2000. №2. С.258–263.

4. Шибзухов З.М. Конструктивное обучение сигма-пи нейронов с минимизацией их сложности. (в печати).
5. Gallant S. Perceptron based learning algorithms. IEEE Transactions on Neural Networks. 1(2): 179–191. 1990.
6. Mezard N., Nadal J. Learning feed-forward networks: the TILING algorithm. J. Phys. A: Math. Gen., 22:2191–2203. 1989.

## **О некоторых свойствах локальных алгоритмов упрощения дизъюнктивных нормальных форм**

*П. В. Юдаев*

(Москва)

В ряде прикладных и теоретических задач, в том числе и при решении некоторых задач распознавания образов, требуется представить заданную булеву функцию в виде д. н. ф., наиболее простой в том или ином смысле, обычно в виде минимальной д. н. ф. или кратчайшей д. н. ф. В задачах распознавания образов логические переменные могут выражать как бинарные или дискретные по своей природе признаки объектов, так и вещественнозначные признаки, например, в виде предикатов принадлежности значений признаков выделенным диапазонам (подобный подход использован в созданной в ВЦ РАН системе распознавания «LoPer»).

Для эффективного построения минимальных и кратчайших д. н. ф. по сокращенной д. н. ф. используются специальные алгоритмы упрощения д. н. ф. В докладе описываются некоторые свойства локальных алгоритмов упрощения д. н. ф.

Не определенные здесь понятия можно найти в [1,2,3].

### **А- и А'-алгоритмы.**

Проводится сравнительный анализ А- и А'-алгоритмов, разработанных Ю. И. Журавлевым[3].

Утверждение. Если число (существенных) переменных не более шести, то для упрощения сокращенной д. н. ф. любой булевой функции всегда можно применять вместо А-алгоритма более простой А'-алгоритм, а при числе переменных более шести подобная замена может привести к меньшим упрощениям сокращенной д. н. ф.

Доказательство. Рассмотрим функцию

$$\varphi(x_1, \dots, x_7) = x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot x_7 \vee \bigvee_{i=3}^6 \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_i \cdot x_7 \vee \bigvee_{i=3}^6 x_2 \cdot \bar{x}_i \cdot \bar{x}_7 \vee \bar{x}_1 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_7 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 = K_1 \vee \dots \vee K_{12} = D_\varphi$$

(см рис. 1). Укажем А-алгоритм А и А'-алгоритм В такие, что сокращенная д. н. ф.  $D_\varphi$  сильнее упрощается алгоритмом А, чем алгоритмом В. Алгоритмы

порядка зададим следующим образом: 1) порядок конъюнкций в д. н. ф.  $D_\varphi: K_1, \dots, K_{j2}$ ; 2) после отметки некоторых конъюнкций порядок остальных конъюнкций сохраняется. Требуемый факт непосредственно следует из определения действия А- и А'-алгоритмов на сокращенную д. н. ф. функции.

Далее методом “от противного” несложно доказать, что для любой функции шести переменных ее сокращенная д. н. ф. одинаково упрощается А- и А'-алгоритмами.

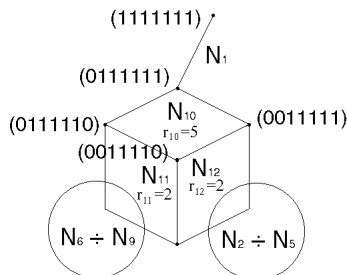


Рис. 1. Схематическое изображение интервалов функции  $\varphi$ .

### Немажорантность одного алгоритма первого порядка

Доказывается немажорантность сужения А-алгоритма на окрестность первого порядка (назовем полученный алгоритм А<sub>1</sub>-алгоритмом).

Кратко опишем алгоритм А<sub>1</sub>.

Сначала алгоритм находит все конъюнкции, входящие в ядро сокращенной д. н. ф., и помечает их как входящие во все минимальные д.н.ф. После этого рассматриваются остальные конъюнкции. Если интервал, соответствующий конъюнкции, частично покрывается ядром, а вторая его часть является множеством первого типа относительно данной конъюнкции и сокращенной д. н. ф., то конъюнкция отмечается как не входящая ни в одну минимальную д. н. ф. и удаляется из д. н. ф. На следующем шаге тот же алгоритм применяется к полученной д. н. ф. Алгоритм заканчивает работу, если на очередном шаге не было поставлено ни одной новой отметки. Результат работы алгоритма А<sub>1</sub> не зависит от правила упорядочивания конъюнкций в д. н. ф.

Пусть  $K_1$  – кольцевой алгоритм первого порядка. Известно, что он является мажорантным среди алгоритмов первого порядка[2].

Утверждение. Алгоритм  $K_1$  сильнее, чем алгоритм А<sub>1</sub>.

Доказательство. Из определения алгоритмов (или из факта мажорантности  $K_1$ ) легко следует, что алгоритм  $K_1$  не слабее, чем А<sub>1</sub>. Теперь укажем функцию, сокращенная д.н.ф. которой сильнее упрощается алгоритмом  $K_1$ , чем А<sub>1</sub>. Пусть

$$\begin{aligned}
 f_0(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) = & \bigvee_{(\tau, \sigma) \in \{(0,1), (1,0)\}} (\bar{x}_2 x_3^{\tau} \bar{x}_4 x_5 x_6 x_7 x_8^{\tau} \vee \\
 & \vee \bar{x}_1 \bar{x}_3 x_4^{\tau} x_5 x_6 x_7 x_8^{\sigma} \vee \bar{x}_1 x_3 \bar{x}_4 x_5^{\tau} x_6^{\sigma} \bar{x}_7 \bar{x}_8 \vee \bar{x}_2 x_3 x_4^{\tau} x_5^{\sigma} \bar{x}_6 x_7 \bar{x}_8 \vee \\
 & \vee \bar{x}_2 x_3 x_4^{\tau} x_5^{\sigma} x_6 \bar{x}_7 \bar{x}_8 \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 x_5^{\tau} x_6^{\sigma} x_7 \bar{x}_8) \vee \bar{x}_1 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 \vee \\
 & \vee \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 x_5 x_6 x_7 x_8 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_5 x_6 x_7 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_8 \vee \\
 & \vee \bigvee_{(\tau, \sigma) \in \{(0,1), (1,0)\}} (\bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4^{\tau} x_5^{\tau} x_6^{\tau} \bar{x}_8 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4^{\tau} x_5^{\tau} x_7^{\sigma} \bar{x}_8 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_4^{\tau} x_6^{\sigma} x_7^{\sigma} \bar{x}_8) \vee \\
 & \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 x_4 x_5 x_6 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_5 \bar{x}_6 \bar{x}_7 \bar{x}_8 \\
 \text{(см. рис. 2).}
 \end{aligned}$$

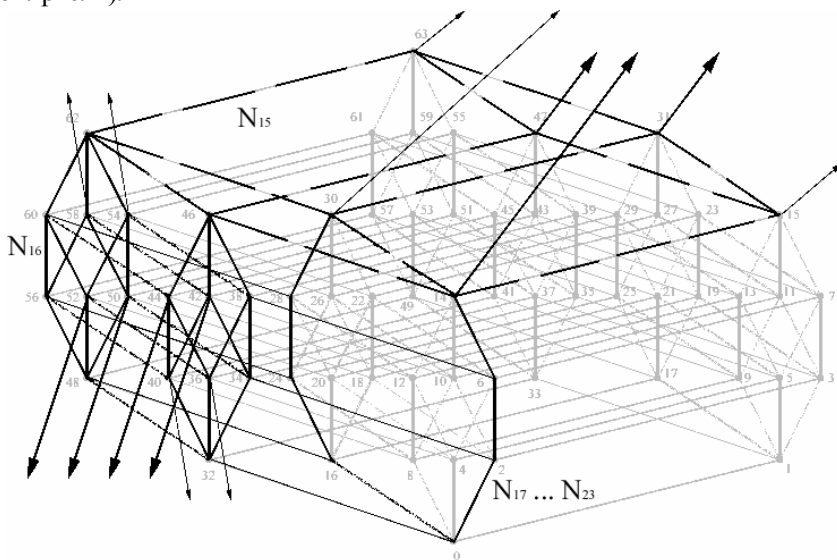


Рис. 2. Схематическое изображение интервалов функции  $f$ .

Алгоритм порядка одинаков для  $A_1$  и  $K_1$ : конъюнкции упорядочены по порядку следования в сокращенной днф функции  $f_0$ . После отметки некоторых из них порядок остальных сохраняется.

Первые 15 конъюнкций получают при работе алгоритмов  $A_1$  и  $K_1$  одинаковые отметки. Алгоритм  $A_1$  не поставит более ни одной отметки, а кольцевой алгоритм  $K_1$  поставит над  $U_{16}$  отметку (0, 1). Данный факт можно доказать от противного.

Следовательно, алгоритм  $A_1$  не является мажорантным и его (вообще говоря) нельзя использовать в качестве более простой реализации мажорантного алгоритма упрощения д. н. ф. первого порядка

### Литература

1. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. М., Наука, 1979.
2. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики, т. 1. Под ред. С. В. Яблонского. М., Наука, 1974.
3. Журавлев Ю. И. Теоретико-множественные методы в алгебре логики. // В кн.: Журавлев Ю. И., Избранные научные труды. М., Издательство Магистр, 1998. С. 26 – 87.

## Тритная система распознавания образов.

*Д.Н. Юрьев*

Москва

В данный момент практически все попытки моделирования процессов обработки информации, поведения динамических систем и построения систем анализа сигналов основаны на применении принципов кодирования, базирующихся на булевой логике или классической многозначной логике.

В этой работе описывается подход, использующий построенную трёхзначную логику, не содержащую изоморфов булевой алгебры и построенной над множеством истинностных значений  $\{-1, 0, 1\}$ . Здесь 1 – «истина», -1 – «ложь», 0 – «неопределённость».

В ходе работы был создан комплекс компьютерных программ, моделирующих работу тритных НК – сетей. В этих программах задавалась квадратная матрица элементов, связанных между собой по спирали. Каждый элемент имел 8 входов, мог принимать и выдавать 3 сигнала: 0, 1, -1, - и реализовывал определённую логическую функцию.

Наилучший эффект был получен на матрице  $n=31$  при использовании в качестве функции, реализуемой элементом, строгой дизъюнкции:

$$X \vee \vee Y = \begin{cases} \max(X, Y) - \min(X, Y), X + Y > 0, \\ \min(X, Y) - \max(X, Y), X + Y < 0, \\ 0, X + Y = 0. \end{cases}$$

Такой же эффект наблюдается также при всех размерностях матрицы, удовлетворяющих соотношениям  $n=2^k+1$ ,  $n=2^k-1$  и заключается в следующем. При проецировании на один из четырёх секторов матрицы геометрической фигуры (квадрат, треугольник, круг), т.е. возбуждении части её элементов, через 16 тактов происходило однозначное разложение спроецированной фигуры на фигуры, представляющие собой её признаки и располагающиеся в трёх оставшихся секторах. При этом сеть оказалась способной собирать первоначальную фигуру из признаков. При работе на



матрице  $n=2^k$  и чётном числе входов элемента всегда наблюдался выход на нулевой режим (все элементы приходили в нулевое состояние) за число тактов, зависящее от размерности матрицы. На остальных размерностях наблюдались какие – либо характерные картины, возникающие через конечное число тактов, а поведение системы и появление различных картин всегда носило периодический характер.

Далее, была разработана программа, подающая фигуру или её признаки на бинарный перцептрон Розенблатта с пороговой активационной функцией. При этом наблюдалось уверенное распознавание образов, в частности было достигнуто опознание всех букв латинского алфавита.

## **Тритный перцептрон** *Д.Н. Юрьев, С.С. Постнов* (Москва)

Развитие современной вычислительной техники целиком и полностью основано на применении бинарной логики. При этом принимается, что наличие напряжения на выходе - истина, логическая единица, а отсутствие его - ложь, логический нуль.

Тем не менее, многие исследователи отмечают, что многочисленные попытки построить «мыслящий компьютер» - ввести в нее творческий элемент, на базе двухзначной логики до сих пор не увенчались успехом. В связи с этим авторам представляется целесообразным использовать аппарат трехзначной логики, определенной над множеством истинностных значений  $\{-1, 0, 1\}$ . В данном случае учитывается не только наличие сигнала на данном участке, но и его знак. При этом положительный сигнал будет обозначать истину,  $+1$ , отрицательный - ложь,  $-1$ , отсутствие сигнала - неопределенность, логический нуль. В ходе проведенных исследований был построен ряд элементов и создана алгебра, на основе которых удалось построить ряд компьютерных моделей, в частности, аналог бинарного перцептрона Розенблатта – тритный перцептрон.

Перцептрон, также как и его бинарный аналог, состоял из R(рецепторного), A(ассоциативного) и R(решающего) слоев. Рецепторный слой был представлен в виде матрицы  $16 \times 16$  элементов, на которую проектировались изображения геометрических фигур (треугольник, квадрат и круг). В качестве активационной функции была выбрана SS – функция:

Перед обучением перцептрона осуществлялась генерация сети. Обучение происходило с учителем, подтверждающим или опровергающим правильность распознавания продемонстрированной фигуры, путем изменения верхних и нижних порогов срабатывания формов (формальных нейронов, работающих в соответствии с принципами разработанной трёхзначной логики). Последовательность демонстрации фигур была случайной. При этом происходило образование новых связей между

формами, эквивалентное прорастанию синапсов в реальном биологическом нейроне.

После обучения и контрольного показа, ранее демонстрировавшихся фигур, на матрицу проецировались видоизмененные фигуры, ранее перцептрону не демонстрировавшиеся. Ряд сетей смогли правильно распознать не только фигуры с измененными геометрическими размерами, но и контуры вышеупомянутых фигур. Следует отметить, что некоторые сети опознавали не только полные, но и неполные контуры, так, например, контур треугольника без нижней стороны (перевернутая галочка).

На основании вышеизложенного, по всей видимости, можно говорить о наличии у тритного перцептрона свойств аналогичных ассоциативному восприятию.

Уверенное распознавание перцептронам геометрических фигур доказывает то, что устройство может работать не только на основании обработки бинарного сигнала, но и тритного, а также обучаться не на основании изменения весов синапсов, а изменением порога возбуждения формов.

## II. Прикладные задачи и системы распознавания

### О статистическом подходе к прогнозированию цен акций

*Н.Н. Апрашьева, Е.Е. Сидорова, Н.А. Торхова*

(Москва)

Имеются данные наблюдений за ценами акций некоторой однородной продукции трех фирм X, Y, Z в течении 142 дней. В каждый день фиксируются четыре значения цены акции: ее значения в момент открытия и закрытия биржи, ее экстремальные значения. По имеющимся данным необходимо разработать алгоритм прогноза цен акций хотя бы для одной фирмы. Предполагается отсутствие дефолта.

Путем визуального анализа графиков временных рядов (ВР) X, Y, Z выделяются из них наиболее похожие, ими оказались графики ВР  $x, y$  с некоторым лагом  $k$ , по графикам имеем оценку  $k_1$ :  $\tilde{k}_1 = 13$ . Тогда относительно соответствующих значений случайных величин  $x, y$  правдоподобна гипотеза  $H_0$  об их линейной регрессионной зависимости

$$y_{k+i} = ax_i + b + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, 142 - k, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_i$  – случайное отклонение со средним значением 0 и дисперсией  $\sigma^2$ . Для простоты расчетов сначала будем прогнозировать среднее значение цены акции за день. Тогда в равенствах (1) под  $y_{k+i}, x_i$  подразумеваем средние значения цен акций за день двух фирм.

Для проверки гипотезы  $H_0$  на плоскости в декартовой системе координат построим последовательность точек

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_{129}, y_{129}), \quad (2)$$

которая сконцентрировалась вдоль некоторой прямой

$$y = ax + b. \quad (3)$$

Оценки неизвестных параметров  $\tilde{a}, \tilde{b}$  прямой (3) были вычислены методом наименьших квадратов (МНК) [1]. Коэффициент корреляции случайных величин (2) оказался значимым  $\tilde{r}(x, y) = 0.94$ . Уточненная

оценка лага  $k$ , полученная путем минимизации суммы квадратов отклонений в системе (1), равна 12,  $\tilde{k}_1 = 12$ .

При построении прогностической модели полагаем, что значение цены акции в  $(n+1)$ -й день  $y_{n+1}$  существенно зависит от ее значения в  $s$  ближайших предыдущих дней,

$$y_{n+1} = f(y_n, y_{n-1}, \dots, y_{n-s+1}), \quad 1 \leq s < 15. \quad (4)$$

Ввиду существования линейной зависимости между переменными  $x, y$  равенство (4) принимает вид

$$\tilde{y}_{n+k+1} = \tilde{c}_n x_{n+1} + \tilde{d}_n, \quad (5)$$

где  $\tilde{c}_n, \tilde{d}_n$  - коэффициенты регрессии системы

$$y_{k+i} = c_n x_i + d_n + \eta_i, \quad i = 1, 2, \dots, s, \quad n = s, \quad (6)$$

$\eta_i$  - случайное отклонение со средним значением 0 и дисперсией  $\sigma_n^2$ . Экспериментально было установлено оптимальное значение  $s$  для системы (6),  $s_{opt} = 10$ .

Графики ВР истинных  $y_i$  и прогнозируемых  $\tilde{y}_i, i = 23, 24, \dots, 142$ , значений цен акций обнаружили существование между ними лага  $k_2, \tilde{k}_2 = 3$ . Поэтому прогнозируемые значения  $\tilde{y}_i$  были пересчитаны с новым значением лага  $k = 15$  ( $k = \tilde{k}_1 + \tilde{k}_2$ ).

Прогноз  $\tilde{y}_i, i = 26, 27, \dots, 142$ , считаем удовлетворительным, если его относительная погрешность  $\delta_i \leq 0,1$ . Оправдываемость прогноза  $\tilde{P}$  - относительная частота удовлетворительных прогнозов, составила 0,88.

Для каждого наблюдаемого значения  $y_i$  можно построить доверительный интервал

$$P\{\tilde{y}_i - 2\tilde{\eta}_i \leq y_i \leq \tilde{y}_i + 2\tilde{\eta}_i\} > 0,92, \quad i = 26, 27, \dots, 142,$$

где  $\tilde{y}_i$  - прогнозируемое значение цены акции,  $\tilde{\eta}_i$  - среднее значение абсолютной погрешности в уравнениях (6).

По этой модели линейной регрессии проводилось прогнозирование средней цены акций не только на один день, но и на второй, третий, четвертый и пятый дни. В этом случае уравнение (5) принимает вид

$$\tilde{y}_{n+k+m} = \tilde{c}_n x_{n+m} + \tilde{d}_n, \quad m = 2, 3, 4, 5,$$

в котором коэффициенты  $\tilde{c}_n, \tilde{d}_n$  находятся из системы (6). Качество прогноза оценивалось значениями таких параметров, как средняя абсолютная погрешность  $\tilde{\varepsilon}$ , средняя относительная погрешность  $\tilde{\delta}$  прогнозируемых величин, оправдываемость прогноза  $\tilde{P}$ , приведенными в нижеследующей таблице.

**Таблица**

Параметры качества прогноза	Сроки прогноза				
	1-й день	2-й день	3-й день	4-й день	5-й день
$\varepsilon$	4,8	5,7	6,7	7,6	8,8
$\delta$	0,06	0,07	0,08	0,08	0,10
$P$	0,88	0,80	0,75	0,71	0,66

Анализ данных таблицы показывает, что предлагаемая модель линейной регрессии рекомендуется для краткосрочного прогноза цен акций на срок не более трёх дней.

### Литература

1. Кендалл М.Дж., Стоарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды // Наука. М, 1976. С. 474-555.

## Динамическое управление портфелем ценных бумаг на основе оптимального прогноза вектора наблюдений

*И.В. Артюхин, А.К. Бритенков*

(Нижний Новгород, Пушино)

В настоящей работе рассматривается динамическое управление инвестиционным портфелем с учетом оптимального прогноза вектора доходностей. Классическая модель, развитая Марковицем [1] и Тобиным [2] допускает только одну возможность прогнозирования - оценку постоянного ожидаемого значения вектора доходностей, а практика должна учитывать непрерывно меняющиеся прогнозы. Можно утверждать, что классическая стационарная модель приемлема только для пассивной стратегии управления в случае больших времен хранения  $T_h \gg 1$  (по определению время хранения портфеля  $T_h$  является дискретной величиной, которая соответствует количеству прошедших торговых сессий без обновления портфеля).

В случае, когда между соседними временными значениями вектора доходностей наблюдается существенная статистическая зависимость (сильная корреляция), можно осуществить *динамическую инвестиционную стратегию* управления портфелем. При этом инвестиционный портфель формируется на непродолжительное время, и его обновление производится

достаточно часто. В этом случае для отслеживания возможных изменений на фондовом рынке под ожидаемым значением случайного вектора доходностей следует рассматривать прогнозируемое значение вектора доходностей, т.е. его условную оценку, а риск отклонения прогнозируемого значения вектора от реального характеризовать ковариационной матрицей ошибки прогноза [3].

Математически задача динамического управления портфелем сводится к нахождению оптимального вектора весовых коэффициентов,

$\vec{W} = \{W_1, W_2, \dots, W_N\}^T$  задающего распределение средств по направлениям. Весовой вектор, характеризующий оптимальный портфель в момент времени  $t + T$  по известным до момента времени  $t$  значениям реализации случайного вектора доходностей  $\vec{R}(t)$ , находится из решения экстремальной задачи максимизации функции полезности портфеля:

$$Utility = \hat{R}_p(t + T/t) - \lambda \hat{\sigma}_p^2(t + T/t), \quad (1)$$

где  $\hat{R}_p(t + T/t) = \vec{W}^T \hat{\vec{R}}(t + T/t)$  – ожидаемая доходность портфеля на момент времени  $t + T$ ;

$\hat{\sigma}_p^2(t + T/t) = \vec{W}^T \mathbf{B}_{\vec{R}\vec{R}} \vec{W}$  – дисперсия ожидаемой доходности портфеля (мера риска);

$\lambda$  – коэффициент, характеризующий соотношение "риск - доход портфеля", устанавливаемый инвестором.

Решение экстремальной задачи максимизации функции полезности (1)

$$\vec{W}_{opt} = \mathbf{argmax}_{\vec{W}} \{ \hat{R}_p(t + T/t) - \lambda \hat{\sigma}_p^2(t + T/t) \} \quad (2)$$

находится при линейном ограничении типа равенства (условие единичной нормировки суммы весовых коэффициентов):

$$\vec{1}^T \vec{W}_{opt} = 1. \quad (3)$$

При этом если запрещено заимствование финансовых средств из некоторых направлений инвестиций, то возникает дополнительное ограничение на положительность весовых коэффициентов типа неравенства: ( $W_k \geq 0$ ).

В общем случае решение данной задачи может быть найдено при помощи стандартных алгоритмов, реализующих метод наименьших квадратов.

В качестве прогноза в данной работе предлагается использовать аналитическое описание вектора наблюдений при помощи обобщенного спектрально-аналитического метода [4,5].

В работе приводятся некоторые предварительные данные по использованию динамической стратегии в задаче управления пакетом ценных бумаг.

### Литература

1. Markovitz H.M. Portfolio Selection //J.Finance. 1952. V.7,№1. P.77
2. Tobin J. The Theory of portfolio selection in F.H. Hahn and F.R.P. Brechling (eds), The Theory of Interest Rate, London, Macmillan, 1965, p.3
3. Артохин И.В., Домбровский Е.А., Мальцев А.А. Динамическая стратегия управления портфелем ценных бумаг, основанная на оптимальном прогнозе многомерного вектора доходностей // Труды 4-й научной конференции по радиофизике (5 мая 2000 г.). Н.Новгород, 2000. С. 238-239.
4. Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н., Дедус А.Ф. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. Задачи анализа изображений и распознавания образов. Под общ. ред. Дедуса Ф.Ф. М., Машиностроение, 1999.
5. Бритенков А.К., Дедус Ф.Ф., Описание, анализ и прогнозирование рынка ценных бумаг с помощью обобщенного спектрально-аналитического метода обработки данных информационных массивов// Шестая Нижегородская сессия молодых ученых, Н.Новгород, 2001. С. 59.

## **Описание, анализ и прогнозирование котировок ценных бумаг с помощью обобщенного спектрально-аналитического метода для динамического управления портфелем ценных бумаг**

*И.В. Артохин, А.К. Бритенков*  
(Нижний Новгород, Пущино)

Как показано в работе [1] отличие динамической стратегии управления портфелем ценных бумаг [2] от общепринятой постановки (пассивной стратегии на основе регрессионной модели) состоит в том, что при решении задачи максимизации функции полезности вместо фиксированного значения математического ожидания случайного вектора доходности фигурирует его оптимальный прогноз, а вместо ковариационной матрицы случайного процесса - ковариационная матрица ошибок предсказания [3].

В настоящей работе для прогнозирования вектора доходности  $R(t)$  используется аналитическое описание входящих в портфель котировок  $m$  ценных бумаг

$$P(t) = \{p_1(t), p_2(t), \dots, p_m(t)\} \quad (1)$$

на интервале анализа и прогноза. Для этого вектор-функция  $P(t)$  дискретного аргумента  $t$  заменяется вектор-функцией непрерывного аргумента  $S(x)$  так, чтобы в “узлах” дискретной сетки (во время торговых сессий) выполнялось

условие  $P(t)=S(\alpha x)$ . Разложение зависимостей  $S(x)=\{s_1(x), s_2(x), \dots, s_m(x)\}$  по ортогональному базису позволяет перейти к аналитическому описанию  $P(t)$  с точностью  $\varepsilon$

$$s_i(x) = \sum_{j=0}^N A_{ij} \varphi_j(x) + \varepsilon \text{ при } x \in (0, T), T = \alpha t_a, i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где  $t_a$  - время анализа (40-60 торговых сессий). Выбор системы базисных функций  $\{\varphi_j(x)\}$  и оптимизация разложения (сокращение  $N$  при заданной  $\varepsilon$ ) определяется коэффициентом формы  $K_i$ . Коэффициент формы сравнивает характер зависимости (1) и формы базисных функций первых членов ряда (2) и вычисляется как отношение проекции зависимости (1) на обратную по форме (относительно  $\varphi_1(t)$ ) функцию, к проекции зависимости (2) на функцию  $\varphi_1(t)$ . Например, в случае степенного ряда (2)  $K_i$  определяется следующим образом

$$K_i = \frac{\int_0^T s_i(x)(T-x)^n dx}{\int_0^T s_i(x)t^n dx} \approx \frac{\sum_{j=0}^t p_i(j)(t-j)^n}{\sum_{j=0}^t p_i(j)j^n}, n \geq 1, j = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где  $n$  - параметр, определяющий “чувствительность” коэффициента формы к характеру  $p_i(t)$  [4]. Учитывая взаимную корреляцию  $\{p_1(t), p_2(t), \dots, p_m(t)\}$ ,  $K_i$  усредняется по набору (2), и в зависимости от значения  $K_i$  выбирается возрастающий, финитный или убывающий базис. Для более точного подбора базиса варьируется весовая функция в функционале числителя (4).

После выбора системы ортогональных модифицированных базисных функций (определенных на отрезке  $[0, T_0]$ ), необходимо согласовать область определения базиса с интервалом времени анализа  $T_a$

$$T_0 = T_a = \alpha t_a \quad (4)$$

с помощью линейной  $x=(2y/T_a)-1$  или нелинейной  $x=1-2\exp(-ky)$  подстановок, где  $x$  - старый аргумент классического базиса,  $y$  - новый аргумент адаптированного базиса,  $k$  - масштабный коэффициент.

Для прогнозирования  $P(t)$  на несколько шагов (торговых сессий) необходимо дополнить условие (4) интервалом прогноза и обеспечить такую же разницу в значении области существования базиса и интервала анализа:

$$T_0 = T_a + T_h = T, T_h = \alpha t_h, t_h = 1-7, \quad (5)$$

где  $T_h$  - время прогноза,  $t_h$  - число шагов прогноза  $P(t)$ .

Нахождение минимума функционала невязки  $E$  минимизирует длину ряда  $N$  разложения (2) при заданной точности  $\varepsilon$



$$E = \int_0^T (s_i(x) - \sum_{j=0}^N A_{ij} \varphi_j(x))^2 dx \text{ при } i = \overline{1, m}. \quad (6)$$

При подобном подходе нахождение  $R(t)$  и его статистических оценок упрощает процедуру формирования портфеля [3] и улучшает точность предсказания, поскольку все необходимые оценки вычисляются с помощью коэффициентов  $A_{ij}$  разложения (2), а аналитическое описание [4] позволяет найти точное решение задачи максимизации функции полезности и снизить риск отклонения прогноза от реальных данных.

#### Литература

1. Markovitz H.M. Portfolio Selection // J.Finance. 1952. V.7, №1. P. 77
2. Tobin J. The Theory of portfolio selection in F.H. Hahn and F.R.P. Brechling (eds), The Theory of Interest Rate, London, Macmillan, 1965, p.3
3. Артохин И.В., Домбровский Е.А., Мальцев А.А. Динамическая стратегия управления портфелем ценных бумаг, основанная на оптимальном прогнозе многомерного вектора доходностей // Труды 4-й научной конференции по радиофизике (5 мая 2000 г.). ННовгород, 2000. С. 238-239.
4. Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н., Дедус А.Ф. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. Задачи анализа изображений и распознавания образов. Под общ. ред. Дедуса Ф.Ф. М., Машиностроение, 1999.

### Оперативная обработка данных дистанционного зондирования в целях прогнозирования

*А.С. Бирюков, А.П. Виноградов, Н.А. Долгих, В.В. Рязанов, И.В. Рязанов*  
(Москва)

Одним из центральных вопросов в задачах прогнозирования многомерных величин на основе временных рядов наблюдений является редукция размерности данных. В полной мере это относится к задачам обработки результатов дистанционного зондирования подстилающей поверхности и прогнозирования изменений наблюдаемых параметров в будущем. Оперативное оценивание различных показателей, относящихся к большой выборке, зачастую требует предварительного вычисления и хранения часто используемых промежуточных величин. Чем выше цена затрат времени, тем более многочисленными становятся промежуточные данные. Характерным примером являются системы типа OLAP, в которых массивы агрегатов,готавливаемые заранее, могут превосходить по размерам начальную выборку в десятки и сотни раз[2].

Существующие программные продукты и системы указанного типа ориентированы, главным образом, на вычисление нескольких основных

параметров данных. В то же время, запросы аналитиков нередко относятся и к различным нестандартным связям параметров, для которых не приготовлено агрегированных шкал. В некоторых случаях оценивание соответствующих распределений можно выполнить без использования массивов агрегатов. Уравнением нестандартной связи  $A(x)=a$  определяется  $a$ -параметрическое сечение в пространстве данных, и проекции кластеров на шкалу параметризации автоматически формируют выборочную плотность величины  $a$ . Если форма кластеров обладает свойствами изотропии, т.е., в той или иной степени инвариантна к линейным преобразованиям из группы  $SO(N)$ , то в ряде случаев все процедуры вычисления и объединения проекций можно заменить простым суммированием величин, не зависящих от направления слоев в  $R^N$ .

Распространенной является ситуация, когда для выборки большого объема  $X=\{x^i\}$ ,  $x \in I$ , имеется оценка эмпирической плотности

$$f_I(x) = \frac{1}{|I|} \sum \int \delta(x - x^i) dx \quad \text{в виде конечной суммы} \quad g(x) = \sum \lambda^k g^k(x)$$

каждая компонента  $g^k(x)$  в окрестности эталона  $x^k$  представляет собой ограниченную функцию от некоторой положительно определенной 2-формы координат  $g^k(x) = h((x - x^k)^T B^k (x - x^k))$ , где  $\lambda^k$  – априорные веса компонент [1]. Примерами подобных представлений являются нормальные смеси, конечные наборы кластеров в форме эллипсоидов, «толстых» сфер, и т.п. Последний тип окрестностей является специфичным для данных самой высокой размерности, прежде всего, для длинных временных рядов. (Например, сфера толщиной  $0.01R$  содержит более 90% объема 1000-мерного шара.) Общим для этих представлений является то, что каждая из компонент суммы  $g(x) = \sum \lambda^k g^k(x)$  в окрестности эталона  $x^k$  приводится некоторым обратимым линейным преобразованием  $L^k$  к сферически симметричному виду  $g^{sk}(y^k) = h^k(\sum (y_n^k)^2)$ ,  $\int g^{sk}(y) dy = 1$ . Если при этом интеграл  $\int_a g^{sk}(y^k) dy^k$  по образу  $L^k(S_a)$  слоя  $S_a$  рассчитывается легко (или может быть заранее протабулирован), то оценка априорной плотности нестандартного параметра  $p(a) = \sum \mu^k(c^k) \lambda^k \int_a g^{sk}(y^k) dy^k$  сводится к расчету расположения преобразованных слоев  $L^k(S_a)$  и к вычислению коэффициентов  $\mu^k(c^k)$ , привязывающих координаты  $y^k$  к единому масштабу скалярного параметра  $a$ . В линейном случае, когда  $A(x) = \sum c_j x_j$ , слоями являются гиперплоскости размерности  $N-1$ , и величина  $\int_a g^{sk}(y^k) dy^k$  зависит

только от расстояния до образа слоя  $L^k(S_a)$ , как бы ни был ориентирован вектор  $c^k_j, j \in \{1, \dots, N\}$ , в пространстве  $R^N$ .

Пусть матрицы преобразований  $L^k$  построены для каждой компоненты. В линейном случае коэффициенты  $\mu^k(c^k)$  определяются соотношением

$$\mu^k(c^k) = \left( \frac{\sum_j \sum_i (c^k_j (L^k)^{-1}_{ij})^2}{\sum_j (c^k_j)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Если исключить из анализа «экзотические» распределения  $g^k(x)$ , то для интегралов по линейным слоям  $L^k(S_a)$  могут быть выписаны явные формулы. Приведем в качестве примеров соответствующие оценки плотности  $p(a)$  для случаев нормальной смеси и набора равномерно заполненных эллипсоидов [2].

Для нормальной смеси:

$$p(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum \lambda^k \mu^k(c^k) \exp\left(-\frac{(a - \sum c^k_j x^k_i)^2}{2 \sum_j \sum_i (c^k_j (L^k)^{-1}_{ij})^2}\right) \quad (2)$$

Для набора эллипсоидов:

$$p(a) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{N}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{(N-1)}{2} + 1\right)} \sum \lambda^k \mu^k(c^k) \left(1 - \frac{(a - \sum c^k_j x^k_i)^2}{2 \sum_j \sum_i (c^k_j (L^k)^{-1}_{ij})^2}\right)^{\frac{N-1}{2}} \quad (3)$$

Разумеется, допустимы смешанные комбинации, когда сумма  $g(x) = \sum \lambda^k g^k(x)$  содержит компоненты  $g^k(x)$  различных типов. В любом случае, расчет величин (2), (3) – задача более простая, чем складирование значений многих агрегатов или прямой перебор выборки  $X = \{x^i\}, x \in I$ . Т.о., при прогнозировании распределений любых величин вида  $A(x) = \sum c_j x_j$  достаточно использовать один и тот же набор из  $k$  одномерных массивов  $\int_a g^{sk}(y^k) dy^k$ , размер которых зависит только от шага дискретизации, т.е., от требуемой подробности описания распределения  $p(a)$ . В общем случае решение можно получить путем выбора кусочно-линейной аппроксимации слоя  $A(x) = a$ .

Помимо чисто вычислительных преимуществ, на этом пути обеспечиваются и принципиальные улучшения оценок в тех случаях, когда априори достоверно установлено, что не только приближение, но и истинное распределение элементов выборки  $X = \{x^i\}, x \in I$ , имеет вид смеси

$g(x) = \sum \lambda^k g^k(x)$ . Тогда формулы типа (2) или (3) для плотности  $p(a)$ , построенные на базе оценок параметров  $x^k, c^k, B^k$  по всей совокупности начальных данных, будут более точными, чем непараметрические оценки, полученные по ограниченным фрагментам выборки в окрестностях слоев  $A(x)=a$ , и, в том числе, более точными, чем гистограммные плотности стандартных агрегатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты 99-01-00433, 00-01-00650, 99-07-99120, 99-07-99390, и проектов INTAS 397 и 626.

### Литература

1. Бирюков А.С., Виноградов А.П., Рязанов В.В., Рязанов И.В. О восстановлении некоторых плотностей кластеров по эмпирических плотностям смеси // *Труды международной конференции РОАИ-5-2000*, том 1, стр.16-20 (2000).
2. J.Mundy Smarter data warehouses // *Intelligent Enterprise* v.4 No 3 (2001).

## Математические модели идентификации объектов и субъектов промышленной собственности в сети internet

*С.П. Ботуз*

(Москва)

Актуальность проблемы обусловлена нарастающей конкуренцией производителей объектов промышленной собственности (ОПС) – не только изобретений, полезных моделей, промышленных образцов и т.п., но и необходимостью осуществлять правовую защиту современных интеллектуальных систем и подсистем программного и мультимедийного управления в Internet (в глобальных и локальных вычислительных сетях – ГВС), их программного обеспечения и др. форм защиты объектов интеллектуальной собственности (ОИС). Острота данной темы предопределяется исключительностью права, принадлежащего патентовладельцу того или иного ОПС в ГВС.

В докладе на примерах идентификации субъектов и объектов обзорно-поисковых систем автоматического сканирования рассмотрены основные перспективы применения предлагаемых методов и моделей открытой технологии экспертизы ОПС в ГВС. В результате показано, что в рамках действующего законодательства Российской Федерации и соответствующих нормативных документов (НД) основные процессы идентификации ОПС в ГВС могут быть описаны дифференциально-разностными уравнениями с отклоняющим аргументом. Предлагаемые модели позволяют осуществлять идентификацию ОПС на базе синтеза проблемно-ориентированных систем комплексной экспертизы заданного класса ОПС (СКЭ ОПС), конструктивно применяя основные положения системного и синергетического подходов, а

именно, принцип физичности (ПФ), – моделируемости (ПМ) и – целостности (ПЦ). В свою очередь ПФ предполагает, что СКЭ ОПС позволяет осуществлять генерацию персонифицированного функционального пространства (ПФП), т.е. такого пространства, у которого число контролируемых (наблюдаемых, управляемых и т.п.) параметров (переменных) индивидуально не только с точки зрения их количества (числа) и размерности, но ПФП обладает свойством автономной функциональности – используется персонифицированная метрика (или набор шкал для заданного ОПС), которая позволяет получить описание системы ограниченной (минимальной) сложности. При этом синтезируемая в процессе экспертизы ОПС метрика оценок и ее ранжирование по сложности носит персонифицированный характер.

Функциональные возможности применения вышеперечисленных принципов рассмотрены в процессе экспертизы нелинейных систем программного управления на основе методов автоматизированного синтеза персонифицированных графо-аналитических (ГА) парадигм: ГА портрет лица, принимающего решение (ЛПР) в заданной предметной области (ПО); ГА растр экрана пользователя ГВС; ГА отображение рабочей среды; ГА групповой профиль пользователя локальной или глобальной ВС и соответствующих баз данных (БД) и баз знаний (БЗ); ГА протокол обмена данными (идентификации, распознавания и т.п.) в виде бинарных параметрических полей (БПП) и др. При этом ГА портреты ЛПР-ГВС выступают в качестве некоторых когнитивных карт (фрейм-паспортов) для синтеза параметров управляющих воздействий конкретного поискового процесса. Этот процесс автоматизирован на основе использования аппарата нечетких существенно нелинейных функций экспертизы ОИС в ГВС и генерации необходимых БД и БЗ применения всевозможных НД, регулирующих правила экспертизы ОИС в ГВС. Графо-аналитическая структура сети БПП, как раз и есть обобщенный образ динамических БЗ – качественный и количественный портрет взаимосвязи анализируемых процессов в заданной ПО. На каждом уровне такой сети определяются БПП данных – эволюции ситуаций взаимодействия ЛПР-ГВС-ПО, которые представляют взаимосвязанные фрагменты нечетких множеств и соответствующих предметных лингвистических переменных. Т.е. определение понятия “состояние ОИС” в ГВС формализуется на основе визуального графо-аналитического языка БПП. Важное место в таких БПП приобретают динамические связи между отдельными бинарными полями. Они представляют отображение множества допустимых правил для принятия решений в нечетких ситуациях экспертизы ОИС в ГВС. Настройка персонифицированного интерфейса осуществляется в режиме обучения с учителем. В этом режиме сам обучаемый рассматривается как динамически развивающаяся сложная система, выполняющая множество распределенных процедур позиционирования в информационном поле меню сообразно

предлагаемому набору стандартных опций. На каждом шаге формируются функции выбора и их графо-аналитические объекты БПП, выделяются гипотезы в виде трендов, которые ЛПП должен оценить на многофакторных шкалах сложности. После регистрации ЛПП, вне зависимости от его желания обучаться или нет, СКЭ ОПС настраивается на его динамические характеристики. Для организации процесса идентификации создан набор динамических тестов, функционирование которых осуществляется на всем протяжении использования данной системы – формируются динамические портреты ЛПП в каждом сеансе, с учетом всей предыстории по каждому поисковому заданию. Динамика настройки СКЭ ОПС фиксируется в виде иерархической цепочки БПП. Подстройка параметров интерфейса ЛПП-ГВС-ОИС осуществляется на основе организации тестовых интерактивных режимов работы с ЛПП в явном и неявном режимах в заданной ПО. Эффективность применения предлагаемых средств и подходов иллюстрируется на конкретных примерах синтеза персонифицированных стратегий экспертизы ОПС в сети Internet.

## **Методы и средства автоматизированного контроля состояния интерактивных систем управления физико- химическими и информационными процессами в сети internet**

*С.П. Ботуз, С.Ю. Четверов*  
(Москва)

Современная микроэлектронная индустрия интерактивных систем программного управления в сети Internet (ИСУ) ориентирована на использование в своих подсистемах всевозможных интеллектуальных подсистем и мультимедийных устройств в интегральном исполнении.

В процессе проектирования и эксплуатации подобных распределенных ИСУ возникают задачи, связанные с обработкой (отображением, сжатием и распознаванием) все возрастающих объемов информации (сигналов, сообщений - данных различной физико-химической и информационной природы). Особенность разработки современных ИСУ состоит в том, что к ним предъявляются повышенные требования не только технического, но и организационного характера. При этом динамичное развитие микроэлектроники постоянно ставит задачи, которые не могут быть решены существующим арсеналом технологических средств. Так, в последнее время широкое распространение получили новые физико-химические технологии, позволяющие осуществлять точное управление не только параметрами, но и структурой синтезируемого вещества на молекулярном уровне. В основе данных процессов заложены высокотехнологические принципы (способы управления и регулирования процессами) химического осаждения из

различных растворов для формирования кремнеорганических слоев в реализуемые непосредственно в процессах планаризации многоуровневой разводки интегральных микросхем (ИС).

Анализ состояния сформулированных выше задач показал, что широкое распространение данных высокотехнологических процессов в микроэлектронике сдерживается отсутствием методов и средств для автоматизированного распознавания и контроля состояния процессов синтеза исходных композиций ИС, прогнозирования состояния физико-химических процессов центрифугирования и диагностики связей микроструктур пленок ИС и их электрофизических свойств и многие др. В процессе решения данного спектра задач необходимо интенсивное участие специалистов (лиц, принимающих решение - ЛПР) различных специализаций, которые, как правило, являются сотрудниками различных учреждений и функционально подчинены соответствующим внутрифирмальным порядкам.

Решение подобного рода задач междисциплинарного направления в химии, металловедении, нанотехнологии и т.п. требует применения адекватных по уровню интеллекта корпоративных автоматизированных систем научных исследований и соответствующих экспертных систем с динамически перестраиваемой не только программной оболочкой, но и самой структурой организации связей (телекоммуникационных связей) и интерфейсов с ЛПР и их многофункционального сопровождения (мониторинга, защиты и т.п.) на всех уровнях (прикладном, физическом и др.).

В этой связи рассматриваемые в докладе многоканальная система сбора, регистрации, сжатия и распознавания сигналов различной физико-химической и информационной природы и разработанное объектно-ориентированное программное обеспечение предоставляют возможность:

- комплексно исследовать в интерактивном режиме влияние основных физико-химических параметров ИС в процессе их синтеза (например, влияние температуры подложки ИС и температуры наносимого на них раствора в процессе формирования пленок ИС методом центрифугирования с учетом давления насыщенных паров растворителя в условиях изменения вязкости раствора и др.);

- осуществлять правовое сопровождение высокотехнологических разработок ИСУ в Internet, а именно, выявлять (распознавать) в интерактивном режиме патентоспособные решения и осуществлять правовое сопровождение подобных ИСУ - объектов интеллектуальной собственности на всем их жизненном цикле.

### Литература

1. Lysov, "DNA Sequencing By Oligonucleotide Hybridization," in "The First Intl. Conf Electrophoresis. Supercomputing and the Human Genome. Eds. Cantor and Lim, World Scientific, pp. 157-163 (4/98).

2. Abbott et al., "Manipulation of the Wettability of Surfaces on the 0.1-to 1-Micrometer Scale Through Micromachining and Molecular Self-Assembly", Science 257:1380-1382 (1992).
3. Ботуз С.П. Автоматизация исследования, разработки и патентования позиционных систем программного управления. - М.: Наука. Физматлит, 1999.
4. Ботуз С.П. Автоматизированный синтез нейроподобных структур и моделей идентификации нелинейных динамических процессов в Internet. - В кн.: Математические методы распознавания образов (МММО - 9)/ Под ред. акад. Ю.И.Журавлева. - М.: ВЦ РАН, 1999.
5. Ботуз С.П., Четверов С.Ю. Исследование автоматизированных баз данных по термоструйным регистрирующим приборам и устройствам. - В кн.: Эволюционная информатика и моделирование/ Под ред. акад. Л.Н.Лупичева. - М.: ГосИФТП РАН, 1993.

## **Модификация двухуровневого алгоритма распознавания последовательностей графических изображений**

*Ю.Г. Васин, Л.И. Лебедев, В.А. Морозов*

(Нижний Новгород)

В работах [1, 2] было дано описание двухуровневого алгоритма распознавания последовательностей бинарных изображений и приведена технология автоматического ввода текстовых документов и графической информации. Как известно, основу двухуровневого алгоритма распознавания составляет корреляционно-экстремальный метод вычисления оценок сходства искомой формы с эталонами на базе векторной (контурной) модели представления информации (контурное распознавание). Это первый уровень алгоритма распознавания последовательностей. На этом уровне для каждого распознанного объекта вычисляются его высота, ориентация и местоположение, а также определяются идентификатор объекта (далее - имя, код), наименование эталонной группы (далее - шрифт) и другие параметры, характеризующие объект (например, характеристика буквы: прописная или строчная; далее тип буквы, объекта).

Второй уровень алгоритма можно подразделить на две части: формирование последовательности распознанных на предыдущем шаге изображений (надписи) и, собственно, распознавание пропущенных объектов с использованием растровой модели представления информации (растровое распознавание). В вычислительном плане растровое распознавание в двухуровневом алгоритме оказалось наиболее трудоемким. Поэтому, при растровом распознавании в целях уменьшения вычислительных затрат используются вычисленное оптимальное направление надписи, усредненная высота прописных символов и усредненный интервал между символами, а также используемый в надписи



шрифт. При этом оптимальное положение при совмещении эталона и объекта ищется в области, ограниченной 2-5 единицами раstra вдоль и перпендикулярно выбранного направления.

Практическое использование двухуровневого алгоритма в системах автоматического ввода графической информации позволило выявить ряд причин, ведущих к ошибкам распознавания систематического характера. К такого рода причин относятся следующие:

- 1) неправильно определена высота прописных (строчных) символов;
- 2) неправильно определено место положение распознаваемого объекта;
- 3) неправильно определен шрифт распознаваемой надписи.

1. Высота прописных букв определяется неверно, когда ее вычисление ошибочно осуществляется по набору строчных символов. Это возможно, когда все буквы в сформированной последовательности были набраны на одном регистре и среди них нет символов, начертания которых для прописных и строчных букв различно.

2. Местоположение фрагмента с распознаваемым объектом полностью определяется направлением надписи и средним значением интервала между буквами (точкой привязки). По этому ошибки при растровом распознавании возможны, если интервалы между буквами не выдерживаются с заданной выше точностью (например, когда в целях лучшего зрительного восприятия включается режим кернинга).

3. Шрифт надписи определяется неверно при вводе некачественно выполненных документов и контурном распознавании на базе шрифтов, сходных (родственных) по форме букв (например, топографических шрифтов Т-132 и Р-131, Р-152 и Р-151 и др.; шрифтов Times New Roman и Times New Roman Суг), или на базе одного и того же шрифта с различными начертаниями (обычный и полужирный).

Очевидно, что решение этих задач при отсутствии ограничений достаточно просто. Для этого необходимо увеличить область поиска при нахождении оптимальной оценки сходства и вычислять ее на множестве сходных шрифтов с заменами высоты строчных символов на высоту прописных. Однако, это ведет к резкому увеличению вычислительной сложности двухуровневого алгоритма распознавания. Поэтому, задача состояла в разработке такого алгоритмического обеспечения, которое позволяло бы улучшить качество растрового распознавания, не уменьшая быстроедействие алгоритма.

Проблема с определением высоты прописных символов надписей была решена посредством создания базы (банка) высот на весь вводимый документ непосредственно после работы алгоритма контурного распознавания. Эта база формируется на основе высот тех распознанных прописных и строчных символов, которые в данном шрифте различаются по форме. Таким образом, если в сформированной последовательности символов не представляется возможным определить какими буквами,

строчными или прописными, выполнена надпись, то вопрос о принадлежности их к тому или иному типу принимается по результату сравнения текущей средней высоты с высотами данного шрифта из полученной базы. Если сравнение проходит, то высоте текущей надписи приписывается тип соответствующей буквы из базы.

Решения задач уточнения местоположения фрагмента с распознаваемым объектом и шрифта надписи были осуществлены с помощью ортогональных скелетонов. Для этого были разработаны алгоритмы построения ортогональных скелетонов и язык их описания. Напомним, что скелетоном по направлению  $\vec{L}$  ( $Sc \rightarrow L$ ) является множество точек, принадлежащих изображению равноудаленных от границ изображения в направлении  $\vec{L}$ . В данной работе в качестве одного из представителей семейства ортогональных скелетонов рассматривается совокупность скелетонов  $Sc \rightarrow X$  и  $Sc \rightarrow Y$ . Используя процедуру прослеживания линий, информация о скелетонах затем представляется в векторном формате. Кроме того, если для любого из скелетонов в каждой его точке записать расстояние до границы, исходное изображение можно восстановить полностью и однозначно.

Уточнение шрифта осуществляется на основе анализа толщины символов. Толщина символов определяется следующим образом. Находятся точки пересечения линий скелетонов  $Sc \rightarrow X$  и  $Sc \rightarrow Y$ . Из двух пересекающихся линий рассматривается линия с наименьшей длиной. Эта величина и будет рассматриваться как толщина символа, если пересечение линий произошло под углом соответствующим начертанию символов, а точка пересечения делит помеченную линию пополам. Для анализа, как правило, используется толщина, оставшаяся после отброса крайних значений.

Уточнение местоположения осуществляется в пределах вычисленного среднего интервала между символами надписи на основе анализа полученной точки привязки, остова скелетонов  $Sc \rightarrow X$  и  $Sc \rightarrow Y$  и толщины символа.

В результате использования модифицированного двухуровневого алгоритма распознавания для автоматического ввода текстовых документов было практически установлено, что его быстродействие по сравнению с аналогом, по крайней мере, не уменьшилось, а качество распознавания заметно увеличилось. В докладе будут наглядно проиллюстрированы новые возможности двухуровневого алгоритма по распознаванию надписей. Отметим также, что возможное использование ортогональных скелетонов в двухуровневом алгоритме далеко не исчерпано.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 00-15-96108) и ФЦП «Интеграция» (проект K0392).

## Литература

1. Васин Ю.Г., Лебедев Л.И., Плесков А.В., Пучкова О.В., Морозов В.А. Двухуровневый алгоритм распознавания последовательностей графических изображений. //Распознавание образов и анализ изображений: новые информационные технологии (РОАИ-2-95): 2-ая Всероссийская с участием стран СНГ конференция: Тез.докл. /Ульяновск, УГТУ, 1995, ч.2. С.67-68.
2. Васин Ю.Г., Лебедев Л.И., Плесков А.В., Игнатъева В.П. Технология автоматического ввода текстовых документов произвольного формата на основе двухуровневого метода распознавания. // Математические методы распознавания образов (ММРО-9): 9-ая Всеросс. конф.: Тез.докл. / М.: Изд-во «АЛЕВ-В», 1999. С.149-151.

## Использование контурных моделей для выделения черт лица на фронтальном изображении

*В.П. Вержневц*

(Москва)

Рассматривается задача выделения черт лица на фронтальном изображении. Задача локализации лица считается уже решенной и приблизительное положение глаз, рта и носа считается известным. Требуется выделить контуры глаз, линию подбородка и щек, контур губ.

Для решения поставленной задачи (выделения черт лица на изображении) в работе применяется метод деформируемых моделей. Этот метод получил широкое распространение благодаря тому, что деформируемые модели обладают большой гибкостью (обеспечивают представление объектов с сильно различающейся структурой) и в то же время дают возможность встроить жесткие ограничения на допустимые изменения формы представляемых объектов.

Впервые использование деформируемых кривых для выделения особенностей на изображении описали Kass Witkin и Terzopoulos ([1]). С тех пор было произведено множество исследований в области усовершенствования деформируемых моделей и применения их в различных областях обработки изображений ([2, 3]).

Для решения задачи выделения черт лица на растровом изображении используются деформируемые параметрические модели. Деформируемые модели называются параметрическими, в случае, когда форма объекта, представляемого моделью, полностью зависит от некоторого (небольшого по сравнению с общей сложностью модели) числа параметров. Оценка соответствия конфигурации модели представленным на изображении данным производится с помощью величины *энергии модели*. *Энергия модели* складывается из *внутренней энергии*, величина которой выражает соответствие конфигурации модели ограничениям, заданными

разработчиком, и *внешней энергии*, измеряющий критерий согласия модели и данных на изображении. Процесс адаптации модели к изображению заключается в поиске вектора параметров, реализующего глобальный максимум (минимум) энергии модели. Конкретная модель характеризуется способом задания формы моделируемого объекта и функцией, вычисляющей энергию модели.

Форма моделей, используемых для выделения черт лица, задается с помощью набора параметрических кривых, с определенными ограничениями, наложенными на их допустимые конфигурации. Внутренняя энергия моделей задает дополнительные (менее жесткие) ограничения на желаемые конфигурации, внося штраф в общую энергию модели при нежелательных деформациях. Вычисление внешней энергии задается исходя из особенностей изображения, которые встречаются в области выделяемого объекта. Такими особенностями являются: определенные значения яркости пикселей, градиента яркости, цвета пикселей, изменения цвета пикселей. Внешняя энергия модели возрастает, когда модель стремится занять положение на изображении, где пиксели образуют структуры, близкие к распознаваемому объекту. Оптимизации энергии модели может производиться с помощью методов поиска локального минимума (например, градиентного спуска), или с помощью методов глобальной оптимизации (например, генетических алгоритмов [4]). Выбор метода оптимизации обуславливается свойствами распознаваемого объекта и его окрестности на изображении.

В докладе описаны разработанные автором модели для решения задачи выделения черт лица, позволяющие добиться устойчивой и точной локализации черт лица на изображении. Подробно изложена и обоснована конструкция каждой модели, приведены примеры распознавания.

#### Литература

1. M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, "Snakes: Active Contour Models", *International Journal of Computer Vision*, 1(4): 321-331, 1988
2. T.F.Cootes, C.J.Taylor, "Statistical Models of Appearance for Computer Vision", Technical report, University of Manchester, Wolfson Image Analysis Unit, Imaging Science and Biomedical Engineering, Manchester M13 9PT, United Kingdom, September 1999.
3. A. Yuille, D. Cohen, P. Hallinan. "Feature Extraction from Faces using Deformable Templates", In CVPR, San Diego, CA, June 1989.
4. Rainer Storn, Kenneth Price, "Differential Evolution - a Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces", Technical Report TR-95-012, ICSI, March 1995. <http://www.icsi.berkeley.edu/techreports/1995.abstracts/tr-95-012.html>.

5. Sophia Tsekeridou, Ioannis Pitas, "Facial features extraction in frontal views using biometric analogies", in Proceedings IX European Signal Processing Conference, 1998, vol. 1

## **Локализация человеческого лица на цветном растровом изображении**

***В. П. Вержневц***  
(Москва)

Локализация лица на изображении является необходимой базой для решения многих задач компьютерного зрения – распознавания лица, распознавания выражения лица, реконструкции 3D модели лица по фотографиям. От точности решения задачи локализации во многом зависит точность решения задач анализа изображения лица более высокого уровня. В данной работе рассматривается задача локализации лица на фронтальном изображении.

Большое количество работ посвящено разработке устойчивого алгоритма локализации лица на изображении (см. обзор [1]). Одним из распространенных методов локализации лица является метод, основанный на выделении областей изображения, цвет которых близок к цвету человеческой кожи, с последующим анализом формы и взаиморасположения этих областей. Человеческая кожа имеет характерный оттенок, позволяющий успешно сегментировать кожу на цветных изображениях. Цвет кожи разных людей отличается в основном интенсивностью, что объясняется различным содержанием меланина. Независимость оттеночной (chrominance) компоненты цвета кожи от ориентации лица, а также его небольшая зависимость от яркости освещения, делают цвет устойчивым признаком кожи. Другим бесспорным преимуществом метода локализации лица, основанного на цветовой сегментации, является высокая вычислительная эффективность анализа цветовой информации.

Первым шагом в обработке изображения является выделение областей кожи. Выделение кожи может производиться как по предварительно построенной модели распределения цвета кожи в цветовом пространстве, например, с помощью байесовского классификатора ([2]), так и с помощью адаптивной сегментации изображения на области однородного цвета. Предварительное построение модели производится путем тренировки классификатора на изображениях, где участки кожи выделены вручную. В случае адаптивной сегментации происходит квантование изображения с учетом вероятного распределения цвета кожи в цветовом пространстве. Выбор цветового пространства, в котором производится классификация, во многом определяет точность и устойчивость выделения областей кожи ([3], [4]). Пространство RGB, широко применяющийся в компьютерной графике, имеет существенный недостаток, затрудняющий его использование для

цветовой сегментации – в нем не разделены яркостная (luminance) и оттеночная (chrominance) компоненты цвета. Более удобным для классификации является представление цвета, в котором эти компоненты представлены отдельно ([5]).

Анализ полученных областей и определение областей, соответствующих лицу, производится путем проверки ряда правил, которые должны выполняться для области (или областей), соответствующей лицу. Это могут быть ограничения на размер, форму, расположение областей, или более сложные правила, выраженные, например, некой статистической моделью.

В докладе дается обзор существующих методов локализации лица с помощью цветовой информации, обсуждается выбор способа цветовой классификации. Предложена модификация метода, позволяющая повысить устойчивость к ошибкам цветовой сегментации, подробно описывается применение метода локализации лица, основанного на сегментации кожи на цветных изображениях, приводятся примеры работы метода.

### Литература

1. Ming Hsuan Yang, Narendra Ahuja, David Kriegman, “A Survey on Face Detection”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1999. Submitted, available at <http://vision.ai.uiuc.edu/mhyang/papers/survey.ps.gz>
2. Michael J. Jones, James M. Rehg, “Statistical Color Models with Application to Skin Detection”. In *CVPR*, 1999
3. B. D. Zarit, B. J. Super, and F. K. H. Quek, “Comparison of five color models in skin pixel classification”. In *Proceedings of the International Workshop on Recognition, Analysis, and Tracking of Faces and Gestures in Real-Time Systems*, pages 58-63, Kerkyra, Greece, September 1999.
4. Jean-Christophe Terrillon, Martin David, Shigeru Akamatsu, “Automatic Detection of Human Faces in Natural Scene Images by Use of a Skin Color Model and of Invariant Moments”, In *Proceedings of the Third International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition, Nara, Japan, 1998*, pp. 112-117, 1998.
5. F. Perez and C. Koch. “Toward color image segmentation in analog VLSI: Algorithm and Hardware”, *International Journal of Computer Vision*, 12(1):17-42, 1994
6. ReinLien Hsu, Mohamed AbdelMottaleb, Anil K. Jain “Face detection on color images”, *Proc. International Conference on Image Processing (ICIP)*, Greece, October 7-10, 2001.

# Распознавание инвестиционных стратегий участников биржевых торгов

*К.В. Воронцов, М.М. Янпольский*

(Москва)

Рассматривается задача идентификации инвестиционных стратегий участников биржевых торгов по данным об объёмах их покупок и продаж. Эта задача представляет интерес для организаторов торгов и регулирующих организаций. Располагая эффективным инструментарием для её решения, можно отвечать, в частности, на следующие вопросы:

- какая доля участников рынка придерживается технического анализа?
- каково распределение участников по горизонтам прогнозирования, в частности, какова доля кратко-, средне- и долгосрочных технических аналитиков?
- каких стратегий придерживаются лучшие игроки — это технический анализ или принципиально иные стратегии?
- какие группы участников стабильно придерживаются одних и тех же стратегий?
- в какие моменты времени поведение участника расходится с его обычной стратегией и становится нетипичным?
- как поведёт себя рынок, целиком придерживающийся технического анализа, в той или иной конкретной ситуации?

Такого рода исследования способствуют лучшему пониманию структуры и текущего состояния рынка, помогают при выявлении случаев манипулирования и инсайдерской торговли.

Распознавание инвестиционных стратегий представляет интерес также и для дилеров на финансовых рынках при решении задач портфельного менеджмента и прогнозирования действий участников торгов — клиентов данного дилера:

- какие клиенты наиболее являются наиболее выгодными и перспективными?
- в какие моменты времени от клиента можно ожидать новых активных действий на рынке?

*Поведение участника* определяется последовательностью его покупок и продаж. Каждая покупка или продажа задаётся парой <время, объём>. На длину и детальность описания не накладывается никаких ограничений. В частности, это могут быть объёмы сделок участника за выбранный период времени, либо это могут быть нетто-объёмы (разности объёмов покупок и продаж) за выбранное число интервалов времени заданной длины. Поведение участника описывается кусочно-постоянной функцией времени.

Термин «инвестиционная стратегия» изначально является нечётко определённым. Для его формализации вводится следующее определение. *Инвестиционная стратегия* — это множество допустимых поведений,

описанное параметрическим семейством кусочно-постоянных функций. По сути дела, это математическая модель, формализующая те или иные экспертные представления о возможных действиях участника торгов, придерживающегося определенной стратегии.

В работе изучаются в основном стратегии, порождаемые техническими индикаторами рынка, то есть последовательностями сигналов покупки-продажи. Считается, что технический анализ является стандартным и наиболее распространённым подходом к ведению биржевой игры.

Задача состоит в том, чтобы как можно точнее представить поведение участника торгов в виде реализации одной или нескольких стратегий.

Предложено несколько различных способов описания стратегий биржевой игры по техническим индикаторам. Окончательная формализация включила в себя следующие предположения:

- участник, придерживающийся определённой стратегии, оперирует приблизительно одинаковыми объёмами;
- получив сигнал индикатора, участник может раздробить крупную покупку или продажу на последовательность более мелких операций;
- участник может придерживаться нескольких стратегий одновременно;
- участник может совершить небольшое число достаточно крупных операций, не согласующихся ни с одной из основных стратегией.

Близость поведений оценивается с помощью метрики в пространстве нормированных кусочно-постоянных функций. В этом случае задача поиска стратегии, ближайшей к заданному поведению участника, сводится к задаче квадратичного программирования. Причём линейные ограничения-неравенства имеют довольно специфичный вид, что позволяет разработать специальные методы решения, гораздо более эффективные, чем стандартные общие методы математического программирования. Построить эффективный численный алгоритм, напоминающий симплекс-метод, удалось на пути непосредственного применения теоремы Куна-Таккера.

Оказалось, что возникающая при решении система уравнений, размерность которой равна числу сигналов индикатора, на первых же итерациях распадается на независимые подсистемы небольшой размерности. Каждая из них соответствует некоторому локальному расхождению между поведением участника и сигналами индикатора.

Численные эксперименты показали хорошую сходимость метода — в среднем около 5 итераций для индикаторов из нескольких сотен или тысяч сигналов.

Интересным направлением дальнейших исследований является построение и визуализация обобщённых карт сходства. Разработанный алгоритм позволяет оценивать близость участников торгов и технических



индикаторов рынка, что позволяет отобразить их на единой карте сходства и исследовать совместно.

Другим направлением является обобщение описанного подхода на любые клиентские среды. В общем случае под поведением клиента можно понимать объем услуг, оказанных данному клиенту, как функцию времени. Тогда стратегия клиента — это модель, описывающая некоторую типовую динамику поведения клиента. Вводя метрику на поведении клиентов, аналогичным образом приходим к возможности совместной классификации участников и стратегий.

### Литература

1. Колби Р., Мейерс. Т. Энциклопедия технических индикаторов рынка // Альпина. Москва, 1998.

## **О проблеме сортировки фрагментов цифрового поля**

*С.Н. Ганебных, В.Н. Кошелев, Б.В. Крыжановский, М.М. Ланге*

(Москва)

В области обработки данных можно указать достаточно широкий класс прикладных задач, формальная суть которых состоит в следующем.

Задано цифровое поле, имеющее вид либо одномерной последовательности, либо матрицы, либо куба и т.п. Для каждой точки этого поля определено понятие фрагмента, т.е. окрестности заданной формы и размера. Таким образом, число всех фрагментов равно размеру поля, т.е. числу точек, в которых поле задано. Имеется канал наблюдения, в поле зрения которого попадает некоторый фрагмент поля. Наблюдатель желает "привязать" наблюдаемый фрагмент, т.е. указать ту точку поля, окрестностью которой является этот фрагмент. Условия, при которых задача привязки допускает однозначное решение, определяются рядом параметров, таких как размер поля и размер фрагмента, статистическая природа поля, характер искажений в канале наблюдения, функция обработки наблюденного фрагмента и др. Важной характеристикой, определяющей эффективность решения задачи привязки, является ее сложность. В ряде приложений [3] требуется минимизировать длительность процедуры привязки, т.е. время, протекающее между моментом, когда фрагмент появился в поле зрения наблюдателя, и моментом, когда найдены координаты фрагмента, определяющие его местоположение в исходном эталонном массиве (поле).

В данной работе проблема быстрой привязки рассматривается в условиях отсутствия шумов в канале наблюдения. Элементарные соображения подсказывают, что наиболее быстрое решение в этом случае достигается путем предварительной сортировки эталонного массива, в результате чего все его фрагменты располагаются в лексикографическом порядке,

установленном для отсчетов поля. Пусть  $M$  размер поля, т.е. число точек, в которых поле определено, а  $L$  размер фрагмента, т.е. число точек поля, образующих фрагмент. В  $Q$ -ичном поле каждый фрагмент отождествляется с  $L$ -разрядным числом, записанным в  $Q$ -ичной системе счисления. Отсюда следует, что неравенство

$$M \leq Q^L \quad (1)$$

является необходимым условием того, что все  $M$  фрагментов поля различны. Из (1) следует, что наименьший размер фрагмента, обеспечивающий однозначное решение задачи привязки, удовлетворяет неравенству

$$L_{\min} \geq \left\lceil \frac{\ln M}{\ln Q} \right\rceil, \quad (2)$$

причем эта оценка справедлива для любого  $Q$ -ичного поля размера  $M$ . Ниже мы рассматриваем случайное цифровое поле и показываем методику получения верхней оценки для среднего значения минимально допустимого размера фрагмента  $\overline{L_{\min}}$ , где черта сверху означает осреднение по вероятностному ансамблю поля. Для случайного стационарного поля с независимыми отсчетами, возникающими с вероятностями  $P_q$ ,  $q \in \overline{0, Q-1}$  мы доказываем оценку

$$\overline{L_{\min}} \leq \frac{\ln M}{\ln p_{\max}^{-1/2}} (1 + o(1)) \quad (3)$$

где  $p_{\max} = \max_q p_q$  и  $o(1) \rightarrow +0$ ,  $M \rightarrow \infty$ .

Для доказательства неравенства (3) вводится понятие конфликта фрагментов. Мы говорим, что два фрагмента поля имеют конфликт длительности  $l = 0, 1, 2, \dots$ , если первые  $l$  разрядов их числового представления являются общими (совпадают). С этой точки зрения сортировка поля есть процедура разрешения конфликтов. Располагая фрагменты в лексикографическом порядке, сортировка представляет эталонный массив в виде дерева фрагментов, и эта процедура продолжается до тех пор, пока массив не обратится в так называемое бесконфликтное дерево, все  $M$  ветвей которого различны; при этом в концевой вершине каждой ветви указываются координаты соответствующего фрагмента. Длина наиболее длинной ветви бесконфликтного дерева равна

$$L_{\min} = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} \chi\{C_l\}, \text{ где } \chi \text{ индикаторная функция, а } C_l \text{ событие,}$$

состоящее в том, что в поле имеется хотя бы одна пара фрагментов,

конфликтующих на длине  $l$ . Так как  $\overline{L_{\min}} = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} P\{C_l\}$ , то

дальнейший ход доказательства сводится к построению достаточно хорошей оценки сверху для вероятности конфликта длины  $l$ . В общем случае (т.е. для случайного поля с произвольно заданной статистикой) построение такой оценки представляется довольно трудной задачей, которую, тем не менее, удастся решить для стационарного поля без памяти и найти указанную выше оценку (3).

Заметим, что нижнюю оценку (2) улучшить нельзя, поскольку существуют примеры, когда сортировка фрагментов поля реализуется в виде равновеликого дерева, все ветви которого имеют длину в точности равную величине, указанной в правой части неравенства (2).

С прикладной точки зрения величина  $L_{\min}$  определяет минимальный объем выборки, достаточный для однозначного решения задачи привязки, как она определена выше. Если поле представлено в виде бесконфликтного дерева, то  $L_{\min}$  означает наибольшее число  $Q$ -ичных сравнений, которое придется выполнить, чтобы указать координаты предъявленного фрагмента, т.е. его местоположение в эталонном массиве.

Отметим, что проблема сортировки фрагментов поля близка к проблеме кодирования источника по методу Зива-Лемпела [5], поскольку построение бесконфликтного дерева фактически совпадает с построением словаря различных последовательностей, производимых источником. Близкими оказываются также и математические вопросы этих двух схем. Исходя из этой аналогии, естественно, в частности, высказать предположение, что средняя скорость, с которой растут ветви бесконфликтного дерева, обратно пропорционально энтропии поля (т.е. равна коэффициенту сжатия источника). Таким образом, не смотря на внешнюю простоту формулировки, проблема сортировки поля по своей математической сути связана с решением достаточно трудных задач теоретико-информационного характера.

Работа поддержана грантами РФФИ №00-01-00213 и №01-07-90308, а также INTAS-00-738.

## Литература

1. Кошелев В.Н. Кодирование источников при неизвестных состояниях канала // Труды V Всесоюзной школы по вычислительным сетям. Владивосток, ДВНЦ, 1980.
2. Кошелев В.Н. Методы теории кодирования в задачах статистического оценивания // Труды IX Симпозиума по проблемам избыточности в информационных системах. Ленинград. ЛИАП, 1986, часть I, С. 18-22.
3. Белоглазов И.Н., Джанджгава Г.И., Чигин Г.П. Основы навигации по геофизическим полям // Москва, "Наука", 1985.
4. Бабкин В.Ф., Ланге М.М. О кодировании ненаблюдаемых случайных величин // Труды VIII Всесоюзной конференции по теории кодирования и передачи информации, Куйбышев, 1981, часть I.
5. Ziv J., Lempel A. A Universal Algorithm for Sequential Data Compression // IEEE Tr.IT-23, 3, 1977, pp. 337-342.

## Распознавание сигналов в геолокации.

*В.В. Гетнер, С.В. Крамаренко, М.А. Соколов, С.А. Экало*

(Санкт-Петербург)

Современные геолокаторы на основе сверхширокополосного радиолокационного излучения [1] широко используются для:

- обнаружения под землей (под водой) металлических и неметаллических предметов;
- отыскания трубопроводов и продуктопроводов;
- контроля качества покрытия аэродромов и автомобильных дорог, обнаружения промоин под покрытием аэродромов, автодорог и железнодорожного полотна;
- обнаружения протечек в продуктопроводах;
- определения глубины промерзания грунта и уровня грунтовых вод; археологических работ и т.п.
- одним из важнейших применений геолокаторов в настоящее время являются задачи поиска опасных для жизни человека объектов, в частности различного типа минных объектов. Особенно важным направлением является обнаружение противопехотных мин, корпус которых изготавливается из пластмассы и, в связи с этим, их обнаружение обычными типами миноискателей становится невозможным.

Построение геолокатора основано на использовании классических принципов радиолокации. Однако, в отличие от обычного радиолокатора, передающей антенной прибора излучаются импульсы малой длительности (единицы наносекунд), имеющие сверхширокополосный спектр излучения. Излученный в исследуемую среду импульс отражается от находящихся в ней предметов или неоднородностей среды, имеющих отличную от среды

диэлектрическую проницаемость или проводимость (металл, пустоты, другая среда и т.п.), принимается широкополосной приемной антенной, и после некоторых преобразований в аппаратуре предварительной обработки поступает на обработку в вычислительную систему. После обработки полученная информация отображается на индикаторе. Исследование геосреды с помощью геолокаторов сводится к пространственному сканированию среды при передвижении локатора над поверхностью земли и регистрации отраженных сигналов.

Основные задачи обработки информации геолокатора включают в себя:

- Обнаружение и визуализацию подповерхностных объектов.

Задача состоит в локализации объекта по глубине и трассе и визуализации его на экране ПЭВМ для анализа оператором.

- Распознавание.

Эта задача представляет собой достаточно сложную проблему соотношения обнаруженных объектов с заданным набором эталонных объектов. Решение этой задачи разбивается на ряд подзадач:

- обнаружение объекта,
- выделение зоны сигнала объекта,
- проведение статического вычитания сигнала, отраженного от поверхности,
- выделение признаков описания объекта,
- формирование эталонных таблиц признаков,
- построение решающих правил.

Сложность распознавания подповерхностных объектов на основе сигналов геолокатора связана с тем, что информация об объекте представляет собой его радиолокационное изображение, которое существенно отличается от реального изображения объекта, кроме того, на формирование радиолокационного изображения объекта существенно влияют характеристики грунта и условия проведения измерений (высота антенны и глубина залегания объекта). Таким образом, эта задача относится к задачам с высокой степенью априорной неопределенности и требует применения соответствующих методов ее устранения. Это порождает задачу поиска устойчивых признаков описаний и построения сложных иерархических структур принятия решений.

В докладе рассматриваются разработанные авторами методы обнаружения и выделения сигналов подповерхностных объектов при обработке информации от геолокатора, основанные на пространственно-временной фильтрации и wavelet-фильтрации. Предложены методы построения описания подповерхностных объектов на основе представления сигнала в виде полутонного изображения и использования методов цифровой обработки изображений для формирования признаков описания в задаче распознавания. Используются геометрические,

параметрические, нечеткие признаки, а также признаки, основанные на wavelet-преобразованиях. При решении задачи построения решающих правил использованы метод пошагового дискриминантного анализа, многоуровневые нечеткие модели принятия решений, а также нейронные сети. Приводятся результаты экспериментальных исследований по распознаванию подповерхностных объектов в условиях реальных сред.

### **Литература**

1. Astanin L.Yu., A.A. Kostylev. Ultrawideband Radar Measurements: Analysis and Processing. By: The Institution of Electrical Engineers.-London, UK.- 1997.

## **Применение нейронных сетей для распознавания лиц**

*А.Б. Глаз, Ю.В. Шлямов, С.Д. Ярцева*

(Латвия, Рига)

В работе рассматривается применение распознающих нейронных сетей для распознавания изображений, представляющих человеческие лица. Работа условно может быть разделена на две части:

1. предварительная обработка изображений
2. применение комитетных решающих правил в нейронных сетях для распознавания образов [1]

### **Предварительная обработка изображений.**

Предварительная обработка изображений реализовывала сжатие изображения. Исходное изображение описывалось матрицей 60x60 пикселей. Значение каждого пиксела находилось в интервале [1..255]. Для сжатия изображений использовалась решетка, размер каждой ячейки которой был 3x3 пиксела. Для сжатия в каждой ячейке вычислялось среднее значение. Далее проводилась нормализация. В результате такого сжатия каждое изображение описывалось 400-мерным признаком. Значение каждого из признаков находилось в интервале [0, 1]. Сжатые изображения подавались на вход нейронной сети.

### **Комитетные решения.**

Распознающая нейронная сеть представляла собой многоуровневый перцептрон, в котором каждый нейрон реализовывал логистическую функцию. Для обучения такой сети использовался алгоритм обратного распространения ошибки (back-propagation), реализующий вариант градиентного метода. Но так как эффективность градиентного алгоритма зависит от выбора исходной точки, то для уменьшения такой зависимости использовалось комитетное решение [2].

Комитетное решение строилось на основе решений, полученных каждой нейронной сетью из некоторого множества таких сетей. Эти сети имели

одинаковую структуру и отличались только выбором исходных значений весов между слоями. Рассматривалось два варианта комитетных решений:

1. среднее по ансамблю [3]
2. взвешанное голосование

В отличие от алгоритма среднего по ансамблю алгоритм взвешанного голосования позволяет учитывать величину эмперического риска.

Полученные экспериментальные результаты распознавания лиц показали эффективность предлагаемого подхода.

### Литература

1. Glaz A. Hierarchical procedure for constructing decision rules in recognition problems//Pattern Recognition and Image Analysis. 1991. Vol.1, No 1: 5-12
2. Glaz A., Shlamov Y. Committee Methods Using For Recognition Error Minimization In Feed-Forward Neural Networks//Computer Science. Scientific Proceedings of Riga Technical University. 2000. Serija 5, Sejums 1: 44-51
3. Haykin S. Neural Networks: a comprehensive foundation. 2en ed.//Prentice-Hall. 1999.

## Метод построения оптимальной разделяющей гиперплоскости и его применение в задачах медицины

Т.Г. Глазкова, С.Н. Якунин, В.Г. Веснин  
(Москва)

### 1. Алгоритм ОНЛ построения оптимальной гиперплоскости

На основе метода «обобщенный портрет» (1) разработан алгоритм построения оптимальной разделяющей гиперплоскости по обучающей последовательности пар - наблюдений  $x$  и их классификаций  $y$ :

$$(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad y \in \{+1, -1\} \quad (1)$$

которая может быть разделена гиперплоскостью

$$(w \cdot x) - b = 0. \quad (2)$$

Говорят, что система векторов разделима *оптимальной* гиперплоскостью, если разделение осуществляется безошибочно и расстояние до гиперплоскости от ближайшего к ней вектора является максимальным. Для нее выполняются следующие неравенства

$$\begin{aligned} (w \cdot x_i) - b &\geq +1, \quad \text{если } y_i = +1, \\ (w \cdot x_i) - b &\leq -1, \quad \text{если } y_i = -1, \quad i = 1, \dots, l, \end{aligned} \quad (3)$$

Для того, чтобы отыскать вектор  $w$  и с его помощью построить оптимальную разделяющую гиперплоскость, надо минимизировать функцию на

$$\Phi(w) = \|w\|^2, \quad (4)$$

при ограничениях, определяемых неравенствами (3).

## 2. Результаты применения метода в медицине

**2а.** На основе СВЧ –данных проведена дифференциальная диагностика трех классов заболеваний молочной железы (МЖ): 1-злокачественные, 2-доброкачественные и 3-неопухолевые. На рис. 1 приведено отображение электромагнитных полей распределения информации, характерное для рака.

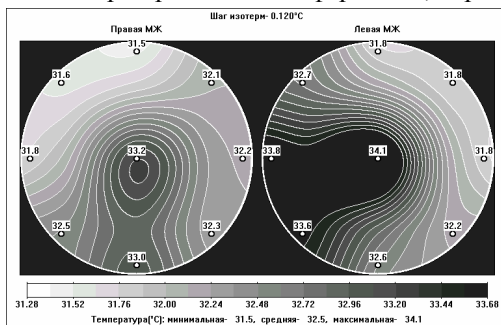


Рис.1

Обработано 922 наблюдения, проанализированы 65 клинических, 70-рентгенологических и 75 признаков СВЧ-информации (измерена интенсивность электромагнитного излучения внутренних тканей на проекции опухоли). Из 210 признаков выделены 10, которые позволяют дифференцировать злокачественные и доброкачественные заболевания с достоверностью 89% и более. Чувствительность метода составила 90%, специфичность 89%.

**2в.** На основе анализа радиоиммунологических показателей - гормонов и опухолевых маркеров: РЭА, КТ, ТГ, ТТГ, ТЗ, Т4. АтТГ осуществлена дифференциальная диагностика 5-и основных заболеваний щитовидной железы (ЩЖ). Использовано 159 наблюдений. В РОНЦ РАМН получена последовательность решающих правил и разработана компьютерная система “**THYROID**”, позволившая распознать все заболевания с достоверностью от 78 до 99%.. Система осуществляет индивидуальную диагностику заболеваний ЩЖ и выдает диагностический ряд.

## 3. Сопоставление алгоритмов по точности результатов

Обе приведенные задачи решались одновременно двумя алгоритмами: методом Байеса (оптимальный вариант) и с помощью **OHL**. В табл.1 приведены результаты сопоставления точности.





текста, если оно достаточно часто в нем встречается. Учитывая эти соображения, рассматриваются 2-х, 3-х и 4-х параметрические эвристические семейства алгоритмов. Следует отметить, что при исследовании проблемы разрешимости и регулярности эвристических семейств алгоритмов в соответствии с работами К.В. Рудакова оказывается, что выбранные параметрические семейства неполны. Использование семейства монотонных корректирующих операций приводит к тому, что алгебраическое расширение 3-х и 4-х параметрических семейств полно.

Для построения монотонного корректора используется механизм коррекции, предложенный К.В. Воронцовым. В докладе рассматриваются два различных критерия оптимальности выбора очередного базисного алгоритма: максимум числа слов с верным порядком и минимум числа дефектных пар.

Для сравнения результатов к решению проблемы также применяется оптимизационный подход.

Исследования проводились на 50 файлах по 5 различным темам. Множество всех слов из этих файлов было экспертно разделено на два подмножества ключевых и не ключевых слов. Всего исследовалось 4592 слова, из них 855 – ключевые.

Была создана программная система, выделяющая ключевые слова.

В ходе проведения эксперимента производилось постоянное увеличение обучающей выборки и сравнение результатов работы программной системы и экспертных данных. Первая итерация содержала 20 ключевых и 40 не ключевых слов. В каждой последующей итерации обучающая выборка увеличивалась на 10 ключевых и 20 не ключевых слов. Всего в каждой серии экспериментов было проведено по 7 итераций.

Каждой итерации на диаграммах соответствуют два соседних столбца. Столбец справа характеризует мощность выделенного множества, столбец слева характеризует число экспертных ключевых слов в выделенном множестве.

### Алгебраический подход



### Оптимизационный подход

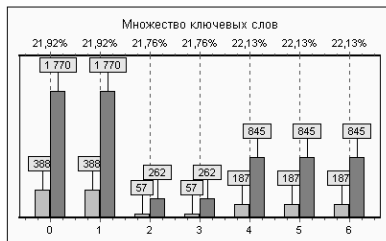
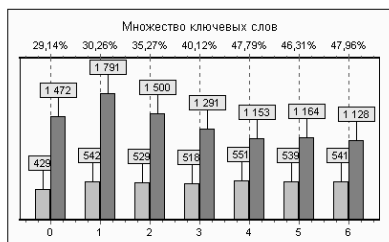


Рис. 1. Максимизация числа слов с верным порядком.

### Алгебраический подход



### Оптимизационный подход

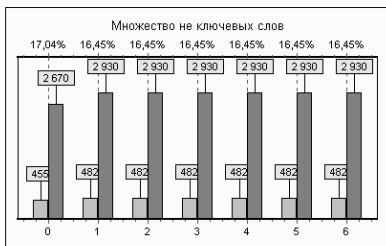
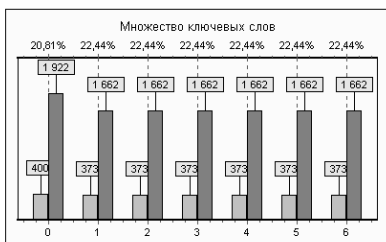


Рис. 2. Минимизация числа дефектных пар.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что при увеличении обучающей выборки качество синтезируемых алгоритмов существенно улучшается. В выделенном множестве ключевых слов процент экспертных ключевых слов увеличивается почти до 50%. Следует отметить, что оптимизационный подход дает существенно худшие результаты.

# **Аппроксимация и классификация пространственных данных магнитной энцефалографии**

*А.В. Дергузов, С.А. Махортых*

(Пушино)

## **Общая постановка задачи**

В последнее время предлагаемые в обобщенном спектрально-аналитическом методе (ОСАМ) [1] подходы для описания, анализа и классификации данных интенсивно применяются в задачах, исходные данные в которых представляют собой распределения различных физических полей [2]. Здесь речь пойдет о записях магнитных энцефалограмм (МЭГ).

Магнитная энцефалография – быстро развивающаяся в последнее время область экспериментального изучения функциональных областей мозга. Сложности использования этих подходов до последнего времени были связаны со слабостью как спонтанных, так и вызванных магнитных полей, возбуждаемых токовыми источниками в мозге. Соответственно чрезвычайно высокие требования предъявлялись к измерительной аппаратуре. Магнитное поле в сравнении с электрическим испытывает значительно меньшие искажения на внутричерепных неоднородностях и покрывающих тканях, что существенно повышает точность локализации источников и снижает требования к знанию структуры внутричерепной среды. Используемые в настоящей работе данные получены с помощью 148-канального измерительного стенда со сверхпроводящими индуктивными катушками (СКВИДами) в Медицинской школе Нью-Йоркского университета.

Основной целью работы является локализация источников патологического сигнала, связанного с рядом распространенных заболеваний (болезни Паркинсона и ее разновидностей). Измеряемый сигнал представляет собой пространственно-временную структуру: 148-мерный вектор измерений в 148 точках на поверхности головы, развернутый во временной ряд с частотой опроса датчиков 500 Гц. В докладе основное внимание будет уделяться пространственным срезам в массивах записей, т.е. исходными данными для аппроксимации являются 148 значений потока магнитной индукции в 148-ми точках в фиксированный момент времени. При этом задача классификации получаемых паттернов поля и связанных с ними источников внутри черепной коробки будет сводиться к различению ситуаций, когда распределения источников не связаны поворотом относительно выбранного начала координат и наоборот две картины поля будут считаться совпадающими, если одну из другой можно получить поворотом сферы. Задача в такой постановке кажется тривиальной, однако, в реальности это не так. Прежде всего, это связано с неполнотой данных – датчики покрывают не всю поверхность сферы, охватывающей голову, а всего лишь примерно 1/3 [3]. Это приводит к тому, что визуально картина

распределения поля может существенно измениться при повороте. Для решения задачи сравнения двух распределений с неизбежностью возникает необходимость процедуры экстраполяции данных. В излагаемом здесь подходе эта процедура естественным образом реализуется.

### Сферические гармоники

Так как задача совмещения двух распределений сводится фактически к поиску соответствующего поворота сферы, будут использованы свойства представления группы  $SO(3)$  и его матричных элементов, выражающихся через полиномы Лежандра и присоединенные сферические функции [4]. Эти соображения приводят к естественному формализму описания распределений величины поля на сфере с помощью функций  $p_n^s(\cos\theta)(\cos s\phi, \sin s\phi)$ . Здесь  $p_n^0(\cos\theta)$  - полином Лежандра степени  $n$  и  $p_n^s(\cos\theta)$  - присоединенная сферическая гармоника,  $(\phi, \theta)$  - координаты на сфере. Приведенные функции обладают свойством ортогональности и полноты, в силу чего функцию  $f(\theta, \phi)$  можно разложить в ортогональный ряд по сферическим гармоникам [5]:

$$f(\theta, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=0}^n (a_{ns} p_n^s \cos s\phi + b_{ns} p_n^s \sin s\phi).$$

Для вычисления коэффициентов разложения  $a_{ns}$  и  $b_{ns}$  используются выражения

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (p_n^0)^2 \sin\theta d\theta d\phi = \frac{4\pi}{2n+1},$$

$$\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} (p_n^s)^2 (\cos^2 s\phi, \sin^2 s\phi) \sin\theta d\theta d\phi = \frac{2\pi}{2n+1} \frac{(n-s)!(n+s)!}{(n!)^2}.$$

Для получения формул преобразования коэффициентов разложения используется матрица представления группы  $SO(3)$   $\left\| t_{km}^l \right\|$  ([4]), при этом матричные коэффициенты – суть функции трех углов Эйлера, задающих поворот сферы. Получаемое описание является оптимальным в том смысле, что в матрице преобразования коэффициентов Фурье (признаков аппроксимируемого объекта) число элементов отличных от нуля минимально. Варьирование числа признаков (подробности описания), достаточного для распознавания объекта, реализуется в данном подходе очень просто.

В докладе обсуждаются результаты применения данного способа аппроксимации к описанию пространственных распределений магнитного поля в записях МЭГ, приводятся процедуры экстраполяции данных и результаты распознавания различных типов распределений с точки зрения типа и положения определяющих их источников.

Обсуждаются также вопросы использования подхода в задаче классификации глобулярных макромолекул в больших базах данных.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### Литература

1. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых, М.Н.Устинин, А.Ф.Дедус. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. М.: Машиностроение, 1999, 357 с.
2. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых, М.Н.Устинин. Перспективные направления применения обобщенного спектрально-аналитического метода. Настоящий сборник.
3. [www.impb.ru/cgi-local/impb.pl?page=en\\_brain.html](http://www.impb.ru/cgi-local/impb.pl?page=en_brain.html)
4. Н.Я.Виленкин. Специальные функции и теория представлений групп. М.: Наука, 1991.
5. Г.Джеффрис, Б.Свирлс. Методы математической физики. Выпуск 3. М.: Мир, 1970.

## Неинвазивная диагностика состояния одномерных механических систем

*А.В. Дергузов, С.А. Махортых*  
(Пушино)

### Общая постановка задачи

Сформулируем задачу диагностики следующим образом [1]. Имеются полученный в эксперименте массив данных  $\{X\}$  и его модель  $M$ , предполагается, что последняя зависит от определенного набора параметров  $\{E\}$ . Будем считать также, что система может находиться в одном из состояний из множества возможных  $\{\Sigma\}$ . Решение задачи диагностики предполагает построение цепочки алгоритмов, результатом которой должно быть определение состояния из множества  $\{\Sigma\}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \{X\} \\ M \end{array} \right\} \rightarrow \{E\} \rightarrow \Sigma.$$

Первым этапом решения задачи диагностики является задача параметрической идентификации модели. Если параметры  $\{\Xi\}$  или однозначно задаваемые ими конструкции из  $\mathbf{M}$  рассматривать в качестве признаков, то задача эквивалентна проблеме распознавания образа в классе  $\{\Xi\}$ . В последнее время интенсивно развивается подход к распознаванию, использующий спектральное представление сигнала (изображения) ортогональными функциональными разложениями [1]. При этом элементами признакового пространства являются коэффициенты разложения. В настоящем параграфе рассматриваются приложения, допускающие использование полученных результатов в задачах неразрушающей диагностики систем.

Использование спектральных методов, то есть разложений сигнала в ортогональные ряды для практических задач неразрушающего дистанционного зондирования структур основано на значительной чувствительности гармоник разложения к величинам оцениваемых параметров. Помимо связанной с последним обстоятельством точности и надежности получаемых результатов, в ряде случаев эти методы существенно проще и дешевле традиционных контактных методов. Успешность использования спектральных методов во многом зависит от точности физической модели процесса, поэтому обработка данных тестирования обычно ведется параллельно с моделированием физической системы.

### **Локализация аномалий**

В качестве примера приведем отклик одномерной конечной акустической системы – прямой или искривленной цилиндрической трубы (заполненной водой скважины, железобетонным тубингом, кровеносной артерией и т.д.) на импульсное акустическое воздействие (рис. 1).

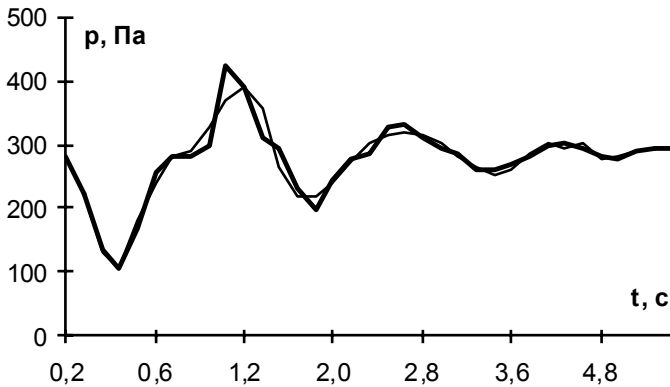


Рис. 1. Отклик одномерной акустической системы на импульсное воздействие.

Здесь нас будут интересовать, прежде всего, геофизические и биологические приложения. Вопрос изучения структуры и механических свойств артерий человека весьма актуален, что в первую очередь вызвано распространением сердечно-сосудистых заболеваний, являющихся в последнее время основной причиной смертности и заболеваемости населения развитых стран мира. Наиболее важны при этом неинвазивные способы ранней диагностики изменений в стенках артерий и их поперечном сечении. В настоящей работе механическое состояние артерии будет характеризоваться как статическими, так и динамическими свойствами, причем последним будет уделяться основное внимание как более информативным в условиях действующих на ее стенки динамических нагрузок [2]. Построена простая модель в виде квазиодномерной акустической системы с действующим в ней импульсным или периодическим источником. Для случая периодического источника получается неоднородная система уравнений, решение которой позволяет получить распределение поля давления в аномальном и нормальном состоянии и по их разнице производить диагностику. Импульсный источник приводит к однородной системе с действующими в ней собственными частотами, величины последних являются признаками состояния системы. Получены аналитические выражения распределения поля давления и скорости в нормальном и аномальном состоянии артерии (последнее при этом определяется локальной неоднородностью системы – изменением упругих свойств стенки или поперечного сечения). Построены алгоритмы диагностики аномалий по отклику системы на внешнее воздействие. Предложена импедансная модель аномалии. Результаты исследования могут



быть использованы в аналогичных геофизических задачах [2]. Подход протестирован с использованием данных каротажа скважины.

Аналогичные модели можно использовать при изучении процессов распространения акустических волн в трубопроводах, а также создании процедур диагностики возможных утечек.

На сегодняшний день основным способом определения наличия утечек является сравнение гармонических характеристик отраженного сигнала с эталонным, на основании которого делается вывод о возможном наличии утечек. Но у данного метода имеются ряд ограничений, а именно невозможность определения точного положения утечки и ее последствий. В данной работе делается попытка на основании математической модели распространения акустических волн в длинной трубе в случае одной аномалии (утечки), оценки как ее местоположения, так и размера.

На сегодняшний день получены основные характеристики поля стоячих волн. В дальнейшем будет проведена оценка чувствительности модели для случаев свободных и вынужденных волн в системе.

### **Анализ магнитных энцефалограмм**

Помимо собственно механических систем модификации данного подхода применялись в задачах диагностики, поиска заданных аномалий в задачах анализа магнитных энцефалограмм (МЭГ). При этом в качестве эталонного паттерна можно использовать триггерную запись (например, - тремор в случае измерений МЭГ и миограммы у больных паркинсонизмом), а в качестве тестируемого сигнала – связанную с ней по времени запись биомагнитной активности в измерительном канале или группы каналов.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### **Литература**

1. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых, М.Н.Устинин, А.Ф.Дедус. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. М.: Машиностроение, 1999, 357 с.
2. Б.А.Пурина, В.А.Касьянов. Биомеханика крупных кровеносных сосудов человека. Рига: Зинатне, 1980, 260 с. 2. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых.

## **Информативность признаков, отдельных значений признаков и фрагментов описаний объектов**

*Е. В. Дюкова, Н. В. Песков*  
(Москва)

Подлежащие распознаванию или прогнозированию объекты в прикладных задачах очень часто бывают описаны десятками или даже сотнями параметров. В силу этого крайне принципиальны вопросы

эффективного выделения и анализа информативных фрагментов таких описаний (элементарных классификаторов), являющихся основой важного класса эвристических информационных моделей - так называемых логических процедур распознавания. Основные усилия в течении многих лет были направлены на разработку общей теории сложности решения задач дискретного анализа информации и синтеза асимптотически оптимальных алгоритмов поиска информативных фрагментов. Полученные в этой области результаты позволили в значительной степени преодолеть трудности переборного характера и тем самым расширить возможность использования многих ранее введенных и новых конструкций. Дальнейшее усовершенствование моделей логических процедур распознавания потребовало, в том числе, разработки достаточно простых эвристических правил для оценки наиболее важных эвристических характеристик обучающей выборки.

В докладе предложены методы, позволяющие достаточно быстро проводить предварительный анализ таблицы обучения с целью выделения "информативных зон" и оценки параметров, характеризующих информативность признаков, а также представительность (типичность) обучающих объектов и их подписаний по отношению к своим классам. Построение множества типичных объектов дает возможность при дальнейшем более глубоком анализе разбить исходную выборку на две подвыборки: базовую и контрольную. Базовая подвыборка используется для построения множества элементарных классификаторов, а по контрольной выборке настраиваются их информативные веса. Предлагаемая методика позволяет снизить влияние «шумящих» признаков (к ним относятся многозначные признаки).

Пусть даны два объекта  $S' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$  и  $S'' = (a''_1, a''_2, \dots, a''_n)$ . Близость объектов  $S'$  и  $S''$  по набору признаков  $H$ ,  $H = \{x_{j_1}, \dots, x_{j_r}\}$  будем оценивать величиной

$$B(S', S'', H) = \begin{cases} 0, & \text{если } a'_{j_t} = a''_{j_t}, \text{ при } t = 1, 2, \dots, r \\ 1, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Пусть  $S' \in K_i$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, l\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ . Положим

$$\bar{K}_i = \bigcup_{q=1}^l K_q \setminus K_i, \quad \mu_{ij}^{(1)}(S') = \sum_{S'' \in K_i} (1 - B(S', S'', \{x_j\})),$$

$$\mu_{ij}^{(2)}(S') = \sum_{S'' \in \bar{K}_i} (1 - B(S', S'', \{x_j\})).$$

Величины  $\mu_{ij}^{(1)}(S')$  и  $\mu_{ij}^{(2)}(S')$  характеризуют близость объекта  $S'$  соответственно к своему классу и к другим классам.

Величины  $\mu_{ij}(S') = \mu_{ij}^{(1)} - \mu_{ij}^{(2)}$  и  $\mu_{ij} = \sum_{S' \in K_i} \mu_{ij}(S') / |K_i|$  назовем соответственно весом значения признака  $x_j$  для объекта  $S'$  и средним весом значения признака  $x_j$  в классе  $K_i$ , здесь  $|K_i|$  - число обучающих объектов из класса  $K_i$ . Будем говорить, что значение признака  $x_j$  для  $S'$  является типичным, если  $\mu_{ij}(S') \geq \mu_{ij}$ . Множество типичных значений признаков в таблице обучения образует информативную зону.

Пусть дано целое число  $p$ ,  $1 \leq p \leq n$ . Объект  $S'$  будем считать типичным для класса  $K_i$  по порогу  $p$ , если неравенство  $\mu_{ij}(S') \geq \mu_{ij}$  выполняется не менее чем для  $p$  признаков.

Разделим таблицу обучения на две подтаблицы, по первой (базовой) будем строить множество элементарных классификаторов  $C^A$ , по второй (контрольной) вычислять их веса. Причем в базовую подтаблицу отберем те обучающие объекты, которые являются типичными для своих классов. Все остальные обучающие объекты попадают в контрольную выборку.

Для вычисления веса элементарного классификатора  $\omega$  из  $C^A$ , порождаемого парой  $(S', H)$ , можно воспользоваться различными функциями. В общем случае функция  $V(S', H)$ , по которой вычисляется вес элементарного классификатора  $\omega$ , должна обладать следующими свойствами: она должна монотонно возрастать по числу объектов из контрольной выборки, за которые элементарный классификатор голосует правильно, и монотонно убывать по числу объектов, за которые он голосует неправильно. Приведем примеры самых простых таких функций (см. также [1]).

Пусть  $\omega$  - элементарный классификатор класса  $K$ ,  $K \in \{K_1, \dots, K_l\}$  порождаемый парой  $(S', H)$ , где  $S'$  - объект из базовой выборки, и пусть  $\delta(K, \omega)$  - число объектов в контрольной выборке, за которое элементарный классификатор  $\omega$  голосует «правильно»,  $\delta(\bar{K}, \omega)$  - число объектов в контрольной выборке, за которое он голосует «неправильно».

Тогда в качестве функции  $V(S', H)$  можно рассматривать следующие функции:

$$1) V(S', H) = \delta(K, \omega);$$

$$2) V(S', H) = \begin{cases} \delta(K, \omega) - \delta(\bar{K}, \omega), & \text{если } \delta(K, \omega) > \delta(\bar{K}, \omega), \\ 0, & \text{если } \delta(K, \omega) < \delta(\bar{K}, \omega); \end{cases}$$

$$3) V(S', H) = \frac{1 + \delta(K, \omega)}{1 + \delta(\bar{K}, \omega)}.$$

Принадлежность объекта  $S$  классу  $K$ ,  $K \in \{K_1, \dots, K_l\}$ , для алгоритма с представительными наборами будем оценивать величиной

$$\Gamma(S, K) = \frac{1}{|C^A(K)|} \sum_{(S', H) \in C^A(K)} V(S', H) (1 - B(S, S', H)),$$

В качестве информативного веса признака  $x_j$  будем рассматривать величину

$$I_j = \frac{\sum_{(S, H) \in C^A, x_j \in H} V(S', H)}{\sum_{(S', H) \in C^A} V(S', H)}.$$

Эффективность предложенной методики продемонстрирована на задаче из области социологии.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 01-01-00575 № 00-15-96064).

### Литература

1. Долгоруков А.Ю., Дюкова Е.В., Об одном способе вычисления информативных характеристик обучающей выборки // Математические методы распознавания образов 6, Москва 1993, С. 22-23.
2. Дюкова Е.В. Песков Н.В. О некоторых подходах к вычислению информативных характеристик обучающей выборки // Математические методы распознавания образов 9, Москва 1999, С. 181-183.

# Программный комплекс для решения задач классификации на основе парных сравнений объектов

*В.И. Донской, В.П. Лопата*

(Симферополь)

Программный комплекс предназначен для изучения структуры любого заданного множества объектов, описанных числовыми параметрами-признаками, на основе задаваемой метрики, оценивающей «похожесть» объектов в пространстве их описаний. Полностью реализована идея построения классификаторов на основе анализа распределения парных расстояний – порожденной выборки. Алгоритмы классификации основываются на гипотезе полимодальности распределения парных расстояний изучаемого множества объектов, имеющего некоторую *классовую* структуру. Комплекс имеет в своем составе средства визуального анализа, позволяет подбирать метрику и проводить эксперименты, сохраняя промежуточные и начальные данные в архиве.

Строится порожденная выборка - массив размером  $m(m-1)/2$ , в который входят значения всех парных расстояний (употребляется также термин ребра) между  $m$  точками в выборке. Это позволяет “размножить” имеющуюся информацию и далее рассматривать взаимоотношения между элементами как источник информации для определения понятия сходства в данной выборке.

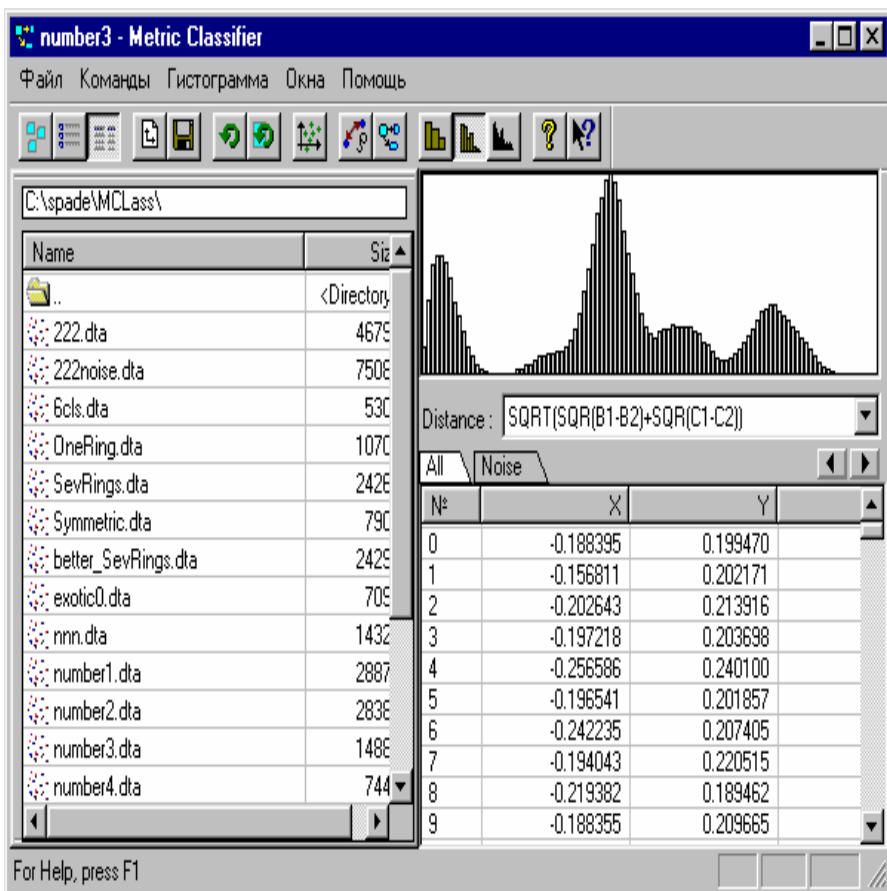
Для визуализации порожденной выборки строится гистограмма парных расстояний. Наличие регулярности в данных интерпретируется как отсутствие случайности, и если в гистограмме парных расстояний существует более одной устойчивой моды, то полагается, что в данных можно выделить классы.

Чаще всего данные следует классифицировать по «внутриклассовому» отношению (первая мода гистограммы и соответственно, порождаемое ею классифицирующее отношение толерантности). Но и классификация по последующим модам позволяет определить классифицирующие отношения симметрии (само понятие симметрии всегда связывалось с закономерностью).

Программа визуализирует гистограмму парных расстояний на основе интерактивно введенной метрики (встроен синтаксический анализатор формул), и позволяет увидеть соответствие между отрезками гистограммы и элементами выборки, ребра которых образуют выбранный отрезок гистограммы.

Возможности программного комплекса позволяют проводить глубокий анализ многомерных данных, оценивать варианты выбора различных метрик. Исследователю предоставляется своеобразный «полигон» для изучения экспериментальных данных.

Среди команд программного комплекса можно выделить следующие. *Обновить отображение и гистограмму* (обновляет данные в списке просмотра файлов, отображаемого в левой панели). *Сохранить выделение* (Сохраняет выделенную область данных в другом файле). *Выделить шум в данных*. *Добавить метрику*. *Анализировать гистограмму парных расстояний, используя другую метрику*. *Классифицировать данные*.



### Литература

1. Донской В.И. Бинарные отношения, порожденные распределением парных оценок близости, и классификация на их основе//Математические методы распознавания образов ММРО-2. Тезисы Всесоюзной конференции. Ереван, 1985. С. 51-52.

## Построение поля направлений папиллярных линий для распознавания типа узора отпечатков пальцев

*А.С. Ермаков, А.В. Копылов, В.В. Моттль*

(Тула)

Одной из важнейших практических задач обработки и анализа изображений является задача идентификации отпечатков пальцев, которая сводится, в конечном счете, к сравнению двух отпечатков, один из которых хранится в базе отпечатков, а другой предъявлен к распознаванию. По двум таким отпечаткам требуется ответить на вопрос, являются ли эти отпечатки отпечатками одного и того же пальца. При сравнении отпечатков, как правило, используются так называемые особые точки, под которыми понимаются точки разветвления или окончания папиллярных линий. Однако кроме особых точек многие отпечатки отличаются по типу папиллярных узоров. В зависимости от направления и формы потоков папиллярных линий, а также наличия и расположения центров и дельт, все узоры условно делятся на пять основных типов: дуговые (рис. 1,а), шатровые дуговые (рис. 1,б), правые петлевые (рис. 1,в), левые петлевые (рис. 1,г), завитковые (рис. 1,д). Такая классификация позволяет существенно сократить время поиска за счет того, что отпечатки с разными типами узора нет смысла сравнивать, так как они не могут являться отпечатками одного и того же пальца. Таким образом, распознавание типа узора является важным промежуточным этапом в задаче идентификации отпечатков пальцев.

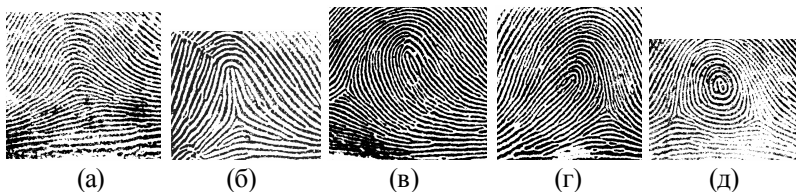


Рис. 1. Отпечатки пальцев с узорами разных типов.

Данная работа опирается на предположение, что для определения типа узора существенной является лишь информация о направлении потока папиллярных линий в каждой точке изображения. В силу отсутствия понятий положительного и отрицательного направлений, должны считаться одинаковыми направления, различающиеся на  $180^\circ$ . Под полем направлений будем понимать такую функцию  $d(x): X \rightarrow H$  двух переменных  $x = (x_1, x_2)$ , значение которой в каждой точке растра  $x \in X \subset R^2$  указывает направление потока папиллярных линий из множества возможных направлений  $H$ . В силу особенностей поля направлений в качестве множества  $H$  может быть выбран интервал действительной оси  $H = [0, \pi)$ . Тогда направление  $d \in H$

есть угол наклона потока папиллярных линий в радианах относительно произвольного направления, для определенности, горизонтального.

Будем рассматривать исходное изображение как функцию  $y(x): X \rightarrow R$  двух переменных  $x = (x_1, x_2) \in X$ , которая определена на множестве  $X$  элементов раstra и принимает значения на множестве действительных чисел. Значения этой функции играют роль яркости соответствующих точек раstra.

Задача построения поля направлений может быть представлена как задача преобразования исходной функции  $y(x)$  в функцию  $d(x) \in H$ , определенную на том же множестве  $X$  элементов раstra, но принимающую значения из множества  $H$  всевозможных направлений. Второе предположение, на которое опирается данная работа, состоит в том, что поле направлений для определения типа узора должно быть достаточно гладким. Поэтому алгоритм построения поля направлений может быть изначально ориентирован на использование этой априорной информации. Понятие гладкости в данном случае опирается на тот факт, что каждый элемент раstra естественным образом связан с рядом соседей. Это соседство на множестве элементов  $x \in X$  удобно выражать в виде неориентированного графа  $G$ , который понимается как множество пар соседних элементов  $G \subset X \times X$  и имеет вид прямоугольной решетки. Для обеспечения гладкости функции ее значения в каждой паре соседних элементов раstra должны быть «не слишком разными».

Алгоритмы, учитывающие описанные ограничения, хорошо изучены и описаны в [1] и [2]. Общая идея таких методов состоит в том, чтобы искать  $d(x)$ , оптимизируя некоторую сепарабельную целевую функцию, учитывающую как требования гладкости, так и требования адекватности получаемого поля направлений исходному изображению. В нашем случае это будет функция вида

$$J(D | Y) = \sum_{x \in X} \varphi(d_x | Y_x) + \sum_{(x', x'') \in G} \gamma(d_{x'}, d_{x''}),$$

где  $d_x \in H$  – направление в точке  $x$ ,  $D = (d_x, x \in X)$  – искомая совокупность направлений,  $Y = (y_x, x \in X)$  – анализируемое изображение,  $Y_x$  – его фрагмент в некоторой окрестности точки  $x$ ,  $\varphi(d_x | Y_x)$  – узловая функция, определенная на множестве  $H$  и принимающая тем меньшее значение, чем с большей степенью уверенности, опираясь на фрагмент изображения  $Y_x$ , можно утверждать, что поток папиллярных линий в данном фрагменте имеет направление  $d_x$ ,  $G$  – граф смежности переменных,  $\gamma(d_{x'}, d_{x''})$  – функция связи, принимающая в качестве аргументов значения направлений в смежных элементах раstra и возвращающая тем меньшее



значение, чем ближе друг к другу направления, задаваемые аргументами. Существует эффективный неитерационный алгоритм оптимизации такого критерия для случая когда граф  $G$  является деревом, а узловые функции и функции связи квадратичны [2]. Этот алгоритм представляет собой модификацию метода динамического программирования. В отличие от стандартного алгоритма при построении поля направлений приходится учитывать тот факт, что в множестве направлений начальная точка интервала совпадает с конечной. Пример результата работы алгоритма приведен на рис. 2.

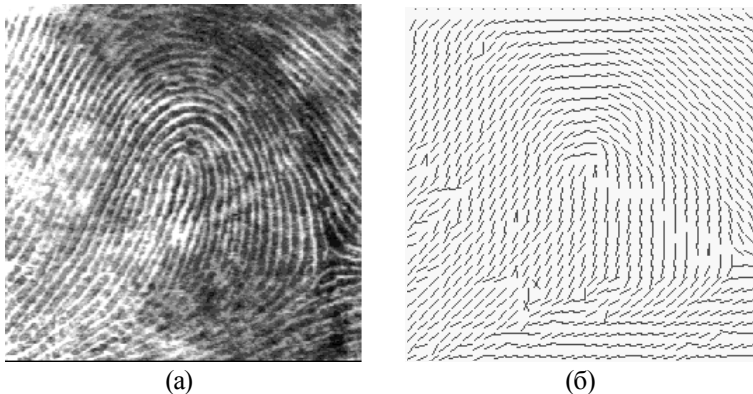


Рис. 2. Отпечаток пальца (а) и его поле направлений (б).

### Литература

1. Mottl V., Kopylov A., Blinov A., Kostin A. Computer-aided signal and image processing: A universal variational approach. // Journal of Journals: Review of Global Scientific Achievements, 1998, Vol. 2, No. 1, pp. 23-30.
2. Mottl V., Muchnik I.B. Bellman functions on trees for segmentation, generalized smoothing, matching and multi-alignment in massive data sets.// DIMACS Technical Report 98-15, February 1998. Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science. Rutgers University, the State University of New Jersey.

## Проблемы криптоанализа как проблемы распознавания образов

*А.А. Жарких*

Данное сообщение преследует несколько целей – установление связей между проблемами возникающими в криптоанализе и проблемами традиционно формулируемыми как проблемы распознавания образов, развитие идей сформулированных в работах [1-5], формулировка и решение

нескольких частных задач криптоанализа в контексте теории распознавания образов.

Современная криптология является достаточно разветвленной дисциплиной. Как подразделы она включает криптографию, криптоанализ, аутентификацию, стегано-графию и др.

Методы современной криптологии - методы развитые ранее в математике, фи-зике, технике. Математические методы используются для построения алгоритмов криптологии. К ним можно отнести методы таких разделов математики, как теория групп, колец, полей, теория вероятностей и математическая статистика, топология, теория алгоритмов, математический анализ в самом широком его понимании, теория информации, теория кодирования в самом широком ее понимании, теория распознавания образов и др. Физические методы используются для анализа физических носителей и явлений, с помощью которых можно реализовать запись, воспроизведение, передачу, прием и хранение алгоритмов криптологии. Технические методы используются для непосредственной реализации алгоритмов криптологии. Современные технические методы криптологии базируются на объединении компьютерных сетей с сетями передачи информации связанных радио-, оптическими, проводными и волоконно-оптическими каналами связи.

Одним из самых обширных разделов криптологии является криптография – наука шифрования и дешифрования сообщений. Исторически эта наука возникла как наука шифрования текстов, т.е. дискретных или, в современной терминологии, цифровых сообщений. Прогресс техники позволил осуществлять шифрование и аналоговых сообщений, т. е. сообщений с областью значений представляющей собой некоторый числовой промежуток.

При шифровании сообщения, перед его отправлением, активный абонент связи изменяет структуру сообщения, используя некоторое числовое множество, называемое множеством ключей шифрования. При дешифровании сообщения, после его получения, пассивный абонент связи возвращает полученному сообщению исходную структуру используя некоторое, быть может другое, числовое множество называемое множеством ключей дешифрования.

Указанные преобразования исходного сообщения осуществляются с целью предотвращения его перехвата или подмены. Перехват, подмена или иное деструктивное преобразование могут быть осуществлены несанкционированным абонентом, которого мы называем криптоаналитиком. Задачи несанкционированного вычисления сообщения и несанкционированного вычисления множества ключей – вот круг задач крипто-анализа.

Мы возьмем на себя смелость утверждать, что без теоретического анализа наилучшей для легальных абонентов стратегии поведения

криптоаналитика в данной криптосистеме невозможно спроектировать хорошую криптосистему. Поэтому точная формулировка проблем криптоанализа и точное математическое решение этих проблем будут актуальными до тех пор пока вообще существует криптография.

В зависимости от вида информации, доступной криптоаналитику, различают следующие виды криптоанализа [6]:

1. Криптоанализ на основе шифртекста.
2. Криптоанализ на основе известного открытого текста и соответствующего ему шифртекста.
3. Криптоанализ на основе выбранного открытого текста.
4. Криптоанализ на основе выбранного шифртекста.
5. Криптоанализ на основе адаптированного открытого текста.
6. Криптоанализ на основе адаптированного шифртекста.
7. Криптоанализ на основе аппаратных ошибок.

Перечисленные виды криптоанализа позволяют сделать вывод, что любой из них может быть сформулирован на языке теории распознавания образов. Действительно, мы наблюдаем следующие ключевые слова: открытый текст, шифртекст, выбор (правило выбора), адаптация. Таким образом мы имеем дело с простейшей классификацией методов криптоанализа, которая в современных компьютерных и телекоммуникационных сетях становится многоуровневой и сложной.

В силу случайности источника открытого текста и случайного момента времени включения криптоаналитика в систему, шифртекст в совокупности с открытым текстом должен обрабатываться статистическими методами, т.е. путем проверки гипотез и оценивания параметров. В силу многомерности признакового пространства можно отнести данную задачу к статистической теории распознавания образов.

Само понятие текст предполагает наличие некоей структуры и смысла, поэтому выходным продуктом криптоаналитика, являются объем и структура ключа, а также синтаксис и семантика исходного открытого текста. В силу многообразия множеств ключей и текстов можно считать эти задачи отнесенными к структурной и синтаксической теории распознавания образов.

Понятие инвариантности тесно примыкает к математическому понятию группа. И применяются эти слова в математике в едином контексте – инвариантность относительно группы преобразований. Так как группы преобразований активно эксплуатируются в шифровании и дешифровании, то грамотно сформулированная задача криптоанализа должна давать решение инвариантное относительно некоторой группы преобразований текстов и ключей. Следовательно мы сталкиваемся с необходимостью использования в криптоанализе инвариантных методов распознавания образов.

Активное использование в криптоанализе адаптивных и интеллектуальных алгоритмов указывает на то, что задача криптоанализа может быть сформулирована как задача построения обучающейся, самообучающейся или самоорганизующейся системы в которой могут быть использованы идеи синергетики, нейроподобных сетей и искусственного интеллекта.

В сообщении отражаются перспективы решения задач криптоанализа в терми-нах и постановке теории распознавания образов на примерах различения элементов ко-нечного поля, различения элементов симметрической группы, оценивания параметров конформных алгоритмов и оценивания параметров в алгоритмах детерминированного хаоса.

Материалы данной работы апробированы в учебных курсах «Алгебра и геомет-рия», «Радиотехнические цепи и сигналы» и «Программные средства защиты компью-терной информации».

### **Литература**

1. Грибов Э.Б., Жарких А.А. Алгоритм возведения в степень примитивного элемента в расширении поля Галуа // Техника средств связи, серия ТРС, вып. 4, М., 1984, С. 103-109.
2. Жарких А.А. Система шифрования с бегущим ключом, V – я международная кон-ференция «Радиолокация, навигация, связь», Том. 3 – Воронеж, апрель 1999, Тезисы докладов, стр. 1886-1894.
3. Жарких А.А. Распознавание элементов симметрической группы в задаче криптоа-нализа//IX Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов»ю-М.: 1999 .- Сборник докладов, с. 188-189.
4. Жарких А.А. Последовательный анализ в задаче различения элементов симметри-ческой группы//11-я НТК Мурманского ГТУ .- Мурманск: 2000.-Тезисы докладов, с. 82.
5. Жарких А.А. Конформное преобразование формы сигнала для защиты аналоговых сообщений//Международная научно – техническая конференция Калининградского ГТУ.-Калининград: КГТУ, 1999, Тезисы докладов, ч. 4, стр. 123.

## **Перестановочные алгоритмы для защиты цифровых и аналоговых сообщений**

*А.А. Жарких, Ю.В. Зубова, О.С. Столоногов, Г.Г. Яковлев*

Данное сообщение преследует несколько целей. Первая – обратить внимание специалистов на симметрическую группу, как универсальный инструмент для решения прямых и обратных задач криптографии. Вторая – изложить алгоритмы различных нумераций симметрической группы. Третья – описать методику использования свойств симметрической группы для

генерации перестановок и подстановок для криптографической защиты цифровых и аналоговых сообщений.

В работах [1-6] был представлен алгоритм лексикографической нумерации симметрической группы, основанный на представлении симметрической группы в виде произведения некоммутующих циклических подгрупп. Согласно известной классической теореме, любая конечная группа порядка  $N$  изоморфна некоторой подгруппе симметрической группы порядка  $N!$ . Поэтому каждой конечной группе соответствует некоторое подмножество номеров из соответствующей лексикографической нумерации симметрической группы. Так как большой класс криптографических алгоритмов основан на свойствах конечных групп, то рассмотренная ранее лексикографическая нумерация симметрической группы является универсальным средством анализа и синтеза криптографических алгоритмов.

Каждая из циклических подгрупп, определяющих лексикографическую нумерацию симметрической группы, обладает не единственным порождающим. Поэтому существует не единственная нумерация симметрической группы, а целое множество нумераций достаточно большой мощности, быстро растущей с ростом  $N$ . Различные нумерации определяют различные криптографические ключи.

Традиционная криптография использует два класса математических алгоритмов преобразования информации в качестве основных – это алгоритмы гаммирования и перестановочные алгоритмы. В свою очередь перестановочные алгоритмы могут использоваться либо для перестановок некоторой последовательности символов, либо для подстановок в алфавите символов. Поясним подробнее действие этих алгоритмов. Пусть отображение  $F : T \rightarrow A$  определяет открытую информацию. Здесь  $T$  - множество адресов, ячеек памяти, временной интервал, частотный интервал и.т.п.,  $A$  - алфавит представления информации, т.е. подходящее множество чисел.  $F$  - функция представляющая информацию. Как в случае алгоритма гаммирования, так и в случае перестановочного алгоритма для криптографического преобразования информации используется некоторое числовое множество  $K$ , называемое множеством ключей. Рассмотрим далее как используются множества ключей в каждом из перечисленных криптографических алгоритмов.

В случае гаммирования криптограф осуществляет следующее преобразование

$$K \times A \rightarrow A, K \subset A.$$

В случае перестановки криптограф осуществляет следующее преобразование

$$P : T \rightarrow T, P \in K .$$

В случае подстановки криптограф осуществляет следующее преобразование

$$P : A \rightarrow A, P \in K .$$

Рассмотрим сходство и различие использования перестановочных алгоритмов для защиты цифровых и аналоговых сообщений. В современной технике представление аналогового сигнала опирается на теорему Найквиста – Котельникова и ее многомерные аналоги. При этом аналоговый сигнал заменяется некоторой числовой последовательностью конечной длины, принимающей значения из конечного алфавита, т.е. цифровую последовательность или цифровой сигнал. Согласно той же теореме реализуется и обратное преобразование. Таким образом, осуществляются аналого-цифровые (АЦП) и цифро-аналоговые (ЦАП) преобразования сигналов.

Сходство в использовании перестановочных алгоритмов для защиты цифровых и аналоговых сообщений начинается после работы АЦП и заканчивается перед работой ЦАП.

Однако различие в использовании перестановочных алгоритмов для защиты цифровых и аналоговых сообщений не ограничивается только наличием АЦП и ЦАП.

Цифровое сообщение языковой природы обладает регулярной структурой, синтаксисом и семантикой. Перестановочный алгоритм должен разрушить эти структуру, синтаксис и семантику не выводя за пределы алфавита сообщения.

Цифровое сообщение аналоговой природы обладает другой регулярной структурой и семантикой. Говорить о синтаксисе в данном случае, по-видимому, не приходится. Перестановочный алгоритм должен изменить структуру и семантику аналогового сообщения не выходя за пределы его области значений.

Таким образом цифровые и аналоговые сообщения должны защищаться по-разному даже во внешне сходной общей части. Для криптографической защиты цифровых и аналоговых сообщений необходимо выбирать различные подмножества элементов симметрической группы, а при генерации всех перестановок с помощью регулярного лексикографического алгоритма, соответственно различные подмножества номеров.

### Литература

1. Жарких А.А., Журавлев В.И., Венедиктов М.Д. Алгоритмическая синхронизация системы шифрования с бегущим ключом // 4-я Межрегиональная конференция «Обработка сигналов в системах двусторонней телефонной связи». -М.:МНГОРЭС им. А.С. Попова, 1995.- Тезисы докладов, с. 82-86.

2. Жарких А.А., Журавлев В.И., Венедиктов М.Д. Сложность вычисления порождающих элементов для последовательности перестановок // Международный форум информатизации МФИ-95.-М., 1995.-Тезисы докладов, с.85-86.
3. Абидулин Р. Н., Жарких А. А., Сосипатров Р. Н. Влияние перестановки в спектре сигнала на его корреляционные свойства //Международный форум информатизации МФИ – 97. Конференция «Телекоммуникационные и вычислительные системы» .-М.: МАИ-МТУСИ, 1997, Тезисы докладов, с.98 – 100.
4. Жарких А.А. Система шифрования с бегущим ключом, V – я международная конференция «Радиолокация, навигация, связь», Том. 3 – Воронеж, апрель 1999, Тезисы докладов, стр. 1886-1894.
5. Жарких А.А. Распознавание элементов симметрической группы в задаче криптоанализа//IX Всероссийская конференция «Математические методы распознавания образов»ю.-М.: 1999 .- Сборник докладов, с. 188-189.
6. Жарких А.А. Последовательный анализ в задаче различения элементов симметрической группы//11-я НТК Мурманского ГТУ .- Мурманск: 2000.-Тезисы докладов, с. 82.

## **Об информационных технологиях в формировании свойств и характеристик легированных сталей и сплавов**

*Л.Т. Жукова, В.А. Климов, Р.Р. Саакян*

(Санкт-Петербург, Благовещенск)

Рассматриваемые задачи с точки зрения регулярных подходов их решения, а также с точки зрения имеющейся практики могут быть отнесены к категории трудных, в первую очередь вследствие того, что они являются, как правило, трудноформализуемыми.

С другой стороны, вследствие компьютеризации исследований, хранения и накопления различных сведений и разработки, с учетом указанной основы, методов принятия решений в современных условиях создаются возможности решения указанных выше задач на основе информационных технологий (ИТ). При реализации ИТ целесообразно опираться, в первую очередь, на базовые принципы и приемы теории распознавания образов (1), а также на примыкающие к ним научные направления и подходы.

В качестве базовых принципов и приемов теория распознавания образов укажем следующие: деление объектов рассмотрения на классы, принцип прецедентности, введение признаков прецедентов.

Вторая и третья позиции в этом перечне имеют различные особенности применительно к конкретным объектам рассмотрения.

Принцип же прецедентности занимает в теории распознавания образов и в примыкающих к ней научных направлениях особое определяющее место.

Этот принцип можно понимать таким образом, что там, где не удастся на основе внутренней взаимосвязи элементов и составных частей объектов и их взаимодействия с внешней средой получить выходные характеристики объектов, там теория распознавания образов предлагает обратиться к указанным характеристикам прецедентов непосредственно.

На основе различных видов обработки этих характеристик и формируются классы объектов.

Из арсенала примыкающих к теории распознавания образов научных направлений и подходов выделим следующее:

- базы знаний, как основу первоначального введения классов в объектах;

- метод линейных направлений и согласующих функций (2), позволяющий регулярными приемами на основе данных по прецедентам формировать классы объектов (при минимизации объема прецедентов) и осуществлять прогнозирование по составу будущих прецедентов, расширяющих пространство изучения;

- теория нечетких логик, облегчающая указанная выше прогнозирование свойств объектов

Затронутые в докладе вопросы дополнительно поясним на примере применения ИТ при формировании свойств и характеристик легированных инструментальных сталей для производства машинных швейных игл.

В базе знаний должна быть отражена информация, позволяющая обеспечить первоначальное введение классов: фазовый состав, микроструктура, количество и распределение неметаллических включений, размер и форма зерен.

Основное содержание используемой информации должно быть представлено в базе данных, которые целесообразно строить по методу ЛН-СФ. При этом первая составляющая базы данных представляет собой ортогональную систему, по осям которой (по линейным направлениям) откладываются данные по формирующим качество объектов технологическим воздействиям (криогенная обработка, модифицирование, различные режимы термической обработки и др.)

Вторая составляющая базы данных должна давать информацию о показателях качества : прочность, микротвердость, ударная вязкость, эксплуатационные свойства игл.

Метод ЛН-СФ позволяет в единых аналитических зависимостях связать формирующие признаки и выходные показатели. При этом представляется возможным выделить классы в каждом из которых будут выполняться требования по определенному сочетанию показателей качества, когда каждый показатель будет находиться в определенном диапазоне предъявляемых к нему требований.



## Литература

1. Журавлев Ю.И. “Распознавание образов”, в книге “Избранные научные труды”, издательство “Магистр”, М., 1998.
2. Романов В.Е., Саакян Р.Р., Червяков В.В., Климов В.А., Сигачева В.В., Лукичев С.И. Прогнозирование свойств исследуемых объектов на основе формирования аналитической зависимости для многих переменных по данным пассивного эксперимента с применением методов линейных направлений и согласующих функций // Доклады 1-й Всероссийской конференции “Спектральные методы обработки информации в научных исследованиях”(“Спектор 2000”) , институт математических проблем биологии РАН, Российский фонд фундаментальных исследований – РФФИ, М.2000.
3. Жукова Л.Т. Теоретические исследования тепловых процессов в иглах швейных машин .-Известия вузов. Приборостроение, 1998, № 6,с.74-78.
4. Жукова Л.Т. Криогенная обработка материалов, инструмента и деталей машин текстильной и легкой промышленности //Учебное пособие//СПб.:СПГУТД, 1998, 35с.

## Разработка системы оперативного прогнозирования сельскохозяйственного урожая на территории РФ

*Ю.И. Журавлев, Г.М. Чернявский, В.В. Рязанов, А.П. Виноградов*  
(Москва)

В настоящее время в ВЦ РАН и ЦПИ Росавиакосмоса проводятся исследования, направленные на создание комплексной геоинформационной системы, ориентированной на решение задач прогнозирования урожая посевных культур в РФ. Цель состоит в создании инструмента, позволяющего вырабатывать долгосрочные прогнозные оценки объема урожая текущего года на основе данных аэрокосмического мониторинга, метеорологических наблюдений, фактологической геопространственной информации и сообщений от ряда служб – землепользования, мелиорации, экологии и других. Данные дистанционного зондирования являются при этом одним из наиболее полных и объективных источников информации. Основная проблема заключается в выборе адекватной математической модели прогнозирования урожайности и в построении отвечающих этой модели эффективных стратегий обработки больших объемов данных.

Существующие в настоящее время в информатике методы и средства позволяют успешно решать многие задачи, связанные с техническими аспектами проблемы. Прогресс в области ГИС, унификация координатной привязки при помощи систем GPS, быстрое развитие Web-технологий обеспечивают широкие возможности для обмена данными, для распределенного доступа или аккумуляции информации необходимого типа в больших хранилищах и для ее последующей тематической обработки.

Примерами могут служить технологические решения в информационном обеспечении таких систем как ARC/INFO (США), GeoGraf/GeoDraw (Институт географии РАН), WinGIS (Австрия), и более новых разработок ImageNet, MapInfo, ArcView, в которых системы GPS являются неотъемлемой составной частью.

Основное предположение состоит в том, что урожайность в локальном участке местности зависит только от набора факторов, реально проявившихся в нем за вегетационный период. В этом случае вычисление объема урожая сводится к поточечной оценке пространственного распределения урожайности  $f(x)$  на базе рядов значений фиксированного перечня параметров  $x(\tau_m) = (x_1, x_2, \dots, x_N)(\tau_m)$ ,  $\tau_m = t_1, t_2, \dots, t_M$ . В то же время, при любом предварительном оценивании финального распределения  $f(x)$  и, тем более, при долгосрочном прогнозировании, должны учитываться перекрестные влияния существенных факторов. Локальная оценка  $f(x)$  зависит, в принципе, от всего массива данных по всей территории и вокруг нее, наблюдаемых до момента выработки прогноза. С различных точек зрения приемлемой является следующая упрощенная схема учета перекрестных влияний. Влияние фактора в виде существенного отличия некоторого параметра  $x_i(t)$  от среднего многолетнего значения для даты  $t$ , представляется в виде пакета пространственных распределений (карт) аддитивной или мультипликативной поправки  $F_{jim}(x_i) = \chi_j(\tau_m)$  для всех фактических и прогнозируемых параметров во все моменты времени  $\tau_m = t_1, t_2, \dots, t_M$ , учитываемые при расчете  $f(x)$ . Распределения  $\chi_j(\tau_m)$  строятся аналитически, и влияния различных факторов учитываются независимо. В действительности, в качестве аргумента в  $F_{jim}(\bullet)$  должна фигурировать вся совокупность уже полученных к моменту  $t$  данных. Напрямую такой подход, однако, нельзя реализовать вследствие как вычислительных, так и некоторых принципиальных ограничений. Множественные отсроченные влияния факторов и причинные связи между несколькими факторами редко имеют надежные аналитические модели, а соответствующая статистика, которая могла бы быть использована в схемах распознавания, непредставительна или нуждается в трудоемкой специальной предобработке. При этом данные варьируют по надежности и полноте, могут частично противоречить друг другу или известным закономерностям.

В этих условиях адекватным является использование прецедентного подхода к задачам распознавания, классификации и прогнозирования, который принципиально ориентирован на максимальное извлечение полезной информации из ненадежных данных. Значимой единицей информации здесь является прецедент явления, рассматриваемый, вообще говоря, вне априорных оценок, условий или предпочтений. Их место занимает перечень закономерностей, потенциально присутствующих в фактических данных. Иллюстрацией служит схема с генерированием

поправок  $\chi_j(\tau_m)$ , в которой, с точки зрения прецедентного подхода, важным является не столько получение «априорно правильных» величин поправок, сколько получение этих величин для нового временного ряда прежним способом.

Одна из перспективных версий прецедентного подхода основана на использовании наборов логических закономерностей. Логические закономерности – это предикаты над числовыми и/или символьными данными. При выявлении логических закономерностей возникает особый язык описания данных, автоматически оснащенный логическими атрибутами – пропозициональными связками, отношением «обобщение/специализация» и средствами логического вывода. Конечная булева решетка над набором элементарных логических закономерностей является естественной семантической структурой, в которой размещаются знания о совокупности начальных данных и информация о распознаваемом новом объекте. Процесс распознавания, представленный в машине обычными математическими операциями, является с этой точки зрения процессом сравнения описаний нового объекта с генерализованным описанием прототипов на языке логических закономерностей. Данный инструментарий хорошо приспособлен для представления новых знаний, перевод логического представления знаний на обычный язык не вызывает затруднений. Версия реализована в программной системе LOREG и рассматривается в качестве базовой при разработке распознающего ядра системы.

При создании системы используется прогрессивный принцип. В минимальном варианте обучение системы проводится по данным для одной культуры, вычисляются не карты поправок  $\chi_j(\tau_m)$ , а используются фактические данные, прежде всего дистанционных наблюдений, при отсутствии оперативной информации привлекаются средние многолетние ряды значений параметров. В то же время, в организацию структур данных и в интерфейс модулей закладываются поля и связи, которые будут необходимы при последующем задействовании всей инфраструктуры, поддерживающей математическую модель прогноза.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты 99-01-00433, 00-01-00650, 99-07-99120, 99-07-99390, и проектов INTAS 00-397 и 00-626.

## **Информационные технологии в подборе рецептур для жидкой фазы в гетерогенных системах**

*В.А. Климов, И.В. Фоменко*

(Санкт-Петербург)

Характерным примером данных объектов являются технологические системы красильно-отделочных производств (КОП) текстильной

промышленности. В этих системах твердую фазу представляет собой окрашиваемый субстрат, а жидкую - красильный раствор, в общем случае, смесовой.

Функционирование рассматриваемых производств, как и других, в современных условиях происходит в рыночной среде. Необходимость в рыночном маневрировании заставляет КОП крупных предприятия уменьшать размеры партий своей продукции. При выпуске таких малых партий всерьез встают вопросы автоматизации подбора состава красителей и рецептур крашения для удовлетворения жестких требований заказчиков к колористическим параметрам окрашиваемого сырья и полуфабрикатов (особенно тканей - обеспечения соответствия их заданному образцу). Одновременно решается задача эффективного управления процессом крашения для обеспечения требуемой стабильности этих колористических параметров, несмотря на естественные колебания концентраций красителей и изменения других факторов.

Вопрос не простой. Красители, как правило, имеют сложные спектры, степень окрашивания субстрата зависит от их концентрации нелинейно. Также возможно химическое взаимодействия разных красителей с субстратом и между собой. Поэтому возникающую в связи с автоматизацией КОП задачу экспериментально - теоретического моделирования процессов крашения традиционно относят к классу трудноформализуемых. Вместе с тем, хотя по этой проблеме выполнено большое количество работ, вопрос далек от своего окончательного решения.

В предлагаемом подходе, рассматриваемом авторами как развитие изложенного в [1], решение задачи основывается на построении ряда связанных многофакторных моделей, сохраняемых в виде многомерных массивов в специальной базе данных (БД). Для сокращения объема сохраняемой информации используется сжатие, основанное на разложении по специальному базису ортогональных функций. Подбор базиса - самостоятельная сложная задача, в значительной степени определяющая качество модели. В ее решении предполагается использование специальной экспертной системы (ЭС), реализующей выбор базиса на основе анализа исходных экспериментальных характеристик.

Для повышения точности модели и обеспечения ее адаптивности к постоянно меняющимся условиям функционирования системы предполагается хранение моделей двух типов: базовых, построенных на основе лабораторно-экспериментальных исследований, и рабочих, формируемых и накапливаемых непосредственно в процессе эксплуатации автоматизированной системы управления (АСУ) и контроля процессов крашения на производстве.

При выполнении экспериментально-теоретических исследований предполагается использование прогностических процедур, в том числе, с

применением интеллектуализации обработки информации о процессах крашения и по оценке готовой продукции по целому набору показателей.

Последнее положение лишь дополнительно подчеркивает необходимость ориентации на большой объем классов объектов КОП, определяемых, в общем случае, исходной информацией о красителях, по свойствам субстрата и показателям качества выходного продукта.

Заметим особо, что состав красителей, даже с одними реквизитами и полученные от одного поставщика (производителя) могут несколько отличаться по своему составу и свойствам. Это необходимо учитывать для обеспечения выполнения жестких требований к качеству продукции. Это же относится и к сырью. Кроме того, в современных рыночных условиях работы предприятиям приходится иметь дело с разными поставщиками, как сырья, так и красителей и часто их менять. Поэтому возникает задача их предварительной идентификации. Она может решаться с использованием методов распознавания образов на основе анализа как организационно-технической информации (от поставщика), так и результатов предварительного лабораторного эксперимента, в том числе и по спектральным характеристикам.

Несмотря на упоминавшуюся возможность сжатия информации за счет специальных ортогональных базисов, рассмотренные модели вероятно потребуют значительных вычислительных ресурсов и объемов памяти (прежде всего внешней). Поэтому эффективное решение рассмотренных задач предполагает решение их в комплексе с другими задачами АСУ предприятия (планирования, учета готовой продукции), с использованием единой распределенной информационной системы, развитой вычислительной сети и мощной серверной поддержки.

### **Литература**

1. Акопджанян Г.М., Червяков В.В. Алгоритмическое обеспечение автоматизированной системы первоначального подбора рецептур крашения трикотажного полотна прямыми красителями. - Межвуз. сб. науч. тр. /СПГУТД, -СПб.: 1994.

## **Измерение сходства фотопортретов для безпризнаковой идентификации личности**

*А.В. Копылов, А.С. Ермаков, Дж. Киттлер, В.В. Моттль*  
(Тула, Россия; Гилдфорд, Великобритания)

В прикладных задачах распознавания образов важнейшее значение имеет выбор совокупности характеристик объектов распознавания, которые могут служить их признаками. В данной работе рассматривается один из способов представления фотопортрета, полученного в некоторых стандартных условиях, позволяющий непосредственно вычислять степень «похожести»

двух фотопортретов друг на друга, не зависящую от относительно небольших изменений ракурса съемки, выражения лица, направления взгляда и т. п.

В работе [1] приведены результаты экспериментальных исследований по обучению распознаванию фото портретов на основе базы данных, созданной в университете графства Суррей (Гилдфорд, Великобритания), которая содержит 2360 портретов 295 людей (по 8 портретов на человека), среди которых условно назначены 200 клиентов и 95 самозванцев. Изначально портреты представлены полутоновыми изображениями с 256 уровнями яркости на растре  $57 \times 61$ , так что каждый портрет рассматривается как действительный вектор  $x \in R^n$ ,  $n = 3477$ . В экспериментах использовался метод опорных векторов В.Н. Вапника [2] для решения задачи верификации личности, в которой требуется построить решающее правило, позволяющее отличать портреты каждого клиента от портретов других клиентов и всех самозванцев.

Поскольку непосредственное сравнение векторов яркости элементов растра двух фотопортретов неприемлемо из-за неизбежных искажений, связанных с изменением условий регистрации, перед проведением экспериментов все портреты были преобразованы путем сдвига, поворота и изменения масштаба плоскости растра так, чтобы оба глаза заняли некоторое заданное положение. Координаты глаз предварительно были найдены с помощью полуавтоматической процедуры, описанной в [3].

Анализ случаев ошибочного распознавания фотопортретов показывает, что большинство из них связано именно с изменением условий регистрации соответствующего снимка, когда ракурс съемки и мимика лица клиента отличались от стандартного. Более того, исключение подобных «нестандартных» портретов из обучающей совокупности привело к уменьшению ошибки распознавания в среднем на 0,4 % при самом значении ошибки порядка 2%. В связи с этим представляется перспективным использование не просто линейного преобразования снимка, приводящего к некоторому заданному положению глаз относительно начала координат, а поиск такого эластичного искажения сетки растра одного снимка относительно другого, которое делает положение всех соответствующих друг другу элементов изображения одинаковым на обоих снимках. В роли пар соответствующих друг другу элементов изображений здесь выступают проекции одной и той же точки на лице клиента на плоскости соответствующих фотопортретов.

В данной работе мы использовали способ поиска растровых искажений снимков, описанный в [4], который позволяет решать подобную задачу как задачу динамического программирования с использованием древовидной аппроксимации решетчатого отношения соседства между элементами растра изображения. При этом остается открытым вопрос о параметрическом

представлении функций Беллмана, которое только и делает возможным построение эффективной вычислительной процедуры.

В докладе излагаются два способа такого представления. Один из них основан на аппроксимации функций Беллмана некоторой подходящей квадратичной функцией, как и в работе [4]. Второй заключается в непосредственном запоминании функции Беллмана на очередном шаге в виде двумерного целочисленного массива, размеры которого определяются областью допустимых сдвигов элемента раstra изображения. Первый способ допускает межпиксельную интерполяцию, а скорость работы процедуры меньше зависит от максимально допустимых сдвигов, чем во втором случае, однако при поиске растровых искажений по второму способу форма функции Беллмана может быть передана точно.

Результатом вычислений в обоих случаях является поле векторов сдвигов, определяющих для каждого дискретного элемента одного из изображений, принятого в качестве базового, идентичную ему точку другого изображения, называемого ссылочным. В качестве базового естественно выбрать фото портрет, наиболее соответствующий стандартному виду среди всех снимков, принадлежащих данному лицу. Такой метод формирования представления фотопортрета мы называем эластичной регистрацией (Elastic Registration).

Две тройки фотопортретов на рис. 1(а) и 1(б) дают наглядное представление эффекта эластичной регистрации при использовании этих двух методов совмещения изображений. Левый снимок в каждой тройке содержит базовый фотопортрет, полученный при «правильном» ракурсе съемки, в то время как на центральном фотопортрете, играющем роль ссылочного, тот же клиент представлен под существенно иным ракурсом. Искращения сетки на ссылочном портрете по сравнению с исходной прямоугольной сеткой, наложенной на базовый портрет, соответствуют найденным значениям сдвигов.

Правые портреты на рис. 1(а) и 1(б) являются искусственными, полученными из центрального ссылочного портрета путем «распрямления» сетки, соответственно, с межпиксельной интерполяцией (а) и путем простого смещения пикселей изображения (б). Хорошо видно, что в результате такой эластичной регистрации ссылочного портрета в обоих случаях почти полностью скомпенсировано отличие его ракурса от ракурса базового портрета.

В безпризнаковом подходе к распознаванию образов [5] решающее правило опирается не на векторы признаков объектов, а лишь на некоторую симметричную меру их сходства. Для вычисления меры сходства двух изображений естественно использовать поле сдвигов между ними.

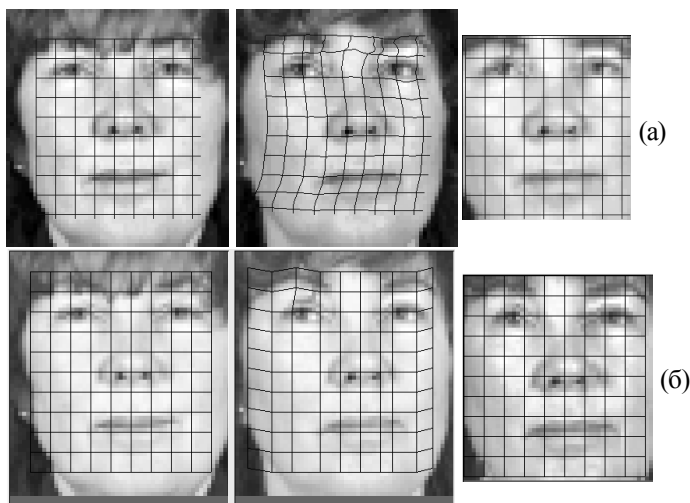


Рис. 1. Результаты совмещения одной и той же пары фотопортретов, состоящей из базового (слева) и ссылочного (в центре) снимков, двумя разными алгоритмами, основанными на квадратичном представлении функции Беллмана с межпиксельной интерполяцией (а) и ее непосредственном запоминании в виде целочисленного массива (б). Изображение справа получено из ссылочного изображения путем «распрямления» сетки ссылок и дает наглядное представление эффекта эластичной регистрации.

Однако рассматриваемая здесь процедура построения поля сдвигов обладает несимметрией в том смысле, что если поменять местами анализируемые фотоснимки, то получится, вообще говоря, другое поле сдвигов и другое значение меры сходства. В докладе обсуждаются пути построения симметричных процедур совмещения изображений, обеспечивающих симметрию мер сходства, необходимую для формирования беспризнаковых решающих правил идентификации личности по фотопортрету.

### Литература

1. Костин А.А., Киттлер Дж., Моттль В.В. Метод опорных векторов в задаче идентификации личности по фотопортрету. Тезисы доклада в данном сборнике.
2. Vapnik V. Statistical Learning Theory // John-Wiley & Sons, Inc. 1998.
3. Jonsson K.T. Robust Correlation and Support vector Machines for Face Identification. Ph.D. Thesis. University of Surrey, Guildford, United Kingdom, 2000.
4. Mottl V., Kopylov A., Blinov A., Kostin A. Computer-aided signal and image processing: A universal variational approach. // Journal of Journals: Review of Global Scientific Achievements, 1998, Vol. 2, No. 1, pp. 23-30.



5. Середин О.С., Моттль В.В. Концепция и решающие правила беспризнакового распознавания образов в гильбертовом пространстве Тезисы доклада в данном сборнике.

## **Комплексное распознавание трехмерных объектов по разнородной видовой информации с использованием теории коллективных решений**

*А.В. Корякин*

(Санкт-Петербург)

Любой искусственный кооперируемый объект (ИКО) обладает физико-техническими особенностями, связанными с наличием для наблюдателя координатно-временной информации о параметрах движения его центра масс и присутствием эффекта стабилизации движения вокруг центра масс. Подходящим примером ИКО являются объекты авиационной техники и искусственные спутники Земли. Для контроля авиационной и космической обстановки используются оптико-электронные системы получения изображений ИКО в разных спектральных диапазонах оптического излучения и различного варианта базирования [1]. Процесс контроля обстановки по разнородной видовой информации предполагает совершенствование методов совместной обработки разносектральных изображений, в которых особое место занимают алгоритмы комплексного принятия решения.

Распознавание ИКО по детальным изображениям - процесс восприятия информации, состоящий в формировании по изображениям описания наблюдаемой части внешней поверхности объекта в инвариантном виде и последующего опознавания. Инвариантность описания определяется устойчивостью к изменениям условий освещения, масштаба, ракурса наблюдения в различной фоновой обстановке. В качестве инвариантных согласованных описаний используются структурно-параметрическое описание наблюдаемого рельефа поверхности в виде атрибутного графа и интегрально-геометрическое (моменты инерции силуэта объекта) [2].

В рамках методологии комплексного распознавания применяется двухуровневая стратегия описания изображения [2]. На первом уровне выделяются непроеизводные элементы изображения - фрагменты. В результате параметрического описания фрагментов (определение типа кривизны поверхности) и повторной сегментации выделяются непроеизводные элементы изображения второго уровня - сегменты, которые служат признаками для структурного описания изображения. Метод определения типа формы поверхности основан на статистическом анализе гистограммы распределения градиента яркости в пределах границ анализируемого фрагмента изображения [3].

Все наблюдаемые объекты  $\{\omega_j\}$  можно представить в виде набора классов  $K=\{A_j\}$ , где  $j=1, \dots, L$ . Идентификация состоит в реализации механизма последовательной верификации гипотез о типе наблюдаемого объекта. Результатом операций планирования наблюдения с использованием координатно-временной информации является набор гипотез о принадлежности наблюдаемого объекта к определенному классу  $H=\{h_i\}$ ,  $i=1, \dots, N$ , где  $N$  определяет число поступающих гипотез. Каждая гипотеза семантически определяет наименование возможного класса наблюдаемого объекта и априорную вероятность появления объектов каждого возможного класса  $h_i=P(A_j)$  в выбранной ситуации наблюдения [4]. Для каждой гипотезы формируется эталонное изображение наблюдаемой сцены, с учетом оптико-геометрических условий кооперируемых наблюдений. Возможен выбор эталонной информации путем соотнесения идентификационной характеристики наблюдаемого объекта с атрибутами базы эталонов.

Процесс комплексного распознавания ИКО по разнородной видовой информации является многоканальным и двухэтапным. Под каналами ( $t=1, \dots, T$ ) понимаются разноспектральные изображения согласованные по пространству и времени получения. Первый этап частного принятия решений состоит в последовательном сопоставлении в каждом  $t$  канале описаний изображения с эталонной информацией для каждой гипотезы.

Определение меры соответствия для обрабатываемой гипотезы о типе ИКО при интегрально-геометрическом описании изображения осуществляется путем сопоставления векторов моментов инерции силуэта, которая основывается на операции вычисления минимального расстояния  $D_s$  в признаковом пространстве между вектором признаков, вычисленных по реальному изображению объекта  $\vec{x}_i$ , и вектором эталонных значений признаков  $\vec{e}_s$

$$(\vec{x} \mapsto A(\omega_q)) \Rightarrow q = \arg(\min_s D_s(\vec{x}, \vec{e}_s)), \quad \forall s = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

Определение меры соответствия для обрабатываемой гипотезы о типе ИКО при структурно-параметрическом описании изображения осуществляется путем операции сопоставления графов. Пусть  $G_s(V_s, E_s)$  граф структурного описания изображения и  $G_o(V_o, E_o)$  граф структурного описания эталона с количеством вершин  $n_s=n(G_s)$  и  $n_o=n(G_o)$ . Графы являются различными представлениями одной топологической структуры, связанной с объектом наблюдения, и обладают свойством изоморфизма. Граф  $G_s$  изоморфно вкладывается в граф  $G_o$  тогда и только тогда, когда клика модульного произведения  $\varphi(G_s \diamond G_o^{(i)})$  не меньше числа вершин графа  $G_s$ . Мера соответствия определяется расстоянием в пространстве клик

$$\Delta\varphi^{(i)} = \varphi(G_0^{(i)} \diamond G_0^{(i)}) - \varphi(G_s^{(*)} \diamond G_0^{(i)}). \quad (2)$$

Принятие частного решения в канале структурно-параметрического описания изображения осуществляется путем определения максимальной меры соответствия

$$(G_s \mapsto A(\omega_q)) \Rightarrow q = \arg(\min_s (\Delta\varphi^{(i)})), \quad \forall s = 2, \dots, N. \quad (3)$$

Для каждого канала формируется вектор частных решений  $\delta_t = \{a_i\}$  размерностью  $N$ , в котором все элементы  $a_i$  равны нулю, кроме того элемента  $a_q$ , номер которого соответствует номеру идентифицированного класса в соответствии с правилами (1) и (3).

Второй этап комплексного распознавания заключается в принятии решения о типе с использованием правил коллективных статистических решений [4,5]. При условии, что перепутывание классов равновероятно, можно использовать правило взвешенного голосования

$$i = \arg \max_i \left[ \log h_i + \sum_{t=1}^T \delta_{t_i} \log \frac{(M-1)\beta_{it}}{1-\beta_{it}} + \sum_{t=1}^T \log \frac{1-\beta_{it}}{M-1} \right], \quad (4)$$

где  $\beta_{it} = \lambda_{iit}$  - вероятность узнавания объекта класса  $A_i$ ;  $\lambda_{ikt}$  - вероятность того, что в канале с номером  $t$  принято решение в пользу класса с номером  $k$  при условии, что на изображении присутствует объект класса с номером  $i$ .

Оценка вероятности появления ошибки при взвешенном голосовании определяется выражением

$$\lambda_{(T)} \leq 2^{T+1} \prod_{t=0}^T \sqrt{\lambda_{iit}(1-\lambda_{iit})}. \quad (5)$$

При сравнении с идеализированной системой, которая использует корреляционные экстремальные алгоритмы распознавания, правило взвешенного голосования дает выигрыш в 1,3...2 раза [5].

### Литература

1. Клейменов В.К., Новикова Е.В. Наземные и космические адаптивные оптические телескопы // Оптический журнал. -1998. -№6. -С.3.
2. Koryakin, A.V., Basic Principles of Applied Theory of Recognition of Artificial Cooperative Objects Using Visual Information, *Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol.11, No.1, 2001, pp.198-201.
3. Корякин А.В. Оценка характеристик глубины сцены по картине полутонов изображений космических объектов// «Оптический журнал», том 67, №7, 2000 г., с.28.

4. Селекция и распознавание на основе локационной информации/ А.Л.Горелик, Ю.Л.Барабаш и др.: Под ред. А.Л.Горелика. – М.: Радио и связь, 1990.
5. Барабаш Ю.Л. Коллективные статистические решения при распознавании.-М.: Радио и связь, 1983.-220с.

## **Синтезированное описание трехмерных сцен на основе совместной обработки разносектральных изображений**

*А.В. Корякин*

(Санкт-Петербург)

Одной из основных операций при формировании инвариантного структурно-параметрического описания изображений искусственных кооперируемых объектов (ИКО) является декомпозиция изображения, которая выполняется на основе последовательных операций сегментации и логического структурного анализа. В результате топологического подхода к сегментации формируется транспарантная форма изображения, представляющая его в виде набора кусочно-постоянных функций на поле зрения. При этом элементами двухмерного представления поверхности ИКО в определенном направлении наблюдения ориентации являются связанные области (сегменты) проекции участков поверхности ИКО с плавно меняющимися характеристиками: ориентацией поверхности, коэффициентом отражения и т.д. [1].

Структурное описание изображения ИКО определяется символьным представлением  $M_k(i, j)$ , которое содержит координатно-параметрическое описание сегментов и пространственно согласовано с исходным изображением. Символьное изображение описывается  $k$ -значной характеристической функцией, где  $k=m+1$ , а каждый сегмент  $S_n^{(m)}$  определяется величиной  $\eta_m = const$ , связанной с атрибутом формы поверхности в пределах сегмента  $S_n^{(m)}$ , а фон величиной  $\eta_f = const$ .

Введем индикаторную функцию  $\omega_\xi(i, j)$ , принимающую значение, равное единице в точках, принадлежащих сегменту, и значение, равное нулю, во всех остальных точках изображения. Тогда модель изображения запишется в виде последовательности «изображений-плоскостей», каждое связанное с сегментом

$$M_k(i, j) = \sum_{\xi} \omega_\xi(i, j) \eta_\xi(i, j); \quad \xi = 1, \dots, (1 + \sum N_m) \quad (1)$$

Параметрическое расширение структурного описания заключается в выявлении на изображении морфологических особенностей наблюдаемого рельефа поверхности в пределах выделенных при сегментации замкнутых однородных по яркости областей. Основной операцией при определении качественных характеристик рельефа поверхности является вычисление поля градиента яркости в пределах однородных областей [2].

Тональные переходы на изображениях освещенных областей криволинейных поверхностей трехмерного объекта и на теневых участках образуют светотеневой рисунок, который определяется светотеневым рядом и линиями. Линии формируются очертаниями тональных и теневых областей, границами резкой перемены кривизны поверхности. Особенности светового и теневого рядов на изображениях определяются направлением светового потока, связанным с ракурсом наблюдения, фазовым углом, конструкцией внешней поверхности, изменением спектрального коэффициента отражения для конструктивных материалов и покрытий.

Тени на изображениях различают открытые, полуоткрытые, закрытые. Закрытая - собственная тень от элемента конструкции, которая ничем дополнительно не освещена. Контраст яркости на границе светового и теневого рядов резкий. Градиент яркости в области теневого ряда практически близок к нулю. Открытая - собственная тень от элемента конструкции, которая дополнительно освещена отраженной составляющей основного излучения от рядом расположенного элемента и отраженной составляющей фонового освещения. Контраст яркости в световом и теновом рядах незначителен, что на изображениях проявляется в отсутствии многочисленного числа ложных «областей». Открытые тени допускают эффективное выявление типов кривизны поверхностей.

Коэффициенты отражения различных материалов и покрытий, которые применяются в авиакосмической отрасли машиностроения, могут отличаться в широких пределах. В случае зеркального отражения для металлических поверхностей коэффициент отражения в длинноволновой области спектра (инфракрасный и видимый диапазоны) обычно велик и достигает десятков процентов (70-80%). В случае диффузного отражения от диэлектриков коэффициент отражения в длинноволновой области велик и для особо чистых веществ близок к единице. Угловое распределение интенсивности диффузного отражения света, как правило, близко к закону Ламберта.

Каждый ИКО на разном спектральных изображениях характеризуется различными яркостями. Именно эти характеристики являются определяющими для выбора числа диапазонов и интервалов длин волн, поскольку с увеличением числа диапазонов повышается вероятность расположения ИКО [3]. Однако увеличение числа рабочих диапазонов ОЭС и, как следствие, уменьшение интервалов длин волн ведет к усложнению технической реализации ОЭС. Поэтому представляется достаточным иметь

2-3 диапазона для работы ОЭС, например, в видимом и инфракрасном диапазонах, что позволит получать информацию об отраженном излучении объекта наблюдения в области закрытой тени. Варианты наблюдения областей закрытой тени в различных диапазонах спектра оптического излучения представлены на рисунке 1. Отличия связаны в различии коэффициентов диффузного отражения для материалов и покрытий.

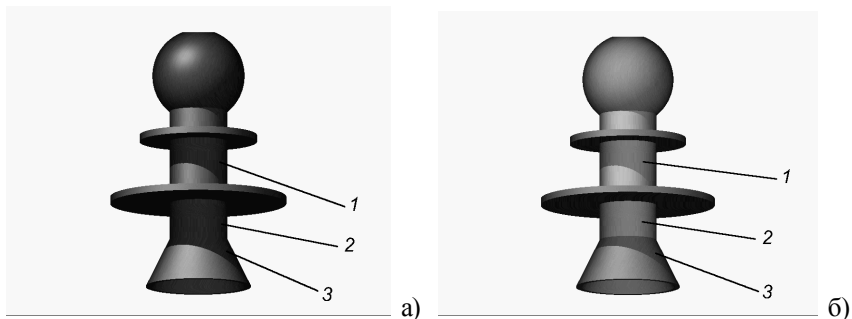


Рис. 1. Изображения трехмерного объекта наблюдения в видимом (а) и ближнем инфракрасном (б) диапазонах спектра

Как видно, на одиночном изображении (см. рис.1.а) не удастся из-за контрастных особенностей в пределах областей 1-3 выделить качественные морфологические характеристики пространственной структуры наблюдаемой поверхности объекта. Применение нескольких разнеспектральных изображений, совмещенных по времени и пространству в условиях наблюдения трехмерных объектов единой многоспектральной съемочной системой, позволяет успешно решить задачу структурно-параметрического описания.

Использование операций логического анализа при создании синтезированного символического описания изображения предполагает применение теоретико-множественных операций над набором неприводимых элементов изображения, представленных в форме (1). При последовательном анализе исследуемого изображения область, имеющая атрибут типа кривизны «неизвестный», замещается пространственно согласованной областью с успешно определенным атрибутом. В результате последовательного замещения формируется синтезированное символическое многоспектральное изображение, которое имеет в качестве информационной основы фактор топологию, согласованную с топологическим описанием пространственной структуры внешней поверхности наблюдаемого ИКО.

#### Литература

1. Koryakin, A.V., Structural-Topological Model of Spacecraft Images Formed Using a Photodetector Array under Different Monitoring Conditions of Observation, *Pattern Recognition and Image Analysis*, Vol.11, No.1, 2001, pp.202-204.

2. Корякин А.В. Оценка характеристик глубины сцены по картине полутонов изображений космических объектов// «Оптический журнал», том 67, №7, 2000 г., с.28.
3. Корякин А.В. Комплексное распознавание трехмерных объектов по разнородной видовой информации с использованием теории коллективных решений (см. настоящий сборник).

## **Метод опорных векторов в задаче идентификации личности по фотопортрету**

*А.А. Костин, Дж. Киттлер, В.В. Моттль*

(Тула, Россия; Гилдфорд, Великобритания)

Внешность человека, выражаемая фотопортретом, является одной из его индивидуальных характеристик, позволяющих визуально отличать данного человека от других людей. Хотя по своей избирательности фотопортрет и уступает, например, отпечаткам пальцев, отсутствие требования механического контакта при его фиксации вместе с успехами современной вычислительной техники и алгоритмических средств обработки изображений делают этот источник антропометрической информации привлекательным для использования в системах идентификации личности.

Мы придерживаемся здесь терминологии работы [1], согласно которой общая задача идентификации личности по фотопортрету (Face Identification или Authentication) формулируется как задача проверки основной гипотезы, заключающейся в принадлежности предъявленного портрета одному из заранее выделенного конечного множества лиц, называемых клиентами (clients), против альтернативной гипотезы, предполагающей, что это портрет одного из всех остальных людей, условно называемых самозванцами (impostors). В рамках этой общей задачи выделяют режим верификации личности (Face Verification), в котором претендент указывает конкретное лицо из числа клиентов, за которое он себя выдает, и режим распознавания (Face Recognition), когда претендент себя не называет.

В данном докладе излагаются результаты серии экспериментов по применению метода опорных векторов В.Н. Вапника [2] для решения задачи верификации личности, в которой требуется построить решающее правило, позволяющее отличать портреты каждого клиента от портретов других клиентов и всех самозванцев.

Эксперименты проводились в рамках базы данных, созданной в университете графства Суррей (Гилдфорд, Великобритания). База содержит 2360 портретов 295 людей (по 8 портретов на человека), среди которых условно назначены 200 клиентов и 95 самозванцев. Из восьми портретов каждого клиента выбраны шесть, рассматриваемые как обучающая совокупность, а оставшиеся два портрета отнесены к тестовому множеству. Все множество самозванцев опять же случайным образом разбито на

обучающую и тестовую совокупность, содержащую, соответственно, 25 и 70 человек по 8 портретов на каждого. Таким образом, в каждом эксперименте по обучению верификации очередного лица обучающая совокупность состояла из 6 его портретов и 1394 портретов остальных людей, а тестовое множество содержало 2 портрета данного лица и 958 других портретов. Было сформировано 200 обучающих и, соответственно, 200 контрольных совокупностей по числу клиентов, представленных в базе данных.

Изначально портреты представлены полутоновыми изображениями с 256 уровнями яркости на растре  $57 \times 61 = 3477$ , однако в данной работе каждый портрет рассматривался как действительный вектор  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,  $n = 3477$ . При такой размерности пространства признаков обучение проводится, в сущности, в условиях малой обучающей выборки, поскольку число объектов в ее составе  $N = 1400$  более чем в два раза меньше числа элементов раstra.

Очевидно, что из-за неизбежных искажений, связанных с различиями ракурса съемки и мимики лица, непосредственное покоординатное сравнение двух векторов яркости элементов раstra лишено смысла. Перед проведением экспериментов все портреты были преобразованы путем сдвига, поворота и изменения масштаба плоскости раstra так, чтобы оба глаза, координаты которых предварительно были найдены с помощью полуавтоматической процедуры, описанной в [1], заняли некоторое заданное положение, принятое в качестве стандартного.

Для каждого из 200 клиентов было проведено четыре эксперимента, в которых по обучающей совокупности  $\{\mathbf{x}_j \in \mathbb{R}^n, g_j = \pm 1, j = 1, \dots, N\}$  искалось решающее правило распознавания его портретов  $g_j = 1$  против всех других портретов  $g_j = -1$  с проверкой результата на контрольной совокупности.

**Первый эксперимент** заключался в применении основной версии метода опорных векторов, в которой ищется линейная дискриминантная функция  $d(\mathbf{x}) = \mathbf{a}^T \mathbf{x} + b$ , выражаемая разделяющей гиперплоскостью  $\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b = 0$  с как можно более «коротким» направляющим вектором  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$ , обеспечивающая выполнение неравенств  $d(\mathbf{x}_j) = \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b \geq 1$  и  $d(\mathbf{x}_j) = \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b \leq -1$  для портретов, соответственно, первого и второго классов, что эквивалентно задаче квадратичного программирования

$$\mathbf{a}^T \mathbf{a} \rightarrow \min, \quad g_j (\mathbf{a}^T \mathbf{x}_j + b) \geq 1, \quad j = 1, \dots, N. \quad (1)$$

В условиях малой обучающей выборки  $N \leq n$  такая гиперплоскость, называемая оптимальной, всегда существует. Эта задача решалась в двойственной форме, представляющей собой опять же задачу квадратичного программирования



$$\begin{cases} W(\lambda_1, \dots, \lambda_N) = \sum_{j=1}^N \lambda_j - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (g_j g_k \mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_k) \lambda_j \lambda_k \rightarrow \max, \\ \sum_{j=1}^N g_j \lambda_j = 0, \lambda_j \geq 0, j = 1, \dots, N, \end{cases} \quad (2)$$

аргументами которой являются множители Лагранжа  $\lambda_j \geq 0$  при ограничениях в основной задаче (1), то есть при векторах  $\mathbf{x}_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , соответствующих портретам обучающей выборки. Те из оптимальных значений множителей Лагранжа, которые оказываются положительными, непосредственно определяют направляющий вектор оптимальной разделяющей гиперплоскости как линейную комбинацию соответствующих векторов, называемых опорными  $\mathbf{a} = \sum_{j: \lambda_j > 0} \lambda_j g_j \mathbf{x}_j$ , а смещение гиперплоскости  $b \in \mathbb{R}$ , обеспечивающее ее симметричное положение между подвыборками двух классов, определяется очевидным условием  $b = (1/2) (\min_{j: g_j = 1} \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j - \max_{j: g_j = -1} \mathbf{a}^T \mathbf{x}_j)$ .

Разделяющая гиперплоскость, построенная по такому правилу обучения дала на контрольной выборке 9,25% ошибок.

**Второй эксперимент** отличался от первого тем, что после определения направляющего вектора  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^n$  из решения двойственной задачи (2), положение разделяющей гиперплоскости  $b \in \mathbb{R}$  искалось не из условия равного удаления от нее крайних точек обеих подвыборок, а из условия минимума ошибки распознавания, оцениваемой процедурой скользящего контроля. В работе [3] показано, что такой способ определения смещения гиперплоскости предпочтителен в случае существенно разного размера подвыборок двух классов, что характерно для задачи обучения верификации личности. При вычислении смещения гиперплоскости по такому правилу доля ошибок на контрольной выборке многократно уменьшилась и составила 2,09%.

**В третьем эксперименте** при решении двойственной задачи (2) использовалась радиальная гауссова потенциальная функция  $\varphi(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) = (1/\sigma\sqrt{2\pi}) \exp[-(1/2\sigma^2) \|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_k\|^2]$ . Известно [2], что такой метод обучения эквивалентен построению нелинейного решающего правила  $d(\mathbf{x}) = \sum_{j: \lambda_j > 0} g_j \lambda_j \varphi(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}) + b$ , причем при  $\sigma \rightarrow 0$  он вырождается в метод ближайшего соседа, а при  $\sigma \rightarrow \infty$  поиск ограничивается решающими правилами, все менее отличающимися от линейных. Параметр  $\sigma$  варьировался в диапазоне, охватывающем практически все это многообразие, а константа  $b$  искалась из условия минимума ошибки распознавания, оцениваемой процедурой скользящего контроля. Использование нелинейного решающего правила с гауссовой потенциальной

функцией дало еще меньшую долю ошибок на контрольной выборке, минимум которой при варьировании параметра  $\sigma$  составил 1,71%.

Наконец, **в четвертом эксперименте** искалось нелинейное решающее правило с так называемой полиномиальной потенциальной функцией  $\varphi(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_k) = (\mathbf{x}_j^T \mathbf{x}_k + 1)^p$  [2]. В частности, при  $p = 1$  получается класс линейных решающих правил, как и в базовой версии метода опорных векторов, испытывавшейся в первом эксперименте. Наименьшая доля ошибок на контрольной выборке при варьировании параметра  $p$  с оценением смещения решающего правила по методу скользящего контроля, примененному к обучающей выборке, составила 1,73%, что лишь немного хуже результата, полученного при использовании гауссовой потенциальной функции.

Проведенная серия экспериментов показывает, что метод опорных векторов обеспечивает весьма надежную идентификацию личности по фотопортрету.

В то же время, при анализе ошибочно классифицированных контрольных портретов оказалось, что основная часть из них получена при нестандартных ракурсах съемки либо при явно выраженной нестандартной мимике лица. Этот факт дает возможность предположить, что надежность идентификации личности может быть существенно повышена за счет эластичного искажения сетки раstra одного снимка относительно другого, которое делает положение всех соответствующих друг другу элементов изображения одинаковыми на обоих снимках [4].

### Литература

1. Jonsson K.T. Robust Correlation and Support vector Machines for Face Identification. Ph.D. Thesis. University of Surrey, Guildford, United Kingdom, 2000.
2. Vapnik V. Statistical Learning Theory // John-Wiley & Sons, Inc. 1998.
3. Середин О.С., Костин А.А. Процедура скользящего контроля для выбора смещения разделяющей гиперплоскости при обучении распознаванию образов по методу опорных векторов. Тезисы доклада в данном сборнике.
4. Копылов А.В., Ермаков А.С., Моттль В.В. Измерение сходства фотопортретов для безпризнаковой идентификации личности. Тезисы доклада в данном сборнике.

## Две модели быстрой классификации изображений с использованием решающих деревьев

*В.Н. Кошелев, Б.В. Крыжановский, М.М. Ланге*

(Москва)

### Постановка задачи.

Распространенным подходом к решению задачи распознавания или классификации изображений является метод идентификации с эталонами, представляющими классы изображений. Основные задачи в такой схеме распознавания сводятся к организации эффективного словаря эталонов и быстрого поиска в нем ближайшего эталона к распознаваемому изображению. Эффективность словаря определяется допустимой погрешностью идентификации, а показателем скорости распознавания является вычислительная сложность алгоритма поиска.

Для формирования словарей эталонов предлагается использовать известные из теории информации модели  $\varepsilon$ -покрытий и  $\varepsilon$ -укладок [1]. Такие словари могут быть построены в форме решающих деревьев, поэтому для организации в них быстрого поиска удобно использовать модификации известных алгоритмов последовательного декодирования (sequential decoding) [2].

Модель, основанная на  $\varepsilon$ -покрытии, предполагает покрытие множества предъявляемых для распознаваемых изображений  $\mathbf{A}$  пересекающимися сферами радиуса  $\varepsilon$ , где  $\varepsilon \geq 0$  - величина допустимой погрешности, измеряемая по заданной мере различия изображений. Центры покрывающих изображений формируют  $\varepsilon$ -сеть  $\mathbf{A}_\varepsilon \subseteq \mathbf{A}$ . Словарь эталонов, сформированный на множестве  $\mathbf{A}_\varepsilon$ , позволяет любое изображение из множества  $\mathbf{A}$  идентифицировать ближайшим к нему эталоном из  $\mathbf{A}_\varepsilon$  с погрешностью, не превышающей  $\varepsilon$ . Для обеспечения наименьшей сложности поиска объем словаря  $\|\mathbf{A}_\varepsilon\|$  должен быть минимальным.

В соответствии с моделью  $\varepsilon$ -укладки множество всевозможных изображений  $\mathbf{A}$  заполняется непесекающимися сферами радиуса  $\varepsilon \geq 0$ , который также определяется величиной допустимой погрешности. Центры сфер укладки образуют  $2\varepsilon$ -различимое множество  $\mathbf{A}_{2\varepsilon} \subseteq \mathbf{A}$ . Словарь, построенный на множестве  $\mathbf{A}_{2\varepsilon}$ , позволяет любое изображение, принадлежащее одной из сфер  $\varepsilon$ -укладки, идентифицировать центром этой сферы с погрешностью не более  $\varepsilon$ . Однако существует некая вероятность того, что распознаваемое изображение не принадлежит ни одной из сфер

укладки. Поэтому для минимизации этой вероятности объем словаря  $\|\mathbf{A}_{2\varepsilon}\|$  должен быть максимальным.

В настоящей работе предлагается подход к организации словарного решающего дерева в виде кодового дерева узлов  $\varepsilon$ -сети или  $2\varepsilon$ -различимого множества.

### Словарь как решающее дерево.

Рассмотрим словарь эталонных изображений, образованный  $\varepsilon$ -сетью или  $2\varepsilon$ -различным множеством. В первом случае исходные изображения интерпретируются как изображения на выходе источника сообщений, а во втором - как изображения на выходе канала передачи. Независимо от типа словаря ( $\mathbf{A}_\varepsilon$  или  $\mathbf{A}_{2\varepsilon}$ ) при определенном способе описания (кодирования) эталонов, словарь может быть представлен в виде решающего дерева. Достаточным условием такого представления является префиксность кодовых слов изображений, при котором ни одно кодовое слово не является началом другого [2].

Пусть

$$T_w^{(q)} = \{w_i^{(q)}, i = \overline{1, M} : \sum_{i=1}^M q^{-l(w_i^{(q)})} \leq 1\} \quad (1)$$

решающее дерево, содержащее  $M$  эталонных изображений, которые представлены  $q$ -ичными кодовыми словами  $w_i^{(q)}$  длины  $l(w_i^{(q)})$ . Неравенство в (1) получено Крафтом и следует из префиксности кодовых слов. Размер алфавита  $q$  определяется формой представления изображений, а также числом и диапазоном значений признаков для их описания. Дерево  $T_w^{(q)}$  строится методом лексикографической сортировки кодовых слов, в результате чего из каждой его промежуточной вершины выходит не более  $q$  ветвей. Каждому эталонному изображению в решающем дереве вида (1) соответствует одна из его концевых вершин, в которую ведет кодовое слово этого эталона.

Для средней длины кодового слова в решающем дереве (1) получены следующие оценки

$$\log_q M \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M l(w_i^{(q)}) < [1 + o(1)] \log_q M, \quad (2)$$

где  $o(1) \rightarrow 0$  при  $M \rightarrow \infty$ . Нижняя оценка в (2) следует из неравенств Йенсена и Крафта, а верхняя - из границы Чебышева-Чернова, которая справедлива с вероятностью, стремящейся к единице, когда  $M \rightarrow \infty$  [2].

### Сложность поиска в решающем дереве.

Средняя длина кодового слова в дереве  $T_w^{(q)}$  соответствует минимальной средней сложности поиска, измеряемой числом просматриваемых ветвей на пути из корня в конечную вершину. Согласно оценкам (2) минимальная сложность поиска приближается к  $\log_q M$  при достаточно большом объеме словаря. Реальный алгоритм поиска ближайшего эталона, как правило, требует прохождения более длинного пути в решающем дереве  $T_w^{(q)}$ . Поэтому важно, чтобы применяемый алгоритм сохранял порядок сложности, установленный оценками (2).

В качестве алгоритма поиска предлагается использовать стек-алгоритм [3]. Этот алгоритм реализует последовательный поиск ближайшего эталона на пути из корня в одну из конечных решающего дерева  $T_w^{(q)}$ , но в некоторых вершинах путь поиска содержит «петли», которые возникают при отказах от проходов по ложным ветвям решающего дерева. В целом, когда объем словаря растет ( $M \rightarrow \infty$ ), вычислительные затраты  $C$  стек-алгоритма на поиск одного эталона, оцениваются величиной

$$C \cong C_s \log_q M, \quad (3)$$

где  $C_s > 1$  - константа, определяемая размером стека и не зависящая от  $M$ . Необходимо отметить, что для стек-алгоритма существует некоторая вероятность нахождения ошибочного (не ближайшего) решения. Эта вероятность зависит от допустимой глубины просмотра и убывает с увеличением  $C_s$  в оценке (3).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 01-07-90308.

#### Литература

1. Колмогоров А.Н., Тихомиров В.М.  $\varepsilon$ -энтропия и  $\varepsilon$ -емкость множеств в функциональных пространствах // Теория информации и теория алгоритмов. - М.: Наука, 1987, с.119-198.
2. Gallager R.G. Information Theory and Reliable Communication. - New-York: Wiley, 1968, 588p.
3. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов (пер. с англ.).- М.: Мир, 1989, 448 с.

# Решающее дерево для древовидно-структурированных изображений на основе $\varepsilon$ -сети эталонов и префиксного кодирования

М.М. Ланге, А.М. Ланге  
(Москва)

Рассматривается задача организации оптимального словаря эталонов для быстрого распознавания изображений (образов), представленных в форме деревьев [1, 2]. Задача решается методом построения  $\varepsilon$ -сети эталонов на множестве распознаваемых изображений и организации словаря в форме кодового дерева узлов  $\varepsilon$ -сети. Такой словарь принято называть решающим деревом. Эффективность решающего дерева характеризуется функцией *сложность-погрешность*, которая связывает допустимую погрешность идентификации распознаваемых изображений ближайшими словарными эталонами с наименьшей средней сложностью поиска таких эталонов. В рассматриваемой схеме допустимая погрешность задается параметром  $\varepsilon$ , а наименьшая средняя сложность поиска определяется средней длиной кодовых слов в решающем дереве. Задача состоит в том, чтобы для любой  $\varepsilon$ -сети древовидно-структурированных изображений найти способ их независимого кодирования, который обеспечивал бы построение решающего дерева с наименьшей (для этой сети) функцией *сложность-погрешность*. Необходимо также указать оптимальную  $\varepsilon$ -сеть эталонов, на которой достигается абсолютный минимум функции *сложность-погрешность*. Решение этой задачи является обобщением работы [3] и состоит в следующем.

Пусть  $\mathbf{A} = \{A_i, i = \overline{1, M}\}$  - множество  $V$ -арных совершенных деревьев, которые представляют  $M$  изображений, порождаемых некоторым источником. Совершенство заключается в том, что каждая промежуточная вершина любого дерева содержит ровно  $V$  выходящих ветвей. Будем считать, что для любой пары деревьев  $A_i$  и  $A_j$  из множества  $\mathbf{A}$  определена мера их различия

$$0 \leq d_{\rho}(A_i, A_j) \leq \rho_{\max} \quad (1)$$

в метрике  $0 \leq \rho(x, y) \leq \rho_{\max}$  [2]. Метрика  $\rho(x, y)$  определена в пространстве признаков концевых вершин деревьев и является растущей функцией от  $|x - y|$ . Для построения  $\varepsilon$ -сети эталонов определим при фиксированном  $\varepsilon \geq 0$   $\varepsilon$ -сферу

$$S_{\varepsilon}(A_j) = \{A_i : d_{\rho}(A_i, A_j) \leq \rho(\varepsilon)\} \quad (2)$$

с центром  $A_j$  и организуем покрытие множества  $\mathbf{A}$  сферами вида (2).

Центры сфер покрытия образуют  $\mathcal{E}$ -сеть эталонных деревьев

$$\mathbf{A}_{\mathcal{E}} = \{A_j, j = \overline{1, M_{\mathcal{E}}}\} \quad (3)$$

такую, что любое дерево источника  $A_i \in \mathbf{A}$  может быть аппроксимировано ближайшим к нему по мере (1) эталонным деревом  $A_j \in \mathbf{A}_{\mathcal{E}}$  с погрешностью, не превосходящей  $\varepsilon$ .

Совершенные  $V$ -арные деревья, принадлежащие множеству  $\mathbf{A}$ , кодируются  $q$ -ичными словами, обладающими свойством префикса, при котором ни одно кодовое слово не является началом другого более длинного слова [3]. Параметр  $q$  определяется числом признаков  $n$  и размером алфавита  $m$ , используемыми для описания вершин  $V$ -арных деревьев ( $q = m^n + 1$ ). Предлагаемый способ кодирования позволяет вычислять меру различия (1), используя для этой цели не сами деревья  $A_i$  и  $A_j$ , а их кодовые описания. Более того, такие кодовые слова строятся независимо для каждого представляющего дерева, что дает возможность пополнять словарь новыми эталонами без изменения кодовых версий ранее записанных эталонов. В силу свойства префикса кодовые слова любой  $\mathcal{E}$ -сети эталонов

$\mathbf{A}_{\mathcal{E}} \subseteq \mathbf{A}$  образуют  $q$ -арное дерево, в котором из каждой промежуточной вершины исходят не более  $q$  ветвей, а каждая концевая вершина соответствует одному из эталонных деревьев.

Пусть

$$T_w(\mathbf{A}_{\mathcal{E}}) = \{w^{(q)}(A_j), j = \overline{1, M_{\mathcal{E}}} : \sum_{j=1}^{M_{\mathcal{E}}} q^{-l_w(A_j)} \leq 1\} \quad (4)$$

$q$ -арное решающее дерево кодовых слов  $w^{(q)}(A_j)$  с длинами  $l_w(A_j)$  для множества узлов  $\mathcal{E}$ -сети  $\mathbf{A}_{\mathcal{E}}$  вида (3). Неравенство в (4) установлено Крафтом и следует из префиксности кодовых слов [4]. Показателем наименьшей сложности поиска в дереве  $T_w(\mathbf{A}_{\mathcal{E}})$  является средняя длина его кодовых слов

$$l_w(\mathbf{A}_{\mathcal{E}}) = \frac{1}{M_{\mathcal{E}}} \sum_{j=1}^{M_{\mathcal{E}}} l_w(A_j). \quad (5)$$

Следующая теорема устанавливает границы для сложности вида (5).

**Теорема.** Для любой  $\varepsilon$ -сети эталонных деревьев с ограниченным наименьшим числом вершин сложность решающего дерева удовлетворяет неравенствам

$$\log_q M_\varepsilon \leq l_w(\mathbf{A}_\varepsilon) < [1 + o(1)] \log_q M_\varepsilon, \quad (6)$$

где  $o(1) \rightarrow 0$  при  $M_\varepsilon \rightarrow \infty$ .

Асимптотически плотные границы (6) позволяют найти "хорошую" нижнюю границу для функции *сложность-погрешность* решающего дерева. Эта граница следует из нижней оценки энтропии  $\varepsilon$ -сети  $\mathbf{A}_\varepsilon$

$$H(\mathbf{A}_\varepsilon) \leq \log_q M_\varepsilon,$$

вычисляемой по распределению

$$p_\varepsilon(A_j) = \frac{q^{-l_w(A_j)}}{\sum_{j=1}^{M_\varepsilon} q^{-l_w(A_j)}}.$$

Нижняя оценка энтропии  $H(\mathbf{A}_\varepsilon)$  имеет вид неравенства

$$H(\mathbf{A}_\varepsilon) \geq H(\mathbf{A}) - \sum_{j=1}^{M_\varepsilon} p_\varepsilon(A_j) \log_q \|S_\varepsilon(A_j)\|, \quad (7)$$

в котором  $H(\mathbf{A}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} H(\mathbf{A}_\varepsilon)$  - энтропия множества  $\mathbf{A}$ , а  $\|S_\varepsilon(A_j)\|$  -

число деревьев в  $\varepsilon$ -сфере  $S_\varepsilon(A_j)$ . Максимизация суммы в (7) по всевозможным  $\varepsilon$ -сетям приводит к абсолютному минимуму этой оценки, который при заданной метрике  $\rho(x, y)$  может быть вычислен в виде функции от допустимой погрешности  $\varepsilon$ . Ниже приведен пример нижней границы функции *сложность-погрешность*.

**Пример.** Пусть множество  $\mathbf{A}$  образовано всевозможными полными  $V$ -арными деревьями, содержащими  $Q$  концевых вершин на уровне  $t = \log_V Q$ , и пусть каждая концевая вершина описывается одним  $m$ -ичным признаком (уровнем яркости). В этом случае  $n = 1$  и  $q = m + 1$ . Будем считать, что мера различия (1) задана в хэмминговой метрике  $\rho(x, y) = x \oplus y$  и имеет вид



$$d_{\rho}(A_i, A_j) = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q \rho(x_k, y_k) = \frac{1}{Q} \sum_{k=1}^Q x_k \oplus y_k, \quad (8)$$

где  $x_k$  и  $y_k$  -  $m$ -ичные значения признаков  $k$ -ых концевых вершин в деревьях  $A_i$  и  $A_j$  соответственно.

Функцию *сложность-погрешность* решающего дерева (4), построенного для оптимальной  $\varepsilon$ -сети  $\mathbf{A}_{\varepsilon}^*$  с минимальной энтропией  $H(\mathbf{A}_{\varepsilon}^*)$ , определим как

$$C^*(\varepsilon) = \frac{1}{L} l_w(\mathbf{A}_{\varepsilon}^*) \geq \frac{1}{L} H(\mathbf{A}_{\varepsilon}^*), \quad (9)$$

где  $L = Q\nu/(\nu - 1) - 1/(\nu - 1)$  - общее число вершин в любом  $\nu$ -арном дереве из множества  $\mathbf{A}$ . Тогда вычисление нижней оценки для энтропии в (9) с учетом меры (8) дает следующую нижнюю границу функции *сложность-погрешность*

$$C^*(\varepsilon) \geq \frac{(\nu - 1) [\log m - h(\varepsilon) - \log(m - 1)]}{\nu \log(m + 1)}, \quad (10)$$

где  $h(\varepsilon) = -\varepsilon \log \varepsilon - (1 - \varepsilon) \log(1 - \varepsilon)$ , а  $\log(\cdot)$  - двоичный логарифм. Граница (10) с точностью до множителя  $(\nu - 1)/\nu$  совпадает с  $\varepsilon$ -энтропией или *Rate Distortion Function* для  $m$ -ичного источника независимых сообщений с хэмминговой мерой погрешности [4].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проекты: 01-07-90308, 00-01-00213.

### Литература

1. Jackins C.L., Tanimoto S.L. Quad trees, Oct-trees and K-trees: A Generalized Approach to Recursive Decomposition of Euclidean Space // IEEE Transactions on PAMI, 1983, vol.5, no.5, pp. 533-539.
2. Lange M.M. Hierarchical Structures for Fast Recognition of Multidimensional Patterns // Pattern Recognition and Image Analysis. - Moscow: Nauka/Interperiodika, 1999, vol.9, no 4, pp. 654-661.
3. Lange M.M., Lange A.M. Invariant Representation and Tree Encoding of Patterns for Their Fast Search in a Dictionary // The 5th International Conference on Pattern Recognition and Image Analysis, PRIA-5-2000, Proceedings. - Samara, Russia, Oct. 16-22, 2000, vol.2, pp. 428-433.
4. Gallager R.G. Information Theory and Reliable Communication. - New-York: Wiley, 1968, 588 p.

## **Применение математических методов прогнозирования в техническом анализе**

*А.А. Лапшин*

(Москва)

Одним из основных инструментов для поддержки принятия решения на финансовом рынке является технический анализ.

Постановка задачи: необходимо построить технический индикатор, который бы рассчитывался на подмножестве всего множества сделок, использовал бы стандартную формулу расчета, при этом данный индикатор должен обеспечить большую доходность по сравнению со стандартным индикатором рассчитанным на всем множестве сделок и минимизировать риск (здесь под минимизацией риска понимается, что индикатор должен показывать достаточно высокую доходность на длительном временном интервале по сравнению со стандартным индикатором).

Главное отличие рассматриваемых индикаторов состоит в том, что не модифицируется формула расчета индикатора (используются уже апробированные и широко используемые формулы расчета), а изменяется входной поток сделок, на которых рассчитывается индикатор. Данный подход может быть реализован как фильтр, стоящий между источником торговых данных и любой системой технического анализа, что позволяет увеличить функциональные возможности последней.

На финансовом рынке успешными являются не более 15% игроков. Была выдвинута гипотеза, что индикатор, построенный на множестве сделок успешных участников, будет удовлетворять требованиям поставленной задачи. С помощью введения дополнительных ограничений на множество участников задача была решена. Были получены результаты для различных технических индикаторов и финансовых инструментов. Доходность построенных индикаторов была выше по сравнению со стандартным в среднем в два раза.

Перспективным направлением дальнейших исследований является построение подобных индикаторов на не персонализированных торговых данных.

## **Оценка колеблемости сложных по форме переходных процессов динамических систем методами современных информационных технологий**

*В.Л. Литвинчук, А.Л. Шатошиников, Д.Н. Клименко*

(Санкт-Петербург)

Динамические системы отличаются исключительным разнообразием вообще и, в частности, по форме свойственных им переходных процессов. При этом, динамические системы часто заранее проектируются таким

образом, чтобы протекающие в них переходные процессы целиком или в пределах определенного временного интервала отвечали заданным требованиям.

В качестве примера динамической системы может быть рассмотрен синхронно-реактивный двигатель (СРД) в намоточном устройстве (НУ), используемом в производстве химических волокон.

Одним из напряженных динамических режимов работы двигателя является режим пуска. Желательно, чтобы на участке разгона до выхода двигателя на установившийся режим имело место плавное нарастание частоты (скорости) вращения  $x$ , близкое к линейному, экспоненциальному или какому-либо другому.

Однако, если и удастся применительно к СРД получить такой режим, то только в среднем. При этом, на осредненный – основной закон изменения частоты вращения  $x_0$  – накладываются ее колебания, в общем случае представляющие собой нестационарные по амплитуде и частоте колебательные процессы.

Для оценки колеблемости наложенного колебательного процесса  $x_n(t)$  предлагается спектральный подход. Технология решения задачи содержит следующие этапы.

Первый этап предполагает выделение кривой основного закона изменения частоты вращения  $x_0$ . Эта кривая может определяться, например, методом наименьших квадратов.

На втором этапе выделяется процесс  $x_n(t)$  из соотношения

$$x_n(t) = x(t) - x_0(t)$$

где  $x(t)$  – полная кривая изменения частоты вращения.

Именно применительно к кривой наложенного процесса должна быть решена задача оценки ее колеблемости. В связи с нестационарностью этой кривой желательны специальные приемы решения указанной задачи, которые должны удовлетворять следующим требованиям информационной технологичности:

- а) приемы должны быть достаточно простыми в реализации;
- б) признаки уровня колеблемости должны быть удобными для их использования при выборе определенных значений электромагнитных, габаритных и механических параметров СРД, что осуществляется по известным процедурам многокритериального многопараметрического выбора ( $M_k M_n B$ )

Указанные выше признаки колеблемости будут в этих процедурах выступать как критерии, наряду с другими показателями.

С другой стороны, критерии и их численные значения, на которые следует ориентироваться, должны устанавливаться на основании информации, которую дают уже изготовленные двигатели – прецеденты.

Опыт создания, эксплуатации СРД и компьютерного моделирования соответствующих НУ показывает, что в задаче  $M_k M_n B$ , по крайней мере, на стадии проектирования машины, следует ориентироваться, как на наилучший вариант, на такой процесс, когда имеет место на всем основном участке разгона, почти линейное нарастание скорости  $x_0$ . (Здесь начальный участок разгона, имеющий место сразу после включения двигателя в сеть, из рассмотрения исключается).

Наложённый процесс  $x_n(t)$  (в ориентирующих прецедентах) получается квазигармоническим или вообще регулярным, т.е. при каждой полуволне колебаний кривая соответствует или почти синусоиде (квазисинусоиде) или регулярному описанию, базирующемуся на подходящих кривых ортогональных базисов. Огибающие кривые процесса  $x_n(t)$  снизу и сверху получают экспоненциальными, а частота колебаний почти постоянная.

На основании данного краткого анализа заключаем, что в ходе решения задачи  $M_k M_n B$  признаки, по которым целесообразно оценивать колеблемость переходных процессов в СРД на основном участке разгона, целесообразно получать следующим образом.

Для очередного рассматриваемого сочетания значений выбираемых параметров двигателя (общие габаритные размеры, геометрические и электромагнитные характеристики элементов, напряжение питания, характеристики проводов и т.д.) осуществляются, в соответствии с преобразованной математической моделью двигателя, построение переходного процесса.

Далее осуществляется его информационная обработка, предусматривающая:

- проведение нижней и верхней огибающих экспонент с использованием метода наименьших квадратов, с оценкой показателей экспонент  $|\alpha_j|$ ,
- определение наибольшего отклонения частоты процесса  $x_n(t)$  от его усредненной кривой  $x_0$  – значения  $\overline{\Delta x_n(t)}$ ,
- отклонение полувольт колебаний от гармонических функций  $\Delta x_r$ .

Перечисленные признаки  $|\alpha_j|$ ,  $\overline{\Delta x_n(t)}$ ,  $\Delta x_r$ , могут быть дополнены. Критериями приемлемости выбранного сочетания значений параметров проектируемого двигателя с точки зрения оценки его свойств по переходным процессам на основном участке разгона следует считать малые отклонения упомянутых выше и других признаков от свойственных работоспособным прецедентам.

# **Математическое моделирование динамики движущейся гибкой нити с учётом её взаимодействия с ограничителями и формироваателями движения - элементами технологического оборудования**

*Е.Г. Маежов, А.П. Жабко, В.А. Климов*  
(Санкт-Петербург)

Движущаяся или колеблющаяся гибкая нить является во многих случаях основным конструктивным или конструктивно-технологическим элементом производств или обслуживающих систем. При этом нить совершает в работе трудноописываемую (не прогнозируемую по классическим математическим моделям) динамику при её взаимодействии с элементами оборудования, в общем случае, тоже находящимися в движении.

Будем иметь в виду в дальнейшем в качестве примера непрерывные нити, являющиеся элементами ткацкого производства.

Ткань образуется путём последовательного введения в нити основы уточной нити и их взаимного переплетения [1]. Процесс образования ткани состоит циклически повторяющихся трёх операций: образования зева, прокладывания уточной нити в зев и прибой её к опушке ткани.

Введение в зев и прибой уточной нити соответствуют образованию одного элемента ткани, осуществляемому за один оборот главного вала станка. Для образования каждого последующего элемента необходимо отвести от линии опушки ткани предыдущий элемент, путём его присоединения к готовой ткани при повороте валика готовой продукции, и затем компенсировать в рабочую зону станка длину основы, израсходованную на его образование.

В итоге, кроме перечисленных трёх основных технологических операций, при непрерывном изготовлении ткани на ткацком станке выполняются также две другие операции: отвод наработанного элемента ткани и компенсация в рабочей зоне соответствующей длины основы.

Отвод ткани и компенсация длины основы вызывают одновременное продольное движение ткани и основы на станке, обеспечиваемые рабочими органами на входе и выходе станка при создании натяжений соответствующих основных нитей и ткани.

Кроме того, образование зева за счет вертикальных смещений (осуществляемых при движении предназначенных для этого рабочих органов) определённых точек основных нитей вверх и вниз заставляет нити испытывать вертикальные перемещения, сопровождаемые, конечно, продольными деформациями и соответствующей продольной динамикой. При этом, выбор нитей, точки которых получают перемещения, либо вверх, либо вниз, создаёт структуру и рисунок ткани.

Таким образом, даже из изложенных кратких пояснений видно, что процесс формирования ткани - это процесс силового взаимодействия

основных и уточных нитей, обусловленный натяжением нитей основы и утка, происходящих при движении различных рабочих органов.

В соответствии с описанным, при моделировании динамики нити при её работе на ткацком станке необходимо было учитывать следующие обстоятельства.

Нить (употребляем единственное число, хотя имеется в виду набор одновременно работающих нитей) совершает в ткачестве прерывистое движение, но в целом (осреднённо) для нити получается направленное движение от места ввода нити в станок до выхода на валике готовой продукции.

В моменты прерывания нить останавливается только на входе, а далее имеет место динамика её поведения, особенно в связи с тем, что рабочие органы работают, в общем случае, не одновременно.

Известно, что скорость передачи по нити возмущений зависит от частоты этих возмущений, их уровня и формы. В связи с этим полагаем, что формы математических моделей динамики нити, как для продольной, так и для поперечной составляющих их динамики, сохраняются, а от указанных выше факторов зависят коэффициенты этих моделей. Здесь идёт следование подходу, который применяется в диагностировании качества химических нитей на испытательной установке.

На этой же установке возможно определение и указанных выше коэффициентов. Методология моделирования динамики нити для указанной испытательной установки подробно рассмотрено в [2], [3], [4] и [5]. В докладе имеет место следование этой методологии и в данном случае это особо обоснованно потому, что в моменты прерывания нить на входном конце закреплена. Учёт периодической подачи нити в станок может быть учтено введением второй (параллельной) параметризации точек нити.

### Литература

1. Гордеев В.А., Волков П.В. Ткачество. -М.: Лёгкая и пищевая промышленность. 1984г.
2. Романов В.Е., Жабко А.П., Климов В.А. К формированию прикладной теории динамики гибкой нити.//Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности N6(246), 1998г.
3. Червяков В.В., Жабко Л.Е. Параметрическая модель динамики нити.//Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности N3(249), 1999г.
4. Маежов Е.Г., Червяков В.В., Донской А.С., Жабко Л.Е. Первый аспект обобщения расчетной схемы по Даламберу в динамике нити.//Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности N4(250), 1999г.
5. Маежов Е.Г., Червяков В.В., Донской А.С., Жабко Л.Е. Второй аспект обобщения расчетной схемы по Даламберу в динамике нити.//Известия

## Разработка спектроанализатора для распознавания сигналов металлодетектора

*В.А. Марков, М.Н. Устинин, Ф.Ф. Дедус*

(Пушино)

При разработке и практическом внедрении в промышленную эксплуатацию металлодетектора для немагнитных цветных металлов нового поколения предлагается использовать сверхбыстрый метод спектрального анализа сигналов, созданный в Институте кибернетики Украины [1]. Метод устойчив к аддитивным помехам и теоретически позволяет обнаружить бесконечно малую частотную компоненту.

На практике решен вопрос распознавания полезного сигнала, амплитуда которого меньше уровня помех самого металлодетектора. В качестве эксперимента один и тот же предмет примерно с одинаковой скоростью проносится между рамками детектора на расстоянии от рамки: 5, 10, 15, 20, 25, 31 см. (см. рис.1).

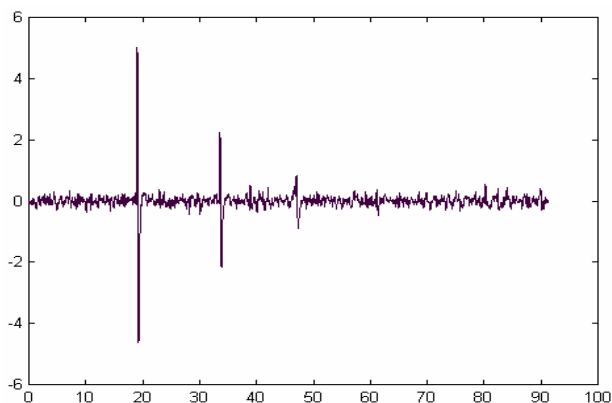


Рис. 1. Перемещение предмета между рамками детектора начиная с 19 сек.

Как видно из рис. 1, при перемещении предмета на расстоянии до 15 см от рамок детектора амплитуда отклика заметно больше, чем шум и распознавание этого сигнала тривиально. Была поставлена задача определить факт перемещения предмета в случае, если отклик от него примерно равен или даже меньше, чем амплитуда шума.

Написана соответствующая программа в среде визуального программирования Delphi 5, которая позволяет получить амплитудно-частотные характеристики сигнала и на основе их анализа распознать

полезный сигнал. Метод анализа изложен в работе [2]. Этот сигнал представляет собой кривую такой формы (см. рис.2).

Высокочастотная помеха автоматически фильтруется в начальных циклах анализа. Измеряя расстояние  $\Delta t$  между соседними экстремумами сигнала на временной оси, можно определить частоту  $f = 1/2\Delta t$  полезного сигнала. В проведенных исследованиях эта частота составляла около 2 Hz, при времени перемещения предмета между рамками металлодетектора примерно 1 сек и около 1 Hz для 1,5 сек перемещения. Разработчик металлодетектора планирует в ближайшее время установку ИК датчиков на входе и выходе из стойки металлодетектора и привязку их к временной оси сигнала. Это упростит распознавание образа отклика сигнала, т.к. зная расстояние между датчиками можно определить скорость прохода. Если эта скорость будет выше допустимой, то для выявления перемещения предмета, необходимо будет повторить проход на допустимой скорости. Допустимой считается скорость при которой время прохода между рамками детектора не меньше 0,5 сек. Это связано с тем, что в конструкции металлодетектора применен аналоговый фильтр (0,5-5Hz).

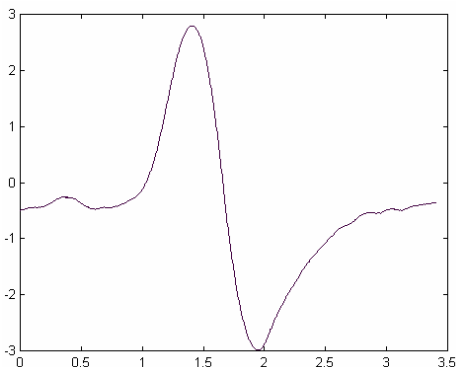


Рис. 2. Единичный сигнал высокой амплитуды.

В заключение отметим эффективность использования метода сверхбыстрого спектрального анализа для распознавания образа случайного сигнала, а его программная реализация дает возможность практически исследовать сверхширокополосные процессы, обеспечивая устойчивость к аддитивным помехам.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-07-90317, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).



## Литература

1. Пономарева И.Д., Цепков Г.В. Сверхбыстрый спектральный анализ// "Проблемы управления и информатики" -1998.- N 1.- С. 107-114.
2. Пономарева И.Д., Марков В.А., Цепков Г.В. Специальные функции в задачах защиты информации// Захист інформації. - К.: КМУЦА, 2000. - С.40-48.

## Векторизация бинарных растровых изображений на основе аппроксимации

*Л.М. Местецкий*

(Тверь)

Бинарное изображение – это двухцветная картинка, представляющая объект одного цвета на фоне, имеющем другой цвет. Дискретное бинарное изображение (ДБИ) определяется как разбиение множества всех точек евклидовой плоскости с целочисленными координатами на два подмножества: конечное, называемое объектом, и бесконечное, называемое фоном. ДБИ является хорошей моделью для представления реальных изображений, полученных в результате сканирования и бинаризации [1].

Под векторизацией обычно понимается описание исходного растрового изображения совокупностью непрерывных линий [2]. Традиционно методы векторизации строятся по следующей базовой схеме:

- выделение так называемых срединных осей в исходном растровом изображении с помощью методов математической морфологии [3,4];
- аппроксимация срединных осей непрерывными ломаными линиями.

Такой подход требует достаточно больших затрат времени, не дает возможности построить строгие критерии качества векторизации и оптимизировать ее результат, мало полезен для синтеза изображений. Предлагаемый нами подход основан на идее немедленного перехода от ДБИ к непрерывному описанию изображения без использования морфологических преобразований.

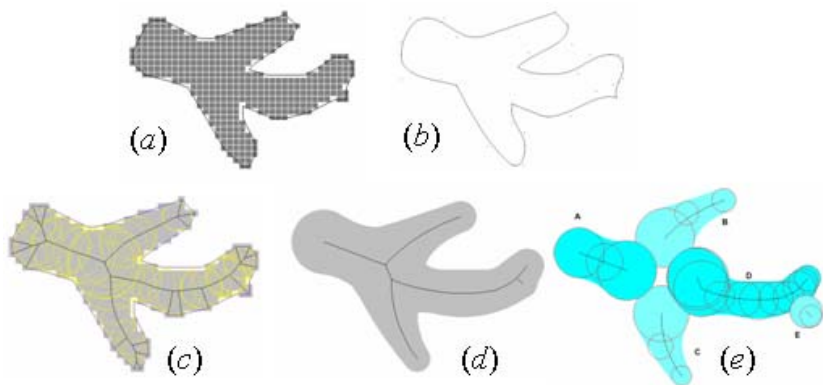


Рис.1. Непрерывная векторизация ДБИ: построение кусочно-линейной границы (b) аппроксимация границы составными кривыми Безье (c) построение непрерывного скелета (d) построение гравюры (e) структура жирных кривых Безье, составляющих гравюру.

Математическая постановка задачи состоит в аппроксимации ДБИ непрерывным бинарным изображением (НБИ). НБИ – это подразбиение евклидовой плоскости, индуцированное конечным множеством непересекающихся замкнутых ограниченных областей. Объектом в этом случае является множество точек, принадлежащих этим областям, а фоном – все остальные точки плоскости. Мы рассматриваем три формы представления НБИ в виде непрерывных линий: граничную, скелетную и циркулярную. Граничная векторизация состоит в аппроксимации ДБИ многоугольной фигурой (рис.1a) – ограниченным подмножеством евклидовой плоскости, граница которого состоит из конечного числа непересекающихся многоугольников. Многоугольная фигура аппроксимирует ДБИ, если она разделяет все точки объекта и фона. Среди всех многоугольных фигур, аппроксимирующих ДБИ, существует фигура минимального периметра. Именно ее предлагается использовать в качестве граничного представления НБИ.

С использованием многоугольной фигуры может быть построено так называемое непрерывное скелетное представление НБИ (рис.1c), которое определяется на основе понятия пустого круга. Пустой круг НБИ – это круг на евклидовой плоскости, не содержащий внутри себя точек границы НБИ. Максимальный пустой круг НБИ – это пустой круг, не содержащийся ни в одном другом пустом круге, не равном ему самому. Скелетом НБИ называется геометрическое место точек, являющихся центрами максимальных пустых кругов. Скелет есть множество серединных осей – линий равноудаленных от границ НБИ. Эти два множества (серединных осей и максимальных кругов) задают скелетное представление НБИ.



Рис.2. Скелетная векторизация при сегментации рукописного текста (a) исходное ДБИ, полученное в результате сканирования; (b) многоугольная фигура и скелетное представление; (c) выделение штрихов на основе анализа скелета.

Циркулярное представление НБИ определяется на основе понятия жирной линии. Жирной линией  $F=(u(t),v(t),r(t))$  называется множество точек, образованное объединением  $S=\cup C_t$  семейства кругов

$$C_t = \{(x,y) \in R^2: (x-u(t))^2 + (y-v(t))^2 \leq r(t)^2\}, t \in [a,b]$$

на евклидовой плоскости  $R^2$ . Кривая  $P(t)=(u(t),v(t))$  называется осью жирной линии, а  $r(t)$  – ее шириной. Жирную линию можно рассматривать как след от перемещения окружности  $C_t$  переменного радиуса  $r(t)$  вдоль оси  $P(t)$ . Для математического описания жирных линий (функций  $u(t),v(t)$  и  $r(t)$ ) хорошо подходят сплайны Безье. Такие линии называются жирными кривыми Безье.

Задача циркулярной аппроксимации НБИ состоит в построении циркулярного представления, отклоняющейся от аппроксимирующей многоугольной фигуры в пределах заданной точности (рис. 1d, e).

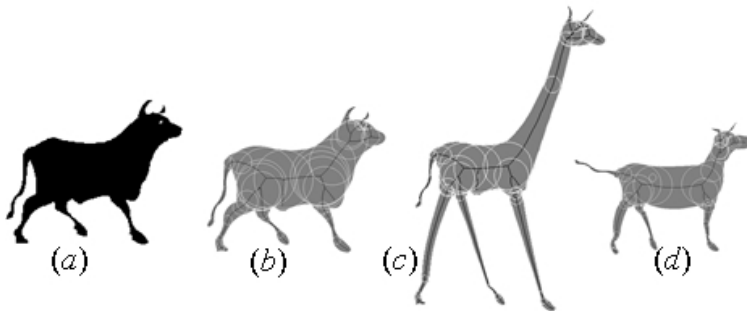


Рис.3. Циркулярная векторизация при синтезе изображений: (a) исходное ДБИ; (b) циркулярное представление ДБИ; (c, d) новые изображения, полученные в результате преобразования циркулярного представления.

Нами предложены эффективные алгоритмы решения задач граничной, скелетной и гравюрной векторизации [5-7]. Основные результаты реализации предложенного подхода состоят в существенном расширении возможностей применения векторизации в задачах анализа и синтеза изображений, а также в повышении вычислительной эффективности алгоритмов векторизации.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (РФФИ) – проект 99-01-00829 и Американского фонда гражданских исследований и развития – проект RM2-2245.

### **Литературы**

1. Фурман Я.А., Юрьев А.Н., Яншин В.В. Цифровые методы обработки и распознавания бинарных изображений. Красноярск, 1992.
2. Wenyin L., Dori D. From raster to vectors: extracting visual information from line drawings. *Pattern Analysis & Applications*, №2, 1999.
3. Старовойтов В.В. Локальные геометрические методы цифровой обработки и анализа изображений. Минск, 1997.
4. Heijmans H.J.A.M. Mathematical morphology as a tool for shape description. In “Shape in picture, mathematical description of shape in gray-level images”, NATO ASI series, vol.126, 1994.
5. L.M.Mestetskiy. The continuous skeleton of the digital binary image. *Proc. of Graphicon'98, Moscow*, 1998.
6. Л.М.Местецкий. Скелетизация многоугольной фигуры на основе обобщенной триангуляции Делоне. *Программирование*, №3, 1999.
7. L.M.Mestetskiy. Fat curves and representation of planar figures, *Computers & Graphics*, Vol.24 (1-2), 2000.

## **Построение скелета области с кусочно-гладкой границей на основе полигональной аппроксимации**

*Л.М. Местецкий, И.А. Рейер*

(Москва)

Во многих задачах распознавания изображений генерация признаков осуществляется на основе анализа формы объектов. Именно такой подход традиционно применяется, например, в системах распознавания стилизованных рукописных символов. При этом растровое изображение можно рассматривать как представление некоторого исходного объекта с непрерывной границей, получаемое в результате дискретизации. Структурные свойства исходной непрерывной области описываются ее скелетом - геометрическим местом точек-центров максимальных пустых вписанных кругов. Необходимо как можно более точно (в топологическом и метрическом смысле) восстановить этот скелет по растровому представлению. Традиционно при обработке изображений пользуются либо растровым скелетом растрового изображения объекта, либо скелетом полигональной фигуры, аппроксимирующей растровое представление. Каждая из этих конструкций содержит часть, сходную со скелетом исходной фигуры. Однако, помимо этой "близкой" части, скелет содержит и другие элементы, наличие которых обусловлено шумовыми искажениями на растре в обоих случаях и полигональным характером границы во втором.

Разработка методов удаления таких "лишних" элементов ("стрижки" скелета или skeletal pruning) с целью получения скелета как можно более "близкого" скелету исходной области является актуальной и популярной задачей. Обзор и классификацию таких методов можно найти, например, в работе [1].

Большинство существующих на данный момент методов "стрижки" основано на разного рода эвристиках. Однако результаты, полученные в работе [2], позволяют решить эту задачу вполне строго.

Следуя [2], будем называть область  $\Omega \in R^2$  нормальной, если выполнены следующие условия: множество  $\Omega$  - компакт; граница  $\partial\Omega$  области  $\Omega$  представляет собой объединение конечного числа замкнутых контуров, каждый из которых в свою очередь состоит из конечного числа участков аналитических кривых.

Согласно [3], скелет нормальной области имеет графоподобную структуру: он состоит из конечного числа вершин, соединенных ребрами - участками аналитических кривых. При этом степень вершины равна количеству ее касательных компонент, то есть общих сегментов границы соответствующего вершине пустого круга и границы области (касательная компонента очевидно является либо точкой, либо дугой окружности).

Пусть  $\Omega$  - нормальная область. Рассмотрим множество максимальных пустых кругов области  $\Omega$ ,  $CORE(\Omega)$ . Пусть  $C \in CORE(\Omega)$  - некий пустой круг из этого множества,  $r(C)$  - радиус этого круга. Теперь рассмотрим множество точек - терминальных (то есть имеющих степень 1) вершин скелета области,  $T(\Omega)$ . Пусть  $p \in T(\Omega)$  - терминальная вершина из этого множества,  $\theta(p)$  - угол, который образуют радиусы, соединяющие центр соответствующего  $p$  пустого круга с крайними точками касательной компоненты. Тогда с областью  $\Omega$  связаны следующие величины:

$$p_{\Omega} = \inf_{C \in CORE(\Omega)} r(C), \theta_{\Omega} = \inf_{p \in T(\Omega)} \theta(p).$$

Будем называть нормальной область  $\Omega$  инъективной, если  $p_{\Omega} > 0$  и  $\theta_{\Omega} > 0$ .

Обозначим  $MA(\Omega)$  - скелет области  $\Omega$ ;  $H(A|B)$  - относительное хаусдорфово расстояние от множества  $A$  до множества  $B$ :

$$H(A|B) = \max_{p \in A} d(p, B).$$

В [2] доказаны следующие утверждения, устанавливающие связь между скелетом нормальной области и скелетом ее инъективной аппроксимации.

**Утверждение 1:** Пусть  $\Omega$  - инъективная область,  $\Omega'$  - нормальная область такие, что  $H(\partial\Omega, \partial\Omega') < \varepsilon$ ,  $H(\Omega, \Omega') < \varepsilon$ , где

$$\varepsilon < \min \left\{ \rho_{\Omega} t g^2 \frac{\theta_{\Omega}}{2}, \frac{\rho_{\Omega}}{2} \right\}$$

Тогда

$$H(MA(\Omega) | MA(\Omega')) < \frac{\rho_{\Omega} \varepsilon}{\rho_{\Omega} \sin^2 \frac{\theta_{\Omega}}{2} - \varepsilon \cos^2 \frac{\theta_{\Omega}}{2}}.$$

**Утверждение 2:** Пусть  $\Omega$  - нормальная область, а  $\Omega_1, \Omega_2$  - инъективные области такие, что  $H(\partial\Omega_i, \partial\Omega) < \varepsilon$ ,  $H(\Omega_i, \Omega) < \varepsilon \forall i = 1, 2$ .

Пусть  $\rho = \min \{ \rho_{\Omega_1}, \rho_{\Omega_2} \}$ ,  $\theta = \min \{ \theta_{\Omega_1}, \theta_{\Omega_2} \}$  и пусть

$$0 < \varepsilon < \min \left\{ \rho t g^2 \frac{\theta}{2}, \frac{\rho}{2} \right\}.$$

Тогда

$$H(MA(\Omega_1), MA(\Omega_2)) < \frac{2\rho\varepsilon}{\rho \sin^2 \frac{\theta}{2} - 2\varepsilon \cos^2 \frac{\theta}{2}}.$$

То есть, аппроксимируя исходную нормальную область инъективной областью в хаусдорфовой метрике, аппроксимируем скелет исходной области скелетом инъективной области в смысле относительного расстояния Хаусдорфа. При этом, если две инъективные области аппроксимируют область с одинаковой точностью, их скелеты близки в хаусдорфовой метрике.

Таким образом, если предположить, что исходная область является нормальной, задача восстановления скелета исходного объекта сводится к задаче построения инъективного представления, аппроксимирующего исходную область в хаусдорфовой метрике и сохраняющего топологические характеристики исходной области.

В данной работе рассматривается модификация метода "стрижки" скелета полигональной фигуры, предложенного в [4], позволяющая по скелетному представлению полигональной аппроксимации построить скелетное представление инъективной области, аппроксимирующей исходную нормальную область с требуемой точностью.

При использовании предлагаемого нами подхода, на основе растра строится полигональное приближение исходной фигуры [5]. Полигональная область аппроксимирует исходную с точностью до размера пиксела сетки растра. Кроме того, если считать, что топология исходной области совпадает с топологией области, восстановленной по растровому представлению (то есть исходная фигура не содержит отверстий и разрезов, потерянных при дискретизации), то полигональное представление сохраняет топологию исходной области.

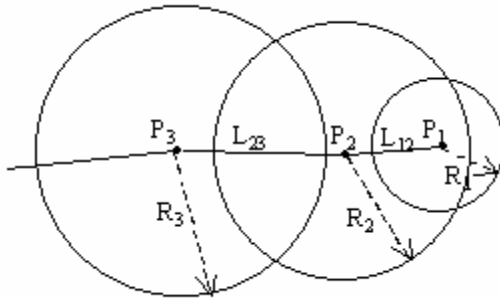


Рис. 1

Рассмотрим ребро скелета  $P_1P_2$  (рис. 1), у которого вершина  $P_1$  имеет степень 1 (является терминальной), а вершина  $P_2$  – степень больше 1.

Пусть  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы пустых кругов бисектора  $P_1P_2$ , а  $L_{12}$  – расстояние между  $P_1$  и  $P_2$ . Из геометрических соображений очевидно, что хаусдорфово отклонение кругов  $P_1$  и  $P_2$  есть  $\delta_{12} = L_{12} + |R_2 - R_1|$ . Тогда если

$\delta_{12} < \varepsilon$ , то все внутренние точки пустых кругов, соответствующих этому ребру, удалены от круга  $P_2$  не более, чем на  $\varepsilon$ . Следовательно, если задаться точностью аппроксимации  $\varepsilon$ , ребро  $P_1P_2$ , может быть исключено из скелета. В результате степень вершины  $P_2$  понижается на 1 и может стать равной 1. Тогда с ребром  $P_2P_3$  может быть проделана аналогичная проверка: если  $\delta_{12} + \delta_{23} < \varepsilon$ , где  $\delta_{23}$  есть хаусдорфово отклонение кругов  $P_2$  и  $P_3$ , то ребро  $P_2P_3$  также может быть исключено из скелета. С каждым из терминальных ребер скелета может быть проделана аналогичная процедура.

Теперь рассмотрим те терминальные вершины и инцидентные им ребра скелета полигональной области, которые не могут быть исключены в результате применения приведенного выше правила. С каждой такой терминальной вершиной проделаем следующее: заменим эту вершину на внутреннюю точку инцидентного ребра, лежащую на расстоянии  $\varepsilon$  от вершины.

Нетрудно показать, что оставшееся в результате представление описывает инъективную область. В самом деле, первоначальные терминальные вершины скелета полигональной области, то есть те и только те вершины, для которых радиус и угол пустого круга равны нулю, удалены. Данная инъективная область аппроксимирует полигональную с точностью  $\varepsilon$  в хаусдорфовой метрике и сохраняет топологическую структуру полигональной области, так как удалению подвергаются только терминальные вершины, а циклы скелета сохраняются.

Таким образом, общая структура алгоритма "стрижки" имеет следующий вид: на первом этапе мы исключаем те ребра, которые могут быть удалены целиком, без нанесения ущерба точности представления фигуры; на втором этапе мы "укорачиваем" оставшиеся терминальные (инцидентные терминальным вершинам) ребра скелета полигональной фигуры так, чтобы полученное представление описывало инъективную область.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований (РФФИ) – проект 99-01-00829.

### Литература

1. Shaked D., Bruckstein A.M. Pruning medial axes // Computer Vision and Image Understanding, Vol. 69, No. 2, 1998, pp. 156-169.
2. Choi S.W., Lee S.W. Stability Analysis of Medial Axis Transform under Relative Hausdorff Distance // Proceedings of the 15<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition, Barcelona, 2000, pp. 139-142.
3. Choi H.I., Choi S.W., Moon H.P. Mathematical theory of medial axis transform // Pacific Journal of Mathematics, Vol. 181, No. 1, 1997, pp. 57-88.
4. Рейер И.А. Сегментация штрихов и их соединений при распознавания рукописного текста // Труды межд. конф. "Графикон-99", Москва, 1999. С. 151-155.
5. Местецкий Л.М. Непрерывный скелет бинарного растрового изображения // Труды межд. конф. "Графикон-98", Москва, 1998.

## **Обработка спектрально-зональных данных дистанционного зондирования с использованием методов классификации**

*А.Ф. Мухамедгалиев, И.А. Мухамедгалиев, С.Р. Остапов*

(г. Алма-Ата)

Известно, что спектрально-зональные данные дистанционного зондирования (ДДЗ) являются наиболее информативным источником получения информации о состоянии природных объектов. Действительно, объекты неразличимые в одних спектральных диапазонах могут иметь различия в других спектрах или в их комбинациях. В большинстве случаев для автоматизированного дешифрирования данных дистанционного зондирования используются синтезированные космические изображения,



являющиеся комбинациями цифровых изображений земной поверхности, снятых в различных спектральных зонах. В настоящей работе рассматривается один метод построения синтезированного изображения, основанный на использовании математического аппарата кластерного анализа.

Пусть:

$$\left\| R_{ij}^1 \right\|_{m \times n}, \left\| R_{ij}^2 \right\|_{m \times n}, \dots, \left\| R_{ij}^t \right\|_{m \times n}$$

набор числовых матриц, описывающих изображение земной поверхности, снятых в  $t$  спектральных диапазонах,  $\Gamma_{ij}^k$ ,  $k = 1, \dots, t$  – элементы матриц (пиксели), характеризующие яркостные характеристики каждого из изображений.

Для каждой матрицы  $R^v = \left\| R_{ij}^v \right\|_{m \times n}$ , определим матрицу смежности

$M^v$ , как:

$$m_{ij}^v = \begin{cases} 1, & \text{если } \rho(r_i^v, r_j^v) \leq \varepsilon^v \\ 0, & \text{в остальных сл.} \end{cases}, \quad \varepsilon^v - \text{порог близости,}$$

$$\rho(r_i^v, r_j^v) = |r_i^v - r_j^v| - \text{расстояние между пикселями } r_i \text{ и } r_j \text{ на}$$

изображении, описанное матрицей  $M^v$ .

Снимки спектральных каналов, полученные аппаратурой дистанционного зондирования представляют собой полутоновые изображения с числовыми значениями от 0 до 255. Поэтому значения порога близости будет находиться в пределах  $0 \leq \varepsilon \leq 255$ .

Нетрудно видеть, что в результате применения указанного решающего правила к каждой матрице  $R^1, R^2, \dots, R^t$  получим набор матриц:

$$M^1, M^2, \dots, M^t,$$

которые легко объединяются в матрицу групповых решений:

$$C = \left\| C_{ij} \right\|_{q \times q}, \quad q = m \times n.$$

в результате применения следующего решающего правила:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } \sum_{v=1}^t m_{ij}^v \geq \lambda \\ 0, \text{ в остальных случаях} \end{cases}$$

Известно, что при выполнении на матрице групповых решений отношения транзитивности она единственным образом порождает результирующее разбиение исследуемого множества объектов на непересекающиеся классы. Дальнейшая задача состоит в коррекции объектной структуры матрицы групповых решений до вида, удовлетворяющего отношению транзитивности. Методы и алгоритмы коррекции матрицы групповых решений приведены в [1].

В результате применения предлагаемого метода обработки спектрональных изображений будет построено разбиение множества пикселов, описывающих каждое из изображений на однородные классы.

Варьируя значения параметров:

$$\mathcal{E}^1, \dots, \mathcal{E}^t, \lambda,$$

можно получить различные типы синтезированных изображений изучаемой земной поверхности.

Учитывая большой объем обрабатываемой информации при анализе спектрональных данных дистанционного зондирования предлагаемый метод наиболее эффективно может быть использован для обработки локальных участков космических изображений.

### Литература

1. Мухамедгалиев А.Ф. Методы коррекции разбиений в задачах синтеза алгоритмов классификации (таксономии).- Алма-Ата, Наука, 1991г, 141 стр.

## Тестирование программ распознавания белок-кодирующих областей в геномах

*Н.Н. Назипова, В.В. Панюков, М.Н. Устинин*  
(Пушино)

В настоящее время существует ряд программных средств для решения задачи анализа протяженных фрагментов геномных последовательностей. Благодаря хорошему техническому обеспечению работ по расшифровке ДНК объем получаемых данных постоянно увеличивается. Эти данные представляют собой протяженные символьные последовательности, составленные из букв определенного алфавита. Программы, о которых идет речь, пытаются решить задачу распознавания на этих символьных последовательностях участков, с которых, как с матриц, могут

синтезироваться белки - генов. Результаты этих распознаваний когда-нибудь биологами будут проверены экспериментально, но эта проверка - процесс дорогостоящий и не настолько автоматизированный, как секвенирование ДНК.

У биологов нет формальных правил для подобного распознавания. Большинство программ-распознавателей обучается на выборках экспериментально определенных генов и использует различные характеристики этих выборок [обзор см. 1]. Как правило, у каждой программы - свой набор параметров, по которым идет распознавание и свой метод. По этому результаты распознавания у разных программ на одних и тех же тестовых последовательностях отличаются.

Авторы предлагают метод выработки консенсусного решения по результатам анализа работы различных программ-распознавателей. Для этого создается база данных значений всех характеристик, используемых всеми известными программами, посчитанных на непротиворечивой, неизбыточной и представительной выборке реальных (экспериментально подтвержденных) генов. Затем выходные данные программ-распознавателей анализируются с использованием этого набора экспертных значений, что позволит пользователю принять решение о достоверности того или иного предсказания.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 01-01-00894, 00-01-00417, 01-07-90317, 00-01-05000).

#### **Литература**

1. Fickett J.W., Tung Ch.-Sh.(1992) Assessment of protein coding measures. NAR, V.20, 6441-64.

## **Применение методов распознавания в оптимизации тарифных планов**

*М.А. Никифоров*  
(Москва)

Прикладная задача разработки и тарифов актуальна для таких предметных областей, как биржевая торговля, сотовая связь, страхование, энергетика и транспорт. Она может быть поставлена в общем для них виде как исследование влияния тарифов на клиентские среды. Наиболее сложной проблемой, возникающей при решении задач указанного типа, является изучение влияния тарифа на соответствующие клиентские среды. Задача разработки тарифов решается организаторами транзакций. Под оптимальным тарифом подразумевается тариф, приводящий к максимальным сборам.

Отметим, что, как правило, при уменьшении тарифа возрастает число клиентов или интенсивность транзакций и, наоборот, при возрастании

тарифа ожидаемая реакция среды состоит в ее сжати. Поскольку сборы организатора транзакций пропорциональны как величине тарифа, так и объему клиентской среды, то очевидна обоснованность постановки задачи оптимизации тарифов как поиска экстремума.

В докладе рассматривается задача оптимизации тарифных планов, применяемых организатором биржевых торгов, т.е. биржевых комиссионных.

В настоящее время на ММВБ используются тарифные планы, вычисляемые как процент от объема сделок. Доход биржи представляется как произведение ставки комиссии на объем сделок.

При возрастании тарифа будет монотонно убывать характеристика объема клиентской среды. Но явный вид этой зависимости не известен, так как изменение тарифа – довольно редкое явление. Известно соотношение только для малого числа точек. Поэтому прогнозирование реакции среды на изменение тарифа может быть поставлено в виде задачи экстраполяции функциональной зависимости объема клиентской среды от величины тарифа по набору прецедентов.

В случае, когда прецедентов нет, т.е. впервые производится изменение тарифного плана, необходимо дополнительное исследование структуры клиентской среды. Здесь возможно введение кластеризации участников. Для нее применимы методы распознавания, определяющие принадлежность участника к заданному классу.

## **Об одном алгоритме распознавания узбекского машинописного текста**

*А.Х. Нишанов, М.Х. Худайбердиев, С.С. Раджабов*

(Ташкент)

С провозглашением независимости Республики Узбекистан и объявления государственным языком узбекский язык возникла необходимость обработки текста на узбекском языке, в том числе распознавание текста, получаемого через сканер.

Создано много программ, распознающих текст, полученный через сканер, к примеру, наиболее популярен программный продукт оптического распознавания текста фирмы ABYY Software "FineReader". Но к сожалению эти программы не предусматривают распознавание узбекских букв. Данный алгоритм позволяет распознать узбекские буквы.

Пусть дано растровое изображение текста. После предварительной обработки, описанной в [1], осуществляется специфическая сегментация, т.е. формируется сетка, в каждой ячейке которой находится изображение символа. Ячейка имеет такие минимальные размеры, чтобы на ней помещалось любое из распознаваемых изображений машинописной строки.

Для всех ячеек строки вычисляется  $W_k^l$  ( $l$  - номер строки,  $k$ -номер ячейки строки )

$$W_k^l = \frac{\sum_{i \in SG_k} \rho_i}{\max_{i \in SG_k} \{\rho_i\}},$$

где  $SG_k$  - изображение символа, расположенного в ячейке  $k$ ,

$\rho_i^k = \sqrt{(x_k - x_m)^2 + (y_k - y_n)^2}$  ( $m, n \in SG_k$ ). С помощью полученного результата и ранее построенного таким же образом эталона распознаем символ. Здесь нужно отметить, что полученный результат может иметь небольшую погрешность от эталона. Она определяется с помощью метода проб для каждого символа.

### Литература

1. Садыков С.С и др. Методы и алгоритмы цифровой обработки изображений // тип. НПО "Кибернетика". Ташкент, 1992. С. 31-85.

## Предварительное описание сцен: кластеризация контурных диполей

**С.О. Новиков**  
(Москва)

### 1. Постановка задачи

Проблема определения зон интереса на сцене и упорядочивания их структурного анализа с целью быстрого выделения наиболее значимых объектов является одной из сложных задач математической теории распознавания образов. Для ее описания обычно используется метод установления корреляций между удаленными областями изображения вблизи точек перехода через ноль с симметричными локальными пространственно-частотными характеристиками называемые – контурными диполями (КД). При этом на различных масштабных уровнях представления определяются кластеры центров КД, наиболее характерные из которых, с точки зрения контурной симметрии, с большой степенью вероятности соответствуют объектам, а соответствующие диполи – характерным областям на границах этих объектов. Такие процедуры могут

использоваться на этапах “раннего зрения”, позволяя сокращать время установления соответствия и интерпретации объектов на изображении.

## **2. Кольцевые операторы симметрии**

Следует отметить, что корректное определение объекта отсутствует и в основном определяется конкретной мотивацией наблюдателя. Поэтому в работе [1] делаются предположения о том, что во-первых, вся информация об объекте должна содержаться во множестве хорошо различимых (контрастных) точек границ, во-вторых, все объекты обладают определенным уровнем симметрии, определяемой конфигурацией соответствующих участков границ (контуров). Далее для выделения симметричных участков предлагалось использовать так называемые “кольцевые” операторы симметрии, определяющие в каждой точке изображения конфигурации пересечения участков контуров с кольцами, имеющими заданный для данного масштабного уровня размер, при этом вычислялась степень симметрии и направление срединной оси. Впервые использование кольцевых “масок” для выделения информации о симметрии было предложено в работе [2], где они использовались в смешанной волновой/диффузной модели. Недостатком перечисленных подходов является сужение определения объекта до уровня графических представлений контуров без учета какой-либо иной дополнительной информации, например, о полутоновых или текстурных характеристиках, к тому же понятие контура также является достаточно субъективным, хотя и не в такой степени как понятие “объект”. Тем не менее, очевидным плюсом является комбинация локальных операторов выделения контуров и операторов удаленных связей на различных масштабных уровнях, что вместе дает высокую устойчивость описания даже в случае отсутствия четких границ и невозможности явной сегментации.

## **3. Контурные диполи**

Предлагается использовать информацию о всех парах точек, где полутоновые характеристики (например, значение оператора Лапласа или Марра) имеют особенность выше уровня, характерного для шума. Каждая пара таких точек, является ее КД и представляется параметрами описания локальных окрестностей вокруг каждой из этих точек (полюсов КД), в которые входят координаты, векторы градиентов или некоторая иная оценка ориентации и любая дополнительная информация, которую можно получить локальными операторами (коэффициенты ортогонального преобразования, статистика полутонов и т.д.). По данному описанию вычисляется мера структурности  $S$ , которой, например, для случая описания только с помощью координат и градиентов может выглядеть следующим образом:

$$S = -\alpha \frac{(G_1, G_2)(G_1, R)}{\sqrt{G_1^3 G_2 R}} \quad (1)$$

где  $a = b = -1/2$ ,  $G_i$  – вектор градиента в  $i$ -м полюсе,  $R$  – вектор диполя,  $\alpha$  – нормированный коэффициент ( $\alpha > 0$ ).

Использование другой информации об областях вокруг полюсов КД можно учесть, умножив выражение в правой части (1) на значение некоторого критерия подобия  $\beta$  в (например, на значение критерия Колмогорова-Смирнова для оценки соответствия статистик полюсов):

$$S' = \beta S(2). \quad (2)$$

Таким образом, суть предлагаемого алгоритма состоит в кластеризации центров КД, каждый из которых получает вес равный оценке структурности  $S'$ , и разметке полюсов, соответствующих точкам различных кластеров. При этом первое определяет аналог срединных осей, а второе – границ объектов. Следовательно, контура заранее не выделяются, и весь субъективизм переносится на уровень определения функции структурности (2), и здесь уже можно надеяться, что существует некоторая универсальная функция, которая может обеспечить наиболее быстрое выделение необходимых объектов в большинстве жизненных ситуаций.

#### 4. Анализ вычислительной сложности

Пусть изображение имеет размер  $N \times N$ ,  $\rho$  – плотность точек перехода через ноль, тогда исходная сложность алгоритма  $\sim \rho^2 N^4$ . Если использовать иерархическое по масштабу представление и анализировать только КД, имеющие пересечение с окружностью заданного радиуса, то сложность становится  $\sim \rho^2 N^2$  и, поскольку, как показывает практика, результат изменяется незначительно при небольшом фиксированном изменении масштаба (5-10%), то алгоритм становится линейным по входным данным. Таким образом, использование кольцевых операторов в нашем случае обосновано сокращением вычислительной сложности. С другой стороны, сканирование окружностями позволяет учесть компактность объекта по расстоянию между центром КД и центром окружности. Примеры кластеров, выделенных предложенным методом приводятся в докладе. Так как операция вычисления параметра структурности  $S'$  в общем случае достаточно трудоемкая, можно воспользоваться методами восстановления случайного поля по его замерам, выполненных по некоторой сети [3]. Поскольку наиболее существенные кластеры обладают высокой степенью локализации, сеть должна быть

нерегулярной и определяться по случайному набору точек перехода через ноль (центры окружностей берутся по заданному смещению вдоль направления градиента).

### **Заключение**

Предложенный метод учитывает удаленную корреляцию между точками на контуре без явного априорного выделения контуров и без какой-либо предварительной сегментации. При этом естественным образом определяются пространственные структуры, соответствующие срединным осям и границам. Использование кольцевых операторов в нашем случае также обосновывается сокращением вычислительной сложности. Возможны различные виды развития и обобщения метода за счет учета других локальных характеристик.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №01-01-00758).

### **Литература**

1. Kelly M.F., Levine M.D. Finding and describing objects in complex images // в.сб. Advances in image understanding, IEEE Computer Society Press, 1996, pp. 209-225.
2. Scott G.L., Turner S.C., Zissermann A. Using a mixed wave/diffusion process to elicit the symmetry set. Image and vision computing, 7(1), 1989, pp. 63-70.
3. Бахтин Ю.Ю., Данилов А.В., Канцель А.В., Червоненкис А.Я. Метод восстановления поля условных распределений по эмпирическим данным // Автоматика и телемеханика, № 12, 2000, с.75-86.

## **Современные методы спектрального анализа в применении к данным магнитной энцефалографии**

*М.М. Ольшевец, М.Н. Устинин*

(Пушино)

Исследовались записи спонтанной и вызванной магнитной активности головного мозга человека [1]. Эксперименты проводились с контрольной группой здоровых добровольцев и с пациентами, страдающими болезнью Паркинсона, фантомными болями и другими расстройствами. Такие записи (магнитоэнцефалограммы, МЭГ) представляют собой временные ряды с низким соотношением сигнал/шум и резкими изменениями амплитуды сигнала.

Для спектрального анализа МЭГ использовался мультитэйперный анализ – модификация Фурье-анализа [2]. В данном методе в качестве оконных функций в преобразовании Фурье используются дискретные вытянутые волновые сферoidalные функции. Такие оконные функции взаимно ортогональны и обладают наилучшей локализацией спектра в частотном пространстве среди всех возможных последовательностей данной длины.



В применении к данным МЭГ мультитэйперный анализ дает лучшие результаты по сравнению с классическим Фурье-анализом. Показано увеличение активности в области  $\theta$ -ритма у пациентов по сравнению с контрольной группой. Разработано программное обеспечение, реализующее описанный подход. Предусмотрено варьирование и настройка различных параметров метода. Возможно получение наборов данных в зависимости от параметров для каждого канала записи МЭГ или группы каналов. Разрабатываются подходы к автоматическому определению параметров метода в зависимости от исследуемых данных. Планируется попытка пространственной локализации очагов активности в мозге по данным мультитэйперного спектрального анализа записей МЭГ. Возможности визуализации и дальнейшего исследования результатов спектрального анализа в соотнесении с другими данными интегрированы в общий программный комплекс анализа данных магнитной энцефалографии, разрабатываемый коллективом авторов в Институте математических проблем биологии РАН.

Задача выделения моментов проявления патологической активности в записи сигнала в отдельном канале магнитоэнцефалографа решалась с использованием wavelet-преобразования сигнала. При разложении функций (сигналов) по wavelet-базису обеспечивается высокая чувствительность к локальным изменениям исследуемой функции. Существуют эффективные алгоритмы быстрого преобразования исходного сигнала в пространство коэффициентов разложения [3]. Дальнейшая обработка цифровых массивов с использованием wavelet-базисов ведется в пространстве коэффициентов.

Схожесть формы сигнала, появляющегося в моменты тремора у пациентов, страдающих болезнью Паркинсона, с wavelet-функциями, позволяет рассчитывать на выделение паттерна патологической активности в записи МЭГ и компактное представление такого паттерна в соответствующем wavelet-базисе. Затем подобный паттерн ищется в записи МЭГ больных паркинсонизмом без тремора (т.е. в отсутствие дополнительной информации о моменте возникновения и продолжительности патологического сигнала). Поиск осуществляется путем сравнения коэффициентов разложения по выбранному базису данной записи МЭГ и запомненного паттерна.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 01-01-00894, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### Литература

1. Llinas R.R., Ribary U., Jeanmonod D., Kronberg E., and Mitra P.P. Thalamic cortical dysrhythmia: A neurological and neuropsychiatric syndrome

- characterized by magnetoencephalography. // PNAS, 1999, vol. 96, pp. 15222–15227.
2. Persival D., Walden A. Spectral analysis for physical applications. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1993.
  3. S. Mallat. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of  $L^2(\mathbb{R})$ . // Trans. AMS, 1989, vol. 315, pp. 69-87.

## **Распознавание функциональных свойств белков по их первичной структуре**

*В.В. Панюков, А.А. Сорокин, А.Е. Сельков*  
(Пушкино)

Быстро увеличивающееся число известных в молекулярной биологии первичных последовательностей белков выдвигает на первое место задачу их автоматизированной классификации. Для этой цели созданы и разработаны десятки баз белков и ДНК, крупнейшими из которых являются EMBL, GenBank, DDBJ, SWISS-PROT, PIR.

В силу стремительно увеличивающегося объема информации, весьма значительную роль в решении проблемы классификации призвана сыграть автоматизированные методы функциональной аннотации расшифрованных полных геномов. Сегодня эти методы находятся ещё в начале пути своего развития, о чем говорят довольно скромные результаты. Так, в наиболее исследованном геноме *Escherichia coli* из 64% известных от общего числа генов только 60% обязаны автоматизированному подходу, а функции остальных 40% белков описаны с привлечением экспериментальных методов [1].

Суть автоматизированной процедуры предсказания функций заданного белка сводится к распознаванию тех белков из базы данных, которые похожи на заданный. Если среди найденных белков имеются с уже известными свойствами, то свойства изучаемого белка предсказываются по аналогии. К обычным трудностям распознавания сходства, таким как незнание функционала, оценивающего сходство и чувствительность к обучающей выборке, добавляется зависимость функционала от принадлежности белков к тому или иному семейству. Поэтому в процедуру поиска, в силу обстоятельств, закладывается функционал мало чувствительный к свойствам изучаемого объекта, избирательность поиска уменьшается и на выходе оказывается обширное множество аналогов, для обработки которого требуются свои процедуры. Понятно, что с увеличением числа аналогов достоверность предсказания свойств изучаемого белка падает.

В настоящей работе изучается путь, позволяющий увеличить достоверность предсказания. Этот путь заключается в том, что изучаемый объект помещается в кластер неформально связанных с ним объектов. Для

белка таким естественным кластером является кластер ортологов - гомологичных последовательностей из различных геномов и кластер паралогов - гомологичных последовательностей в пределах одного генома [2].

Теперь в базе данных ищутся не отдельные объекты, но кластеры, сходство которых выражается таблицей. Размер таблицы равен произведению размеров сравниваемых кластеров. Фактически это граф, вершины которого суть объекты кластеров. Типичный граф содержит несколько миллионов вершин. Это дает представление о сложности задачи.

Согласно функционалу сходства, который используется в данной работе, трудоемкость задачи имеет две, составляющих ее, величины – полиномиальную (в большей части линейную) по числу ребер графа и трудную. Задержимся на происхождении трудной части. Дело в том, что основной вклад в сходство кластеров дают клики графа. Для точной оценки сходства, в рамках поставленной задачи, требуется список всех максимальных подклик. Как известно, задача КЛИКА является NP-полной [3]. Используемые нами алгоритмы вычисляют точное значение функционала за приемлемое время в случае разреженных графов, графов у которых отношение числа ребер  $E$  к числу вершин  $V$  не слишком близко к  $(V-1)/2$ . Плотные графы, у которых указанное отношение велико, имеют обычно большое число немаксимальных клик. Это сильно замедляет получение конечного результата. В этом случае используются приближенные оценки значения функционала сходства.

Использование кластеров привносит качественно новый аспект в методы автоматизированного распознавания функциональных свойств белка. А именно, появляется возможность, выделять многофункциональные белки, что является весьма важным начальным этапом автоматизированного построения базы профилей для функционально-значимых блоков у белковых последовательностей.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 01-01-00894, 01-07-90317, 00-01-05000).

### Литература

1. С.А. Боринская, Н.К. Яковлев. (1999) Структура прокариотических геномов. Молекулярная биология, 3(6), 941-957.
2. R.L. Tatusov, M.Y. Galperin, D.A. Natale, E.V. Koonin. (2000) The COG database: a tool for genome-scale analysis of protein functions and evolution. Nucleic Acids Res., 28(1), 33-36
3. М. Гэри, Д. Джонсон (1982) Вычислительные машины и трудно решаемые задачи, Москва “Мир”.
4. В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич (1990) Лекции по теории графов. Наука. Физматлит.

5. A.J. Enright C.A. Ouzounis. (2000) GeneRAGE: robust algorithm for sequence clustering and domain detection. *Bioinformatics*, 16(5), 451-457.
6. S.F. Altschul, T.L. Madden, A.A. Schaffer, J. Zang, Z. Zang, W. Miller, D.J. Lipman. (1997) Gapped BLAST and PSI-BLAST: a new generation of protein database search programs. *Nucleic Acids Res.*, 25, 3389-3402

## **Математическое моделирование пространственно-временной эволюции биоэлектрических процессов в сердце**

*А.Н. Пешехонов, К.А. Узниц, О.А. Кацюба*

(г. Самара)

Существенные преимущества методов картирования электрического поля сердца (ЭПС) перед стандартной методикой ЭКГ по точности диагностики обусловлены не только увеличением объема исходной информации при измерении потенциала множественными отведениями, распределенными по поверхности грудной клетки, но и открывающимися возможностями более содержательной и подробной оценки электрофизиологического состояния сердечно-сосудистой системы [1-3]. При этом на основе биофизических закономерностей и соотношений электродинамики определяются электрофизиологическое состояние и пространственно-временные эволюции биоэлектрического процесса в миокарде с привязкой к анатомической структуре сердца. Указанные возможности реализуются при помощи современных компьютерных систем поверхностного маппинга 4 поколения.

Важнейшей составной частью таких измерительно-вычислительных комплексов (ИВК) является система отведений.

Как показывает оценка известных систем наиболее точной и, удовлетворяющей перечисленным требованиям, является система отведений серии NEKTAL, содержащая 26, 30, 32, 48 грудных электродов. Однако использование 26 отведений приводит к искажениям моментных эквипотенциальных карт, тогда как система отведений содержащие 30 и 32 электрода сохраняет практически все существенные особенности формы поверхностного потенциала, но наиболее высокое качество воспроизведения карт поверхностного потенциала дает система отведений NEKTAL-48, разработанная в Институте проблем передачи информации РАН [4]. Отметим, что система отведений NEKTAL-48 была успешно применена в педиатрической практике на кафедре факультетской педиатрии и детских инфекций Самарского государственного медицинского университета.

В связи с линейностью модели потенциала относительно вектора неизвестных параметров существует возможность получения модели зависимости этого потенциала не только от пространственных координат, но и временных, с применением двухэтапной процедуры метода наименьших квадратов (МНК). На первом этапе для каждого фиксированного момента времени определяется оценка вектора параметров пространственной модели.

Полученные оценки параметров являются состоятельными и несмещенными, в связи с чем можно определить линейную модель изменения этих параметров во времени, для чего вторично применить МНК.

В качестве пространственной модели для каждого момента времени используется базовая модель  $\varphi^*(\rho) = \sum C_n(\rho)G_n$  [5], где

$\varphi^*$  - пространственный потенциал,

$\rho$  - сферические координаты,

$C_n$  - сферические функции,

$G$  - вектор неизвестных параметров.

Изменение параметров модели во времени можно рассмотреть как многомерную линейную авторегрессию определенного порядка (первично) с неизвестным вектором параметров, т.е. имеет место следующая модель:

$$C_{i+1} = B_0 C_i + \Xi_1(i+1), \text{ где } i - \text{ номер эксперимента}$$

$$Y_{i+1} = C_{i+1} + \Xi_2(i+1), \text{ где } B_0 - \text{ матрица неизвестных параметров порядка } p \times p, \text{ где } p = \dim C,$$

$\Xi_1(i)$  - случайный процесс,  $\Xi_2(i)$  - вектор помех наблюдений с математическим ожиданием = 0 (пространственные оценки параметров - несмещенные)

Пусть  $E(\Xi_1(i)\Xi_1^T(i)) = D_1$ , где  $E$  - оператор математического ожидания

$T$  - оператор транспонирования;

$D_1$  - дисперсионная матрица  $\Xi_1(i)$ .

$E(\Xi_2(i)\Xi_2^T(i)) = D_2$ , где  $D_2$  - дисперсионная матрица помех наблюдения.

Пусть  $b_{j\bullet}$  -  $j$ -я строка матрицы  $B_0$ ;

$Y_{i+1}^j$  -  $j$ -я строка вектора  $Y_{i+1}$ , т.к. при наличии  $\Xi_2(i)$  МНК не применим [6], то критерий оценивания параметров имеет вид:

$$\min_{b_{j\bullet} \in L} \frac{\sum_{i=1}^N (Y_{i+1}^j - b_{j\bullet} Y_i)^2}{(\sigma_j^2) + b_{j\bullet} D_2 b_{j\bullet}^T + (\sigma_j^1)^2}, \text{ где } L - \text{ некоторое открытое множество,}$$

$$(\sigma_1^2 \dots \sigma_p^2) = \text{diag} D_2$$

$$(\sigma_1^1)^2 \dots (\sigma_p^1)^2 = \text{diag} D_1$$

При использовании указанного критерия необходимо выполнить следующие условия [7]

$\{\Xi_1(i)\}$  и  $\{\Xi_2(i)\}$  - независимые последовательности

Множество  $L$  определено только для устойчивых систем и является компактом.

Для оценивания параметров матрицы  $B_0$  может быть применен как рекуррентный так и нерекуррентный алгоритм [6].

Пространственно-временная структура возбуждения сердца, описываемая выше приведенным методом, имеет биофизическое обоснование связанное со свойствами электродинамической системы «электрический генератор сердца – объемный проводник тела».

Таким образом, представленный выше метод дает возможность оценить нестационарную во времени модель, которая достаточно точно отражает особенности электрического процесса возбуждения в сердце, является более связанной с анатомическим и физиологическим его состоянием и не зависит от экстракардиальных факторов. Данная модель, на наш взгляд, является перспективной в плане решения обратной электродинамической задачи.

#### Литература

1. Lux R.L. // Comprehensive Electrocardiology. – N.Y.etc: Pergamon Press, 1989 –P.1001.
2. De Ambroggi L., Musso F., Taccardi B. // Ibid – P.1015.
3. Кнеппо P., Титомир L.I. // CRC. Crit. Rev. Biomed. Eng. – 1992- V. 19. – P.343.
4. Оптимальная система отведений для электрокардиографического картирования //Л.И. Титомир, Н.В. Корнеев, Э.А.И. Айду и др. //Кардиология.-1995.-№6.-С.46-50.
5. Адаптивная квазимультимольная аппроксимация потенциала для картирования кардиоэлектрического поля //Л.И. Титомир, П.Кнеппо, Э.А.И.Айду и др. //Человекомашинные системы и анализ данных: Сб.науч.тр.; Под ред. д.т.н. И.А.Овсевича. – Москва: ИППИ РАН, 1992- С.129-143.
6. Пешехонов А.Н., Кацюба О.А. Рекуррентные методы идентификации нелинейных динамических систем при наличии помех во входных и выходных сигналах // Интеллектуальные системы. - Труды IV Междунар. конфер., Москва, 28 июня-1 июля 2000 г.- М., 2000. - С. 97-99.
7. Пешехонов А.Н., Кацюба О.А. Идентификация сложных технологических систем при наличии помех наблюдений в предикатах // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика.- Труды Междунар. конфер., Москва, 1-2 марта 2000 г.- М., 2000. - С.218-220.

# **О некоторых вопросах применения алгебраического подхода к задачам распознавания в системах дистанционного обучения**

*О.В. Польшцева*

(Москва)

Дистанционным обучением (ДО) называется процесс формирования знаний у субъекта обучения с использованием компьютерных технологий и средств телекоммуникации [2]. В настоящее время уже существует большое количество образовательных учреждений, использующих в обучении телекоммуникационные системы обмена информацией. Однако говорить о полном решении этой актуальной образовательной задачи еще рано. Прежде всего, из-за низкой теоретической проработки вопросов контроля знаний обучаемого в системе дистанционного обучения или, как говорят кибернетики, в отсутствии «обеспечения принципа обратной связи» [5]. Существующая система дистанционного обучения фактически представляет собой систему заочного образования, в которой, на самом деле, увеличен только цикл самостоятельной работы студентов за счет использования средств телекоммуникаций и компьютеров. Очевидно, что система дистанционного обучения требует применения новых форм, методов обучения и контроля знаний обучаемых.

Существенной особенностью всех систем дистанционного образования (СДО) является разобщенность преподавателя и студента в течение значительной части периода обучения. Обратная связь в дистанционном обучении означает поток информации от педагога к дистанционному ученику на стадии оценивания педагогом деятельности учащегося, его продвижения и успехов и несущая реакцию педагога на успехи учащихся, оценку его деятельности (одобрение или неодобрение). Установлено, что планомерно и рационально организованная обратная связь чрезвычайно важна, так как способствует формированию устойчивой позитивной мотивации учебной деятельности. В традиционном обучении обратная связь осуществляется неосознанно, на уровне подсознания, с помощью мимики, жестов, интонации голоса педагога, его непосредственной реакции на ответ ученика в классе. При дистанционном образовании многие невербальные каналы общения педагога и ученика оказываются перекрытыми, поэтому обратная связь оказывается важнейшим опознанным и планируемым элементом педагогической технологии.

Существующие в настоящее время технологии организации ДО (сетевая и телевизионная технологии, кейс-технология) не обеспечивают в полной мере принципа обратной связи, т.к. разница между технологиями ДО лишь в форме передачи информации, будь то электронный пакет учебного материала или учебное пособие.

СДО позволяет преподавателю, находящемуся дома или на работе, всесторонне контролировать процесс обучения слушателя, сдачу экзамена и прохождения тестов. Преподаватель предлагает конкретный учебный план и имеет возможность контролировать весь процесс работы слушателя с учебным материалом, контролировать ход выполнения им лабораторных работ, вмешиваться в процесс обучения, а также назначать слушателю дополнительные тесты, изменяя в зависимости от необходимости условия сдачи экзаменов. Для общения между слушателями и преподавателем используется электронная почта, технологии IRC (чат), видеоконференции. В России широко применяются СДО Learning Space фирмы LOTUS, "Прометей", «Аванта».

Следует отметить, что одним из основных средств обучения через Интернет является электронный учебник. Важно правильное логическое построение электронного учебника, наличие в нем обратных связей, необходимых для контроля текущих знаний обучаемого. Он должен быть максимально личностным, адаптивным, автообновляемым. Используемые же сейчас электронные учебники, разработанные многими учебными заведениями, как правило, предлагают учащимся самостоятельное изучение материала.

СДО созданы с целью автоматизации рабочего места преподавателя, с целью упрощения его работы при создании и модификации учебных материалов и учебных заданий курса (например, отдельных его уроков, модулей, лекций, учебных пособий, заданий на тест, контрольных работ, лабораторных работ, курсовых проектов, экзаменов), с целью сокращения рабочего дня преподавателя. Учебный материал должен быть адаптирован под ученика, а для этого учитель должен обеспечивать своевременную обратную связь. При очной форме обучения это возможно, т.к. учитель непосредственно взаимодействует с каждым учеником, индивидуализируя и дифференцируя его обучение. В дистанционном обучении проблема не только в том, что учитель и ученик разделены расстоянием, но и в том, что один педагог вынужден взаимодействовать с большой группой студентов. Учитель не может в достаточно короткий срок воспринять и проанализировать сигналы обратной связи, поступающие сразу со всех рабочих мест.

В качестве решения вышеуказанной проблемы предлагается использовать подход, основанный на эмуляции «живого учителя» программой, т.е. замене учителя обучающей системой. Нужно, чтобы в основном обратную связь осуществляла программа, а учитель «включался» лишь в определенные моменты времени. Данная программа (алгоритм) будет обучаться действиям (реакциям) живого учителя на поведение (действия) обучаемого. Так, например, возьмем за критерий время, с которым ученик изучает текст. Если он это делает слишком долго или слишком быстро, то надо удостовериться в понимании им учебного



материала, задав направляющий вопрос или упражнение. Построение обучающего алгоритма основано на использовании алгебраического подхода к задачам распознавания, разработанного Ю.И. Журавлевым [1]. Такая программная система обеспечит решение проблемы с обратной связью.

### **Литература**

1. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации.//Проблемы кибернетики. Сб. статей. – М.:Наука, Вып.33, 1978.
2. Семенов В.В. и др. Развитие компьютерных технологий в дистанционном обучении. - М., 1999. 68 с. - (Новые информационные технологии в образовании: Обзор. информ. / (НИИВО; Вып 3).
3. Соловов А.В. Проектирование компьютерных систем учебного назначения: Учебное пособие. Самара: СГАУ, 1995.
4. Тихомиров В.П. Основные принципы построения Системы дистанционного образования России // Дистанционное образование. - 1998. - № 1.

## **Адаптивные секвенты в задачах анализа данных**

*И.Д. Пономарёва*

(Киев)

В докладе представлена теория обработки сигналов в адаптивных стохастических базисах. Вводится понятие адаптивных стохастических базисов непрерывного и дискретного аргумента. Источником для построения таких базисов служит анализируемый сигнал а также точки обращения в нуль производных сигнала и его нули.

Для обработки случайных процессов, которые получают в результате исследования объектов различной физической природы, используют, как правило, базис Фурье - систему тригонометрических функций (синус, косинус) различной частоты и единичной амплитуды.

Начиная с 80-х годов развивается новое направление - секвентный анализ, вытекающее из гармонического анализа и тесно с ним связанное. Каждая синусоида заменяется последовательностью разнополярных прямоугольных импульсов - секвентой, что приводит к значительному упрощению вычислительных операций и, следовательно, увеличению скорости обработки. Как известно, гармонические функции (синус и косинус) являются математической идеализацией, отражающей равномерное движение материальной точки по кругу или периодическое движение. Реальные случайные процессы, которые мы регистрируем, изучая объекты различной физической природы, не содержат четких периодов. Любая периодическая составляющая, являющаяся целью анализа того или иного случайного процесса, является по существу квазипериодической, т.е. основной период варьирует в определенных пределах.

Этот эффект квазипериодичности был положен в основу создания теории обработки сигналов в адаптивных секвентных базисах.

Адаптивный секвентный базис представлен некоторым множеством адаптивных секвент, определяемых по анализируемому процессу. Каждая адаптивная секвента состоит из прямоугольных разнополярных импульсов, соответствующих искомому квазиритму и строится по информативным точкам исходного сигнала. Такая секвента имеет с искомым ритмом одинаковое число переходов через нуль. Поэтому при анализе сигнала в адаптивном секвентном базисе мы получаем разложение сигнала на те условные ритмические компоненты, которые имеют место в действительности. Это чрезвычайно удобно при решении прикладных задач в биологии, медицине, геофизике, сейсмографии, радиолокации, морской гидролокации и ряде других областей.

Показано, что спектрально-корреляционные характеристики, находимые при обработке сигналов в этих базисах, получают эффективнее по быстродействию и экономии вычислительных средств и позволяют решать задачи моделирования, фильтрации и прогнозирования.

## **Построение систем диагностики и прогнозирования на основе модульной технологии**

*Ю.А. Прокочук*  
(Днепропетровск)

### **Постановка задачи**

Предполагается, что лицо, осуществляющее диалог с интеллектуальной управляющей системой (ИУС), имеет возможность всесторонне описать контролируемый процесс или событие с помощью разнообразных электронных форм, которые он может создавать самостоятельно в неограниченном количестве. При этом первичные данные о событиях и процессах должны храниться в том виде, как это принято стандартом описания. Следовательно, часть свойств, ввиду многообразия проявлений, может быть описана только текстовым блоком, например, жалобы больного, анамнез, объективные данные и т.д. Однако именно параметризация позволяет рассматривать данные как информацию, которая содержит, в частности, факторы риска (ФР) развития угрожающих состояний (УС). Таким образом, обязательное и однозначное выделение ФР в процессе заполнения текстовых разделов произвольных документов предполагает создание формализованного ограниченного профессионального языка (ОПЯ), содержащего операции обработки знаков данного языка. Операции обработки знаков позволяют, с одной стороны, выделять ФР, с другой, выполнять разнообразные вычислительные и логические операции над знаками. Как ОПЯ, так и операции обработки должны являться частью

метаданных.

Более общая проблема состоит в согласовании информации, содержащейся в произвольном документе с информацией базы знаний ИУС. Иначе говоря, для произвольного документа в произвольный момент времени функционирования ИУС должна быть обеспечена возможность создания механизма интерпретации (расшифровки) данных документа в терминах базы знаний ИУС. Данную проблему можно рассматривать как проблему настройки сенсора ИУС (системы искусственного интеллекта) на новый входной сигнал. Не тривиальность проблемы состоит в том, что алгоритмы интерпретации должны являться частью метаданных и иметь локальную привязку к документу.

Наконец, самая сложная проблема состоит в одновременном использовании всей информации, хранящейся в активной базе данных (АБД), содержащей, в частности, архив электронных документов, для решения задач прогнозирования УС и выбора необходимого уровня помощи (УП) для конкретного пациента. Полная свобода при создании шаблонов документов и ОПЯ оборачивается серьезными трудностями при решении данной проблемы.

Таким образом, требуется разработать математический формализм, технологию человеко–компьютерного взаимодействия и необходимый программный инструментарий, позволяющие в совокупности автоматически извлекать ФР развития УС и решать необходимые задачи управления.

### **Принципиальная схема решения**

Необходимую технологию решения задачи реализуют 5 интеллектуальных модулей [1-5]:

1. *Конструктор предметной области* позволяет создавать шаблоны, описывающие различные объекты и процессы предметной области (шаблоны являются прототипами документов). Конструктор выполняет три основные функции: создание шаблона; создание документа на основе шаблона; визуализацию документа, хранящегося в архиве.
2. *Лексический процессор* использует заготовки словоформ ОПЯ для создания текстовых описаний характеристик объектов и процессов, а также формирования запросов к АБД. Лексический процессор позволяет с помощью операций обработки знаков ОПЯ автоматически выявлять факторы риска развития угрожающих состояний.
3. *Семантический процессор* позволяет формировать заключения на основе семантических правил отображения реальных значений факторов, фигурирующих в документе, на множество лингвистических переменных. Семантический процессор позволяет также вводить в документы вычисляемые поля и определять факторы риска развития угрожающих состояний.

4. *Аналитическая система* осуществляет поиск закономерностей развития патологических процессов, информация о которых хранится в АБД. Запросы к АБД формируются, в том числе, с использованием фраз ОПЯ. Выявленные закономерности помещаются в Базу Знаний ИУС.

5. *Интеллектуальный решатель* использует информацию, полученную от аналитической системы (закономерности развития процессов), от лексического и семантического процессоров (факторы риска), для решения задач диагностики, прогнозирования и выбора такого уровня помощи (управляющих воздействий), при котором минимизируется вероятность реализации угрозы.

ФР развития УС  $\{F_i\}$  различаются уровнем общности (индекс -  $t$ ), который определяется следующим образом:  $t=0$  – уровень ОПЯ;  $t=1$  – уровень раздела электронного документа;  $t=2$  – уровень всего документа;  $t=3$  – уровень медицинской карты. При переходе на более высокий уровень ФР предыдущего уровня становятся недоступными или удаляются. ФР 3-го уровня заносятся в специальный документ под названием "Факторы риска ...". Лексический процессор позволяет выявлять ФР 0-2 уровней. Семантический процессор – ФР 1-2 уровней. Аналитическая система – ФР 3 уровня. Интеллектуальный решатель работает с документом «Факторы риска...», а также Базой Знаний ИУС, которую формирует аналитическая система.

ФР (или параметры) 0 –го уровня используются лексическим процессором для выполнения вычислительных и логических операций внутри текстового блока. ФР 1 и 2-го уровней используются семантическим процессором для вывода заключений и расчета необходимых параметров в рамках локального документа.

С использованием перечисленных выше модулей разработаны и внедрены ряд госпитальных информационных систем, а также систем диагностики и прогнозирования [2,5]

### Литература

1. Алпатов А.П., Прокопчук Ю.А., Костра В.В., Пилипченко И.А. Интеллектуальные управляющие информационные системы. // Сб. трудов межд. конф. по автоматическому управлению «Автоматика - 2000». - Т.6.- Львов: ГосНИИ информационной инфраструктуры, 2000. - С. 20 - 24
2. Прокопчук Ю.А., Овсяк Л.И., Пилипченко И.А. Прогнозирование угрожающих состояний на основе активных баз данных. // Вестник ХГПУ «Системный анализ, управление и информационные технологии», Вып 72, 1999.- С. 193 – 198.
3. Алпатов А.П., Прокопчук Ю.А., Костра В.В. Семантический процессор для медицинских приложений. // Сб. Трудов филиала МГТУ им. Н.Э.Баумана в г. Калуге. Специальный выпуск. Материалы межд. Конф.

- «Приборостроение - 2000» (п. Симеиз). Калуга: Изд-во Н.Бочкаревой, 2000. - С. 353 - 357.
4. Костра В.В., Огданский Н.Ф., Прокопчук Ю.А., Харченко О.А. Модель представления факторов риска угрожающих состояний в ограниченном профессиональном языке // Сб.трудов межд.конф. «Информационные технологии в науке, образовании, телекоммуникации, бизнесе». Гурзуф, май 2001г. Запорожье: Зап.Гос.Унив.,2001.-С.79 – 81
  5. Прокопчук Ю.А. Применение нейронных сетей для прогнозирования угрожающих состояний. // Сборник трудов VII Всероссийской конференции “Нейрокомпьютеры и их применение” с междунар. участием. М.:Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН, 2001. С.456-457

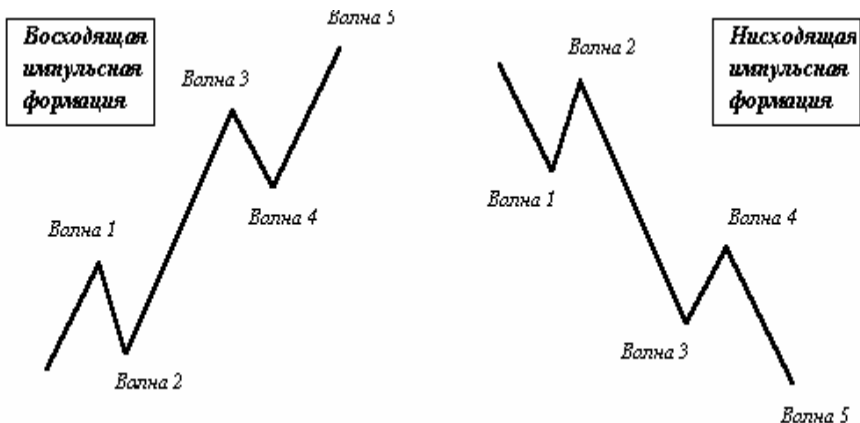
## **Об экспериментах по выявлению волн Эллиота в точечных конфигурациях**

***Б.С. Пшеничников***

(Москва)

Одним из распространенных приемов поддержки и принятия решений при биржевой торговле является так называемый Технический Анализ. Он представляет собой совокупность эвристических приемов автономной обработки данных о ценах и объемах торгов по тем или иным финансовым инструментам. Под автономностью понимается при этом использование исключительно данных о ценах и объемах отдельного инструмента без учета информации о торгах по другим инструментам и информации о так называемых фундаментальных факторах типа изменения учетных ставок, уровне инфляции и т.п.

Одним из известных и широко используемых приемов Технического Анализа является выделение в графике цен так называемых волн Эллиота. Они представляют собой “импульсные” и “коррективные” формации на графиках цен. Импульсная формация состоит из пяти волн, которые могут быть направлены как вверх, так и вниз.



Использование волн Эллиота основано на гипотезе о том, что каждая из них имеет некоторую содержательную интерпретацию в терминах поведения различных групп участников торгов, причем последовательность действий различных групп участников торгов сохраняется, что позволяет строить на базе волн Эллиота прогнозы движения цены.

С математической точки зрения волны Эллиота представляют собой ломаные из 5-9 звеньев, причем соотношение между звеньями описывается явно задаваемой системой линейных неравенств. Для выявления волн Эллиота в произвольных конечных последовательностях точек на плоскости (каноническая интерпретация осей - время и цена) разработана представляемая в докладе программная система. Она включает в себя :

1. Марковский генератор плоских точечных конфигураций.
2. Генератор зашумленных волн Эллиота.
3. Модуль выделения волн Эллиота в точечной конфигурации.
4. Модуль факторизации.

Необходимость применения модуля факторизации вытекает из того что волны Эллиота в системе описываются как наборы концов ломаных. Это приводит к тому, что при достаточной плотности точек в анализируемой конфигурации единственная волна Эллиота может быть описана значительным числом вышеуказанных наборов точек.

В докладе приводятся результаты экспериментов, проведенных с модельными и экспериментальными данными.

## **О быстром алгоритме морфологического анализа**

*Ю.П. Пытьев, А.В. Сёмин, И.О. Успенский*

(Москва)

Для решения задач распознавания часто используется решающие правила, основанные на функционале, который формализует наше

представление об “удаленности” одного изображения, или другими словами о “расстоянии” между анализируемыми изображениями (слово расстояние взято в кавычки, так как не всегда используемый функционал удовлетворяет всем требованиям, которым должна удовлетворять метрика). При этом функционал выбирается с учетом специфики решаемой задачи. Такое “расстояние” может быть инвариантным относительно монотонных преобразований множества значений яркости изображения, как это сделано, например, в морфологическом анализе [1].

Рассмотрим подход к определению меры расстояния между двумя изображениями, позволяющий реализовать более быстрый, по сравнению с морфологический, алгоритм.

Для любых двух функций  $f(\cdot)$  и  $g(\cdot)$  из  $(\cdot) = \{f(\cdot) : \rightarrow R_1, \sup_{x \in} |f(x)| < \infty\}$ , (где — поле зрения,

например ограниченная область на плоскости  $R_2$ ), рассмотрим подмножество  $D(f(\cdot), g(\cdot))$  прямого произведения  $\times$ , которое назовем *множеством различия* функций  $f(\cdot)$  и  $g(\cdot)$ . Характеристическую функцию подмножества определим для всех пар  $(x, y) \in \times$  как

$$\chi_{D(f(\cdot), g(\cdot))}(x, y) = \begin{cases} 1, & \begin{aligned} & f(x) < f(y) \wedge g(x) \geq g(y) \vee \\ & (f(x) > f(y) \wedge g(x) \leq g(y)) \vee \\ & (f(x) = f(y) \wedge g(x) \neq g(y)) \end{aligned} \\ 0, & \begin{aligned} & (f(x) < f(y) \wedge g(x) < g(y)) \vee \\ & (f(x) > f(y) \wedge g(x) > g(y)) \vee \\ & (f(x) = f(y) \wedge g(x) = g(y)) \end{aligned} \end{cases}$$

где  $\wedge$  — операция логического И,  $\vee$  — логическое ИЛИ.

Введем скалярный функционал  $\rho(f(\cdot), g(\cdot))$  как

$$\rho(f(\cdot), g(\cdot)) = |D(f(\cdot), g(\cdot))| = \int_{X \times X} \chi_{D(f(\cdot), g(\cdot))}(x, y) dx dy$$

Данный функционал может быть использован для построения решающих правил, например, при поиске наилучшего совмещения двух изображений.

Задача выделения неизвестного объекта может быть решена с помощью распределения возможности [2] различия изображений. Зададим

распределение возможностей различия функций  $f(\cdot)$  и  $g(\cdot)$  как функцию  $p_{fg}(\cdot)$ , определенную на со значениями в  $[0, 1]$ , следующим образом

$$p_{fg}(x) = \frac{1}{|\cdot|} \int_{y \in \cdot} \chi_{D(f(\cdot), g(\cdot))}(x, y) dy = \frac{1}{|\cdot|} \int_{y \in \cdot} \chi_{D(f(\cdot), g(\cdot))}(y, x) dy, \quad \forall x \in \cdot$$

где  $\chi_{D(f(\cdot), g(\cdot))}(x, y)$  — характеристическая функция множества различия  $D(f(\cdot), g(\cdot))$ .

Значение  $p_{fg}(x)$  показывает как велико возможное различие функций  $f(\cdot)$  и  $g(\cdot)$  в точке  $x$ . Действительно, поскольку положительный вклад в  $p_{fg}(\cdot)$  вносят только те точки  $y$  из для которых порядок, наблюдаемый для функции  $f(\cdot)$  нарушен для функции  $g(\cdot)$  и наоборот. И чем больше таких точек  $y$  в , тем больше возможность того, что в данном  $x$  функции  $f(\cdot)$  и  $g(\cdot)$  различны.

### Результаты численного эксперимента.

Было выполнено сравнение двух изображений одной и той же сцены, отличающихся яркостью и контрастом, при этом на второе изображение искусственно помещен объект. Эти изображения, размером 500 на 400 точек, приведены на рисунках 1 и 2.



Рис. 1. Тестовое изображение №1





Рис. 2. Тестовое изображение №2

Результат сравнения приведен на рисунке 3.



Рис. 3. Распределение возможности различия.

В правом нижнем углу след от объекта, отсутствующий на изображении 1 (здесь более светлому тону соответствуют меньшие значения возможности различия).

### Литература

5. Yu. P. Pyt'ev. Morphological Image Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis, 1993, v.3, No.1, pp.19-28.
6. Ю.П. Пытьев. Возможность. Элементы теории и применения. // Эдитоиал УРСС, Москва, 2000.

# **Системный подход в расширении, за счет использования современных информационных технологий, сферы решаемых задач экспериментально-теоретического моделирования**

*В.Е. Романов*  
(Санкт-Петербург)

Экспериментально-теоретическое моделирование (ЭТМ) всегда являлось одной из базовых платформ научных исследований. Это положение остается справедливым и для настоящего времени.

Термин ЭТМ в докладе трактуется широко и понимается таким образом, что оно охватывает собственно экспериментальные результаты, изготовленные образцы продукции и изделий, а также базовые теории и концепции, адаптированные к конкретным задачам и используемые с выходом на аналитические и числовые результаты.

Данная трактовка ЭТМ, с другой стороны, приводит к выводу о том, что ее результатом являются информационные категории о свойствах, характеристиках, особенностях и обобщенных данных, представляемых в аналитической форме применительно к изучаемым объектам и явлениям.

Таким образом, ЭТМ через информационные категории выходит на проблему информационных технологий, которые фактически являются рабочим инструментом для классических и различных современных направлений науки и техники.

К указанным аспектам науки и техники относятся, например, следующие направления:

- теория распознавания образов с ее различными разветвлениями;
- методы интеллектуализации обработки информации;
- теория нечетких логик;
- эвристические расчетные схемы и алгоритмы;
- базы знаний ;
- базы данных;
- развернутые измерительные системы.

С другой стороны, можно указать, что есть немало областей деятельности практиков и специалистов теоретиков, где они сталкиваются с задачами, разрешение которых следует считать возможным с применением информационных технологий развития науки и техники.

Указанные задачи относятся к категории “трудных”: трудноформализуемых, трудноидентифицируемых, если описание объектов получено, но нет числовых характеристик объектов, труднорешаемых вследствие, например, таких явлений, как счетная неустойчивость.

Обратим внимание на такое существенное обстоятельство, что подходы к решению относящихся к данным категориям задач оказываются возможными при комплексном применении указанных выше аспектов

развития науки и техники, то есть здесь требуется ориентироваться на системный подход [1].

Укажем на некоторые такие задачи научного и практического направлений, связанные с текстильной и легкой промышленностью (ТЛП) и имеющие, возможно, более широкий смысл, при этом при необходимости дадим некоторые пояснения по указанному выше системному подходу в применении рабочего инструментария решения задач [2]:

-математическое моделирование динамики движущейся гибкой нити с учетом ее взаимодействия с ограничителями и формователями движения - элементами технологического оборудования; задача связана в ТЛП с динамикой упругой системы ткацкого станка; задача осложнена тем, что передача возмущения по нити завит от частоты возмущений, их уровня и формы и поэтому, предварительно, по указанной характеристике нитей требуется создание дополнительных баз данных;

-многокритериальный многопараметрический выбор (МкМпВ) общих габаритных и электрических данных приводных двигателей переменного тока с учетом конкретного назначения электрических машин; задача в текстильной и легкой промышленности связана с обеспечением качественного наматывания нитей на бобину; практическая решаемость задачи МкМпВ потребовала разработки аналитических соотношений для применяемых критериев, в частности разработки критерия не захвата двигателем промежуточных (несинхронных) частот;

-гармоническая взаимоувязка входных величин при формировании функций многих переменных; в ТЛП задача используется при введении классов объектов в производстве химических волокон, а также в задаче подбора красителей для жидкой фазы в гетерогенных системах крашения; задача осложнена тем, что требуется разрабатывать предварительно базы знаний по внутренней структуре рассматриваемых объектов;

-обратные информационные задачи в использовании спектральных рядов и распознающие базы данных для классов укороченных ортогональных базисов; в ТЛП задача используется при интегрировании гидродиффузионных процессов при крашении текстильных бобин, при подборе состава жидкой фазы в диффузионных задачах крашения; при интегрировании динамических процессов в приводных двигателях, математические модели которых не разрешаются в форме Коши.

### **Литература**

1. Романов В.Е. Системный подход к проектированию специальной одежды // М., "Легкая и пищевая промышленность", 1981.
2. Романов В.Е. О расширении области применения и подходов теории распознавания образов // X Бенардосовские чтения, Иваново, 2001.

## **Вычислительные обоснования по методу идеальных предположений решаемости информационных задач и распознающие базы данных для классов укороченных ортогональных базисов**

*В.Е. Романов, В.Л. Литвинчук, Ф.Ф. Дедус, А.П. Жабко, В.А. Климов*  
(Санкт-Петербург)

Использование широких возможностей современных вычислительных машин (ЭВМ) может осуществляться в различных аспектах.

Весьма полезным является использование ЭВМ для так называемых вычислительных обоснований по методу идеальных предположений для различных прикладных задач. Такой подход использования ЭВМ применялся в для исследования динамических систем в интересах определения границ *рабочих* областей, где система соответствует заданным требованиям по запасам устойчивости и другим характеристикам.

Суть подхода состоит в задании дискретных значений коэффициентов характеристического уравнения динамической системы и установлении факта, что для любого сочетания выделенных дискретных значений коэффициентов соответствующие точки лежат в *рабочих* областях.

Сказанное означает, что в решении задачи осуществляется прямой перебор выделенных дискретных значений рассматриваемых коэффициентов.

Такой подход оказался эффективным, но оставалось открытым обоснование принадлежности к *рабочим* промежуточных многомерных областей, расположенных между координатными точками. При этом делалась опора на идеальное предположение о свойствах указанных промежуточных областей.

В данном материале описанный подход применяется к обоснованию решаемости информационных задач, в которых ставится вопрос: можно ли данную закономерность (данную кривую), имеющую данные признаки, представить аналитически на основе данного ортогонального базиса.

Решение предлагается осуществлять за счет предварительного формирования распознающих баз данных (РБЗ) и на основе идеальных предположений, аналогичных указанным выше.

При этом принадлежность многомерных областей признаков и многомерных промежутков между многокоординатными дискретными точками к *рабочей* области признаков понимается в том смысле, что аппроксимация в данном базисе возможна. Однако при этом для указанных выше промежутков будут иметь место определенные ошибки для различных признаков. Решение может быть компромиссным для различных признаков.

Аналитические зависимости для оценки ошибок в признаках описывающей кривой составляются на основе гармонической взаимосвязки функции многих переменных [1].

Для конкретизации материала обратимся к дополнительным пояснениям.

Имеем в виду, что в общем случае при ортогональном представлении для функции  $y$  записывается выражение

$$y = \sum_{n=0}^N A_n \varphi_n(x) = \sum_{n=0}^N \Psi_n \quad (1)$$

где  $A_n$  – коэффициенты представления,  $\varphi_n(x)$  – функции рассматриваемого ортогонального базиса, часто представляющие собой полиномы.

В [2] дана методология вычисления коэффициентов  $A_n$ , как и набор классических и модифицированных классических ортогональных базисов.

При полном представлении функции  $y(x)$  величина  $N = \infty$ . При представлении укороченным базисом  $N < \infty$ .

Поставленная выше цель предполагает, что не обязательно должен рассматриваться полный или укороченный ряд аналитического представления, а может обосновываться решаемость задачи аналитического представления данной закономерности выбором набора слагаемых данного ортогонального базиса или даже данная закономерность может формироваться на основе слагаемых различных ортогональных базисов.

РБД строятся путем перебора значений коэффициентов  $A_n$  и определения массивов  $y$ , в которых устанавливаются признаки  $ПП_K$ . В качестве последних выступают экстремумы зависимости  $y$ , их уровни, расстояния между ними, точки экстремумов и др.

Решаемость информационной задачи о возможности представить аналитическим рядом (1) конкретной информационной закономерности показывается в два этапа.

На первом этапе в РБД ищется сочетание признаков, наиболее подходящее к закономерности, для которой требуется составить аналитическое представление.

На втором этапе по материалам [1] составляется и затем используется оперативная база данных (ОБД) для принятия окончательного решения.

### Литература

1. Романов В.Е., Саакян Р.Р., Червяков В.В., Климов В.А., Сигачева В.В., Лукичев С.И. Прогнозирование свойств исследуемых объектов на основе формирования аналитической зависимости многих переменных по данным пассивного эксперимента с применением методов линейных направлений и согласующих функций.// Доклады 1-й Всероссийской конференции "Спектральные методы обработки информации в научных исследованиях" ("Спектр-2000"), институт математических проблем биологии РАН, Российский фонд фундаментальных исследований – РФФИ, М.- 2000.
2. Обобщенный спектрально-аналитический метод обработки информационных массивов. Задачи анализа изображений и

## **Информационные технологии в трудных для реализации задачах размещения**

*В.Е. Романов, Е.Г. Маежов, А.М. Золина*

(Санкт-Петербург)

При изложении материала доклада будем опираться на задачу автоматического формирования раскладок лекал швейных изделий.

Суть задачи состоит в следующем. Требуется на полотне материала данной ширины и возможно меньшей длины разместить детали какого-либо изделия таким образом, чтобы имели место возможно меньшие выпады (потери материала), то есть чтобы раскладка была возможно более плотной.

Трудность решения данной задачи размещения объясняется её двойственным характером с осложнениями. Двойственность задачи заключается в том, что, с одной стороны, размещаются детали определенной площади, а с другой стороны, эти детали отличаются сложными конфигурациями. Осложнение двойственного характера задачи состоит в том, что как по площади детали, так и по сложности конфигурации детали отличаются существенным разнообразием. Анализ результатов, соответствующих предлагаемым алгоритмам и схемам решений данной задачи размещения показывают, что они или не дают по уровню потерь эффекта, который достигается раскладчиками при ручной работе в том числе и в интерактивном режиме, или требуют такого объема перебора вариантов размещения деталей, что не имеет смысла говорить об ее (имеется в виду машинной) реализации.

Таким образом задача автоматического формирования раскладок лекал швейных изделий относится к задачам трудноформализуемым. Естественно, что подходы к решению задачи в этих условиях следует формировать при использовании в качестве базовой основы методов распознавания образов и методы прогнозирования в информационных технологиях.

В то же время считая, что в категорию информационных технологий можно отнести и многие другие методы решения задач экспериментально-теоретического моделирования, которые следуют, в разной степени и в разных аспектах использовать в решении данной задачи, то в целом можно сказать, что в разработке методологии решения задачи следует использовать системный подход как объединяющий для решения конкретной задачи в адаптированном виде требуемую целую палитру современных подходов, научных направлений и теорий, которые в реализации можно отнести к категории информационной проблематики.

Указанная информационная проблематика в упомянутой реализации требует ориентации на следующие практические позиции.

1. Создание системы оценки конфигураций и размеров деталей (СОКР), функционирование которой должно сочетаться с работой собственно автоматической системы формирования раскладок (АСФР).

2. Оформление в виде базы знаний широкого набора общих рисунков раскладок. Примером может служить общий рисунок, в котором по границам раскладок размещаются детали, близкие к прямоугольным и создающие внутренние окаймляющие рамки раскладок (ВОРРМ).

3. Введение в систему СОКР алгоритмических процедур, формирующих информацию о возможном наличии в очередном рассматриваемом наборе таких деталей, которые отличаются признаками, требующими специального учета в процедурах функционирования АСФР.

Примером могут служить узкие, но большой длины детали, которые требуется размещать поперек поля полотна. Такие и другие с указанными признаками детали можно назвать деталями ограниченной специфичности (ДОС) в том смысле, что они не требуют обращаться из-за своих особенностей к специальным общим рисункам раскладок.

4. Введение в систему СОКР алгоритмических процедур, выделяющих детали существенной специфичности (ДСС), и именно таких, которые требуют для АСФР реализации специфических общих рисунков раскладок (ОРР). Для таких ОРР должны вводиться специфические названия, как это делается, например, для раскладок с ВОРР.

5. Создание для каждого ОРР на основании прецедентов раскладок и признаков соответствующих наборов деталей общих распознающих баз данных (ОРБД), по которым можно решать вопрос о возможности для вновь представляемого набора деталей осуществлять раскладку по данному ОРР. Для повышения эффективности использования РБД при их формировании и применении использовать весовые коэффициенты для признаков деталей.

6. В дополнение к ОРБД сформировать на тех же принципах фрагментные распознающие базы данных (ФРБД), по которым можно будет решать вопрос о возможности из данного комплекта деталей, являющегося частью общего комплекта, сформировать фрагменты ОРР.

7. На основании применения методологии линейных направлений и согласующих функций (ЛН-СФ) [1] и других приемов создание баз данных по оценке потерь материалов (по оценке уровня выпадов) на основании признаков деталей данного набора с ориентацией на данный ОРР. Сформированные базы данных удобно именовать базами данных потерь (БДП). Количество БДП должно совпадать с числом ОРР.

Указанный выше перечень позиций по развитию информационно-проблематики в области формирования лекал швейных изделий должен постоянно расширяться в связи с развитием и постоянным обновлением ассортимента швейных изделий.

## Литература

1. Сигачева В.В. Задачи идентификации функции многих переменных. //В книге п/р В.А.Климова "Проектирование СА ТП в красильно-отделочном производстве", -М.: Легпромбытиздат, 1989.

### **Взаимодействие в информационных технологиях адаптированных классических математических моделей динамики гибкой нити для многоопорной кинематической схемы ее движения и коэффициентов этих моделей, зависящих от их частоты, уровня и сложности проходящих по нити сигналов возбуждения**

*В.Е. Романов, Р.Р. Саакян, В.А. Климов, Л.Е. Жабко*

(Санкт-Петербург, Благовещенск)

Данную тему удобнее всего рассматривать при ориентации ее изложения на применение задачи к условиям высокочастотной испытательной установки (ВИУ) для химических нитей [1]. С другой стороны, в испытаниях указанных объектов состояло первоначальное назначение установки. Вместе с тем она может использоваться для испытаний гибких нитей не только химической природы, а при ее модернизации установку можно использовать при более широкой палитре сигналов возбуждения, в том числе и при низких частотах.

Указанная установка по кинематике является многоопорной, и поэтому тем более целесообразно ее разнообразное применение.

Есть еще одно обстоятельство в пользу данной ориентации доклада. Дело в том, что определяющая динамику гибкой нити скорость передачи по нити возбуждений  $V_B$  зависит от частоты сигналов возбуждений, их уровня и сложности [2],[3]. В связи с этим классические математические модели динамики гибкой нити, как для продольной, так и для поперечной составляющих их колебаний и движений (пока ограничимся рассмотрением только этих видов движения), требуют своей коррекции. Содержание доклада строится в этих условиях на предположении, что форма математических моделей динамики нитей может приниматься классической, а коэффициенты модели должны рассматриваться в соответствии с закономерностями, свойственными  $V_B$ .

В связи с данной ситуацией в исследовании динамики гибкой нити возникает несколько дополнительных следующих обстоятельств.

Требуется создание информационных баз данных по скорости передачи по нити  $V_B$  для всех видов нитей, причем необходимо учитывать и разнообразие видов возбуждений (гармонические, скачкообразные, многочастотные, различных уровней и т.д.).



В решении данной задачи может быть использована указанная выше испытательная установка как информационная, если иметь в виду ее первый участок от возбудителя движения до датчика-измерителя, при условии использования при испытаниях интервала времени до прихода на конец указанного участка первой волны колебаний. Ситуация здесь облегчается тем, что еще не будут вовлечены в активную динамику все участки нитей, между собой взаимосвязанные как одно целое. В связи с этим представляется возможным получить почти неискаженные результаты.

Встает в полный рост, частично уже рассмотренное по первому участку, задача идентификации такой динамической характеристики нити как  $V_B$ . При решении этой задачи требуется опираться на следующие подходы и результаты, имея в виду, что это может быть сделано только в ходе рассмотрения самой динамики:

- желательна динамику нити рассматривать при использовании решений по методу Даламбера, как это рекомендовано в [1];
- необходимо учитывать, что в динамике нить по опорам скользит, и, следовательно, параметризованная длина нити на участках изменяется;
- предварительно провести исследования динамики нити по классическим моделям без учета наличия  $V_B$ , опираясь на прикладную теорию динамики нити, изложенной обобщенно в [1];
- оценить при этом форму колебаний нити на участках и оценить возможность не рассматривать все особенности многочастотных колебаний на этих участках при определении  $V_B$ ; оценить возможность использования усредненной  $V_B$  по участкам кинематической схемы;
- идентификацию показателей  $V_B$  на участках осуществлять при совместном выполнении экспериментальных исследований и проведении расчетных сопоставлений, преследуя оптимизационно задачу уменьшения невязок между данными экспериментов и теоретическими исследованиями динамики нити;
- предварительно рассмотреть вопрос о сигнале (его содержании), который дает датчик-приемник на второй опоре установки.

Разработка теории по динамике гибкой нити является фактом существенным сам по себе, поскольку нить во многих случаях является одним из основных технологических и конструктивно-технологических элементов в производственных и обслуживающих системах.

Однако не менее важной является возможность использования показателей  $V_B$  для целей диагностирования и оценки внутренней структуры нитей, особенно это относится к химическим нитям. Здесь связка ( $V_B$  и внутренняя структура нитей) могут существенно облегчить задачу оценки качества производимой продукции.

## Литература

1. Романов В.Е., Жабко А.П., Климов В.А. К формированию прикладной теории динамики гибкой нити // Изв. высш. уч. зав-ий. г. Иваново. Технология текстильной промышленности № 6, 1998
2. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела // Наука, Москва, 1988
3. Хакимов О.Ш., Хабибуллаев П.К. Акустические методы и приборы для контроля и исследования ориентированных полимеров // Изд-во "ФАН", Ташкент, 1990

## Интеллектуальные технологии комплектования производственных потоков

*В.Е. Романов, И.В. Фоменко*

(Санкт-Петербург)

Современные достижения в науке и технике и расширение рыночных отношений, в том числе и с индустриально развитыми странами, облегчили задачу оснащения предприятий новым оборудованием, но затруднили решение задачи его выбора.

Особенно это коснулось предприятий швейной промышленности (ШП). Рынок наводнен различными ШМ автоматического и полуавтоматического действия, универсальными и специального назначения, дешевыми и не очень. И перед лицом, принимающим решение (ЛПР) по комплектованию швейных потоков (директором, технологом) стоит нелегкая задача выбора. Необходимо учесть множество факторов. Назовем с нашей точки зрения наиболее значительные: экономический, влияние рынка, технологический, технический, фактор текущего состояния производства, фактор гибкости (возможность использования оборудования в разных технологических процессах), системности (комплексное решение всех задач).

Учесть все названные факторы сложно. Как правило задача решается на основе личного опыта ЛПР. Однако этот опыт зарабатывается ценой проб и ошибок, порой дорогостоящих. Ситуация усугубляется быстрым старением этого опыта и сложностью его восполнения для отдельного руководителя, специалиста предприятия.

Задача может быть решена за счет использования специализированной системы целенаправленного и централизованного сбора и обработки информации по всему кругу существенных для решения задачи вопросов с использованием современных информационных технологий (ИТ). Наиболее важными из них являются использование баз данных (БД), экспертных систем (ЭС) и баз знаний (БЗ). Для принятия решения в условиях неполной и неопределенной информации могут быть использованы методы распознавания образов и нейронные сети, ситуационно-советующие системы на основе нечетких логик. Причем для системного решения задачи

необходимо использование сразу практически всех названных технологий в рамках одного программного комплекса.

Выбор оборудования должен базироваться, как правило, на основе определенной экономической стратегии. Например приобретение дорогого и высоконадежного оборудования "на века". Однако в современных условиях стремительного изменения внутренних и внешних факторов функционирования ШП экономически более целесообразным может быть приобретение дешевых и не требующих смазки (экономия на техническом обслуживании) ШМ из пластмассы. Это позволит чаще менять технику и лучше учитывать требования рынка. Возможны и смешанные стратегии, задаваемые ЛПП в виде некоторого "образа" (совокупности технико-экономических параметров для разных этапов производственного процесса).

Проблему рынка, пожалуй наиболее характерную и существенную для предприятий ШП (ПШП), обычно стараются решить ее за счет активной маркетинговой политики. Результатом маркетинговых исследований в частности может быть разработка ЭС для прогнозирования эластичности спроса и объема рынка, учитывающей потребности разных социальных слоев населения и населения разных мест проживания.

Капризы моды и изменчивый спрос приводит к появлению новых инновационных технологий. Большим успехом могут пользоваться, например, швейные изделия (ШИ) из перфорированных материалов, или полученные путем теплового формования из синтетических материалов. При автоматизированном решении ЛПП формирует технологию в виде БД технологических описаний, представленных как совокупность технологически неделимых операций (ТНО). Учет технологического фактора в дальнейшем происходит за счет подбора соответствующего оборудования.

Выбор оборудования осуществляется из специальной БД - главного средства решения задачи. Особая "расширяемая" структура этой БД [1] позволяет преодолеть проблемы многообразия описаний ШМ и обеспечить возможность постоянного расширения и пополнения ее новой информацией о ШМ и статистикой об их использовании на ПШП. На основе анализа и классификации этой информации выявляются наилучшие "эталонные образцы" ШМ в рамках определенных классов и типов ТНО, а также "образцы" нежелательного использования ШМ. Далее эти "образцы" могут быть использованы в качестве обучающей выборки в процессе анализа информации по новому, еще мало изученному, оборудованию с использованием методов распознавания образов и нейронных сетей. Информация о технологической применимости ШМ может храниться в БД также в виде некоторого битового образа, используемого в дальнейшем при комплектовании потоков и построении схемы разделения труда.

Аналогичные БД могут быть созданы по производителям и поставщикам ШМ. Использование таких БД за счет обилия хранящихся в них

разнообразной информации может помочь преодолеть ограниченность рекламной информации, предоставляемой производителями о новых ЦМ и о себе, дополнить ее и тем самым обеспечить для ЛПР принятие более обоснованного решения.

### Литература

1. Гончаренко В.Н., Фоменко И.В. Особенности построения БД для ШП // Моделирование СА и контроля технологических процессов текстильной и легкой промышленности -СПб.: ЛИТ ЛП, 1992. с.22-26.

## Применение алгебраического подхода в имитационном моделировании клиентских сред

*К.В. Рудаков, К.В. Воронцов*

(Москва)

Анализ клиентских сред является актуальным направлением в области обработки данных и имеет многочисленные приложения в экономике. Один из возможных подходов к анализу клиентских сред состоит в построении имитационных моделей. Он может быть использован при решении различных прикладных задач, в частности при построении тренажеров, прогнозировании, оценке рисков, оптимизации тарифных планов, и других.

В настоящем исследовании рассматривается общая методика построения имитационных моделей клиентских сред, в которой существенным образом используется алгебраический подход к построению корректных алгоритмов, развиваемый научной школой академика Ю. И. Журавлёва [1]. Столь нестандартное и несколько неожиданное применение алгебраического подхода оказалось возможным после того, как задача настройки имитационной модели отдельного клиента была сформулирована в виде классической задачи распознавания с признаковыми описаниями объектов.

### Функционирование имитационной модели клиентской среды

Клиентская среда описывается тремя множествами: множеством клиентов, множеством допустимых действий клиентов и множеством допустимых состояний среды.

С каждым клиентом связаны две функции: функция принятия решений и функция интервала решений. *Функция принятия решений* — это отображение, которое по информации о текущем состоянии среды выдаёт действие данного клиента. *Функция интервала решений* — это отображение, которое по информации о текущем состоянии среды выдаёт время следующего принятия решения данным клиентом. Клиент вправе принимать решение «ничего не делать», но всегда обязан указывать момент времени, когда он будет принимать следующее решение.

Реакция среды на действия клиентов описывается функцией среды. *Функция среды* — это отображение, которое по состоянию среды и действию

клиента выдаёт новое состояние, в которое приходит среда в результате данного действия.

Клиентская среда постоянно переходит из одного состояния в другое под воздействием решений, принимаемых клиентами. Для моделирования этого процесса используется *очередь отложенных решений*, упорядоченная по времени. Каждая запись в очереди имеет вид <время, клиент> и означает, что в данный момент времени данный клиент должен принять решение.

В начальный момент времени клиентская среда находится в заданном исходном состоянии. При этом очередь содержит по одной записи для каждого клиента, фиксируя время первого решения для каждого клиента.

Функционирование клиентской среды имитируется следующим образом. Из очереди удаляется запись с наименьшим временем и для указанного в ней клиента выполняется функция принятия решений и функция интервала решений. Время следующего принятия решения данным клиентом заносится в очередь отложенных решений. Затем текущее состояние среды и действие клиента передаются функции среды, которая устанавливает новое состояние среды. Процесс повторяется до заданного финального момента времени, либо до заданного финального состояния среды.

*Протокол* функционирования клиентской среды — это последовательность записей о состояниях, через которые последовательно проходила клиентская среда в процессе функционирования. Каждая запись протокола представляет собой четвёрку <время, состояние среды, клиент, действие клиента>. Записи упорядочены по времени.

*Протокол действий клиента* — это последовательность всех записей протокола, относящихся только к данному клиенту.

Будем различать реальные и модельные протоколы. *Реальный протокол* — это результат эмпирического наблюдения за функционированием реальной клиентской среды. *Модельный протокол* — это результат функционирования модели клиентской среды, генерируемый в ходе имитации.

### **Настройка имитационной модели клиентской среды**

*Модель принятия решений* — это параметрическое семейство функций, из которого выбираются функции принятия решений.

*Модель интервала решений* — это параметрическое семейство функций, из которого выбираются функции интервала решений.

Модель принятия решений и модель интервала решений в совокупности образуют *модель клиента*.

Далее будем полагать, что функция среды и модель каждого клиента задаются экспертами в результате непосредственной формализации имеющихся представлений о функционировании среды. После этого остаётся только подобрать параметры модели для каждого клиента.

Процедуру подбора параметров моделей в всех клиентов договоримся называть *настройкой* имитационной модели клиентской среды.

Исходной информацией для настройки имитационной модели является реальный протокол. Критерием настройки является близость реального и модельного протокола. В идеальном случае реальный и модельный протокол должны совпадать.

Рассмотрим более подробно возможность построения имитационной модели, точно воспроизводящей заданный реальный протокол. Дадим несколько определений, которые приведут нас к теореме существования в духе алгебраического подхода.

**Определение 1.** Функция среды называется *адекватной*, если для любой пары <состояние среды, действие клиента>, взятой из реального протокола, она генерирует состояние среды, совпадающее с состоянием из следующей записи протокола.

**Определение 2.** Модель принятия решений называется *полной*, если для любой подпоследовательности состояний среды, взятой из реального протокола, в модели найдётся функция принятия решений, выдающая в этих состояниях произвольные заданные действия (действие «ничего не делать», как обычно, считается допустимым).

**Определение 3.** Модель интервала решений называется *полной*, если для любой подпоследовательности состояний среды, взятой из реального протокола, в модели найдётся функция интервала решений, выдающая в этих состояниях заданную возрастающую последовательность моментов времени.

**Определение 4.** Модель клиента называется *полной*, если составляющие её модель принятия решений и модель интервала решений — полные.

**Определение 5.** Имитационная модель клиентской среды называется *корректной*, если в результате её функционирования формируется модельный протокол, в точности совпадающий с заданным реальным протоколом.

**Теорема.** Если функция среды адекватная, и модель каждого клиента полная, то можно так выбрать функции принятия решений и интервала решений для каждого клиента, что имитационная модель клиентской среды будет корректной.

Доказательство теоремы опирается на конструктивное построение модели каждого клиента, основанной на хранении реального протокола клиента.

В работе рассматриваются и другие, более содержательные модели принятия решений клиентом. В частности, предложена модель, основанная на мотивах.

*Мотив* — это функция, оценивающая целесообразность данного действия для данного клиента в данной ситуации. Чем выше значение мотива, тем более целесообразным считается данное действие. Клиент

принимает решение в пользу того действия, мотив которого максимален и превышает заданную пороговую величину, иначе не предпринимает никаких действий.

В терминах алгебраического подхода мотивы соответствуют некорректным эвристическим алгоритмам. Поэтому следующим логичным шагом является построение корректирующих операций над мотивами. Причём естественным универсальным ограничением является в данном случае требование монотонности [2] — чем больше отдельные мотивы, тем выше должен быть результирующий мотив. Все дальнейшие построения имитационной модели клиентской среды проводятся уже целиком в рамках алгебраического подхода с использованием монотонных корректирующих операций [3].

### **Прикладные задачи**

Предложенный метод построения имитационной модели клиентской среды использовался при разработке тренажёра для обучения трейдеров ведению биржевой игры на Московской Межбанковской Валютной Бирже.

Подход, основанный на конструировании корректных моделей отдельных реальных участников торгов, позволил обеспечить уникальные для биржевых тренажёров свойства. С одной стороны, такой тренажёр способен в точности воспроизводить реальные торговые сессии, обеспечивая учащимся условия, максимально приближенные к реальным. С другой стороны, он позволяет учащимся совершать торговые операции, адекватно влияющие на ход торгов, и анализировать последствия своих действий.

В настоящее время исследуются возможности применения описанного подхода к имитационному моделированию клиентских сред в различных прикладных областях, таких как сотовая связь, интернет, и другие системы массового обслуживания.

### **Литература**

1. Журавлёв Ю. И. // Проблемы кибернетики. 1979. Вып. 33. С. 5–68.
2. Рудаков К. В. // Кибернетика. 1987. №2. С. 30–35, №3. С. 106–109.
3. Рудаков К. В., Воронцов К. В. // Доклады РАН. 1999. Т. 367 №3. С. 314–317.

## **Об одной задаче распознавания и прогнозирования рядов макроэкономических показателей**

*Е.Г. Рыбалов, С.Д. Мельников, Ю.В. Чехович*

(Москва)

В работе рассматриваются пути решения практических задач по прогнозированию макроэкономических показателей при переходных процессах в экономике Российской Федерации. Особенностью такого типа задач является, как правило, чрезвычайно малая длина исходных рядов

статистической информации, связанная с качественным изменением ситуации в экономике после либерализации цен в 1992 году. В этой связи, для решения задач используются специальные методы, ориентированные на применение в случаях малого числа сложно описанных прецедентов и основанные на, так называемом, алгебраическом подходе к проблеме распознавания и прогнозирования.

Данный подход предусматривает моделирование макроэкономических процессов с помощью семейства алгоритмов, которые можно считать моделями процессов преобразования информации. Эти семейства принято называть моделями алгоритмов распознавания, или же эвристическими информационными моделями, поскольку они создаются в результате формализации интуитивных представлений о характере связей между начальными и финальными (входными и выходными) данными в конкретных задачах.

Такого рода модели использованы для решения задачи восстановления цепных индексов цен (индексов цен каждого последующего квартала по отношению к непосредственно предшествующему) по известным квартальным индексам цен (индексов цен каждого квартала по отношению к аналогичному кварталу предыдущего года), что позволяет получить «непрерывные» временные ряды макроэкономических показателей четвертной длины по сравнению с исходными рядами. Алгоритм основан на использовании совокупности всех мультипликативных соотношений типа  $I_n = I_n * I_{n-1} * I_{n-2} * I_{n-3}$ , где  $I_n$  – квартальный и  $I_n, \dots, I_{n-3}$  – цепные индексы цен для соответствующего ряда. На базе известных значений  $I_n$  вычисление комплекса значений  $I_n$  проводится в результате решения специальной задачи оптимизации. При этом вид функционала, на содержательном уровне отражающий гипотезу об относительно устойчивом характере инфляционного процесса на протяжении промежутков времени порядка нескольких кварталов, определяется в результате решения специальной задачи восстановления зависимостей по эмпирическим данным (задачи распознавания). Последняя решается путем алгебраической коррекции базовых эвристических функционалов оценки устойчивости.

Следующей важной задачей при прогнозировании динамики макроэкономических показателей является необходимость учета усилившегося в последнее время фактора сезонности. Она решается путем оптимального табулирования функции  $f(s, J)$  (своей для каждого ряда показателей), где  $s$  – внутригодовой номер квартала,  $J$  – цепной индекс цен. Данная функция играет роль коэффициента сезонности, причем введение зависимости от индекса цен позволяет учесть то обстоятельство, что сезонность в настоящее время только устанавливается. Вид функционала, в результате оптимизации которого проводится поиск явного вида функции  $f(s, J)$ , как и в предыдущем случае находится в результате решения специальной задачи восстановления зависимостей по эмпирическим данным.



Непосредственное построение прогноза макроэкономических показателей осуществляется в несколько этапов. На первом этапе осуществляется построение трендового прогноза рассматриваемого ряда в постоянных (приведенных) ценах –  $V_n$ . Для этого производится операция «снятия сезонности» и двукратного сглаживания с ядром (0.25, 0.5, 0.25), после чего проводится продолжение полученного приведенного ряда до требуемого горизонта путем построения оптимальных гладких приближений, охватывающих период истории, равный величине горизонта прогноза. Полученный промежуточный результат – продолженный приведенный ряд  $V_n$  в дальнейшем используется как фактор комплексного прогноза.

Далее осуществляется построение регрессивного прогноза рассматриваемого ряда –  $W_n$  по экспертному сценарию динамики внешних факторов (оказывающих наибольшее влияние на данный макроэкономический показатель). При этом для внешних факторов аналогичным образом проводится «снятие сезонности», после чего проводится решение достаточно стандартной оптимизационной задачи восстановления на периоде обучения зависимости полученного приведенного ряда от приведенных рядов внешних факторов и ряда индексов цен. Полученный промежуточный результат – продолженный приведенный ряд  $W_n$  в дальнейшем используется как фактор комплексного прогноза.

В качестве последнего этапа производится построение комплексного прогноза –  $Q_n$  для рассматриваемого макроэкономического показателя. Для этого на основе полученных рядов  $V_n$ ,  $W_n$  формируется функция  $g(V_n, W_n, J_n)$ , настраиваемая на «приведенный по сезонности» ряд  $Q_n$ . Эта функция формируется как монотонный гладкий сплайн, что позволяет гарантировать контролируемое поведение комплексного прогноза при вариациях факторов.

В докладе приведены примеры конкретных расчетов по среднесрочному прогнозированию (на 3-5 лет) макроэкономических показателей для отраслей торговли, общественного питания и бытового обслуживания населения в г. Москве.

Работа выполнялась при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 00-01-00628, 99-01-00562).

## **Повышение точности стабилизации летательного аппарата при зондировании с него земной поверхности**

*Е.Ю. Слободяник*

(Москва)

Часто на практике наблюдатель находится на борту летательного аппарата (ЛА). В системах дистанционного зондирования земной поверхности для точной обработки изображений, разработки эффективных

математических методов распознавания образов необходимы высокоточные алгоритмы стабилизации ЛА. Высокоточные системы стабилизации позволяют эффективно производить процедуру обработки изображений с минимальными ошибками, и тем самым, выполнять различного рода функциональные задачи ЛА [1].

Известно, что к системам стабилизации предъявляются жесткие требования. Угловые отклонения ЛА относительно центра масс не должны превышать заданных. Одним из основных факторов, влияющих на качество стабилизации ЛА, являются случайные внешние воздействия, обусловленные порывами ветра, погодными условиями и т.д.

Кроме того, алгоритм стабилизации должен обеспечивать устойчивость ЛА и инвариантность по отношению к внешним возмущениям. Часто на практике внешние возмущения непосредственно измерить нельзя. Поэтому возникает задача косвенного измерения внешних возмущений. Следует заметить, что алгоритмы управления Р.Беллмана применительно к системам стабилизации не позволяют получить инвариантность ошибки. Для разрешения вышеуказанной проблемы наиболее перспективным является класс комбинированных систем автоматического управления. Математической основой построения высококачественных систем является теория инвариантности. В этой связи предложена двухконтурная система управления, эквивалентная комбинированной системе, позволяющая строить высокоточные системы стабилизации [2].

Показана возможность оценивания возмущений, действующих на ЛА. Произведен анализ динамических ошибок системы в условиях априорной неопределенности внешних возмущений.

Приведены результаты исследования точностных характеристик системы стабилизации в среде визуального программирования "SIMULING", показывающие эффективность предложенной двухконтурной системы, эквивалентной комбинированной автоматической системе.

#### Литература

1. Крохин В.В. Информационно-управляющие радиолнии // НИИЭР. М. 1993. 160с.
2. Слободяник Е.Ю. Новый метод разделения процедур оценивания и управления в САУ. // Серпухов. 2000. МНГК. с. 93-98.

# **Классические ортогональные полиномы дискретной переменной: анализ и классификация временных записей магнитных энцефалограмм**

*В.И. Сухарев, Ф.Ф. Дедус, М.Н. Устинин, С.А. Махортых*

(Пушино)

Основное преимущество полиномов дискретного аргумента – быстрое, по сравнению с многочленами непрерывного аргумента, вычисление базисных функций и коэффициентов разложения. При этом характерная черта ортогональности – однозначность разложения и независимость получаемых коэффициентов сохраняется. Вычислительные трудности, возникающие при интегрировании функций непрерывного аргумента являются дополнительным аргументом целесообразности перехода к базисам дискретной переменной. Вместо численного интегрирования, требующего специальных алгоритмов, используется суммирование – более простая операция. Далее будет рассматриваться применение предлагаемого подхода к анализу и распознаванию структур с эталонной активностью в записях магнитных энцефалограмм (МЭГ).

Измерения вызванной активности мозга в ответ на периодическую звуковую стимуляцию слуховой анализирующей системы заведомо здоровых контрольных групп добровольцев дают исходный материал для усреднения типичного отклика магнитной энцефалограммы. Возникающий вопрос о возможности использования подхода к анализу записей для страдающих слуховыми галлюцинациями предполагает построение такого шаблонного отклика. На первом этапе происходит поиск характерных особенностей среди коэффициентов разложения для определения удельного веса каждой из базисных функций. Для надёжной идентификации на последующих этапах производится оценка скалярного произведения шаблона на равновеликий участок реальной записи. Стремление к минимальному числу коэффициентов разложения требует выбора наиболее подходящей системы полиномов, с последующим подбором оптимальных значений их свободных параметров. Одновременно достигается компактность разложения и необходимая подробность описание экспериментальной кривой. Для распознавания в реальных данных эталонных последовательностей осуществляется отбор наиболее информативных каналов в соответствии с выбранным фрагментом сигнала. Выполнение адаптивных процедур приводит к применению базисных функций в виде обобщенных ортогональных полиномов Гана. Коэффициенты разложения вычисляются методом подстановки [1], при этом подбираются 2 свободных параметра с целью описания функции наиболее коротким рядом при фиксированной ошибке аппроксимации. В результате построена иерархическая процедура, включающая модули программного обеспечения, основанные на алгоритмах, предложенных в [2].

Алгоритм поиска внутренних стимулов может быть сформулирован в виде следующей последовательности действий: 1) шаблон записи представляется в форме набора коэффициентов ряда разложения по выбранному базису; 2) в изучаемой записи вырезается участок сигнала, равный по длине шаблону, после чего вычисляется его коэффициент формы относительно шаблона; 3) выполняется сдвиг на один отсчёт вправо, после чего процедура повторяется.

В результате получается график зависимости значения коэффициента формы от смещения шаблона, при этом положения максимумов фиксируют моменты стимулов. Таким образом, коэффициент формы является мерой сходства тестируемого участка сигнала с эталоном и может быть использован для обнаружения внутренних стимулов, вызывающих отклик.

Разработанные программы включают процедуры вычисления полиномов и функций Гана, получения аппроксимации и выделения стимулов для последующего поиска и идентификации полезного сигнала, а также статистического и частотного анализа откликов среди источников, отвечающих спонтанной активности. По результатам работы можно сделать вывод о том, что использование полиномов Гана позволяет существенно упростить процедуру поиска внутренних стимулов, опираясь на контрольные данные. При этом формализм, основанный на понятии коэффициента формы, делает возможной оценку вклада каждой базисной функции. Применение стандартных процедур аппроксимации, объединяющих цифровые и аналитические приемы [4] позволяет автоматизировать процесс анализа поступающих по различным каналам записей и реализовать отбраковку «испорченных» данных с автоматическим выделением эталонных участков.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 01-01-00894, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### Литература

1. Ф.Ф.Дедус, С.А.Махортых, М.Н.Устинин, А.Ф.Дедус Обобщенный спектрально-аналитический метод. М.: Машиностроение, 1999.
2. А.Ф. Никифоров, С.К. Суслов, В.Б. Уваров. Классические ортогональные полиномы дискретно й переменной. М.: Наука, 1985.
3. R.G.P. Menendez, O. Nauk, S.G. Andino, H. Vogt, C. Michel. Linear Inverse Solutions with optimal Resolution ...// Human Brain Mapping 5:454-467 (1997)
4. Ф.Ф.Дедус, В.И.Сухарев Аппроксимативные свойства классических ортогональных полиномов дискретной переменной (рекуррентный подход). Доклады I Всероссийской конференции (СПЕКТР-2000) Москва, 2000. С. 313-327.

# Идентификация стохастической динамики и режимы магнитной активности мозга

*В.В. Сычев, С.А. Махортых, А.М. Молчанов, Н.М. Панкратова,  
М.Н. Устишин*  
(Пушино)

## Общие положения

Идентификация стохастической динамики в реальных экспериментальных данных является довольно сложной задачей [1]. Непосредственное использование классических приемов, таких, как описанные в [2] методы, редко приводит к удовлетворительным результатам. Прежде всего, это связано с неизбежным присутствием шума в записях, а также необходимостью получения и анализа очень длинных стационарных временных рядов. Для сложных систем с многочисленными режимами функционирования, переходами между режимами и при наличии тепловых и прочих помех это требование редко удовлетворяется. В полной мере сказанное относится к биологическим объектам. В силу этого использование методов распознавания и смысловой оценки отрезков записей является актуальным, а иногда и единственно возможным подходом в данной задаче. Один из перспективных методов такого рода излагается в докладе [3] настоящего сборника.

Здесь приводятся несколько связанных друг с другом подходов, позволяющих упростить реализацию классических методов [2] и на его основе сформулировать модель рассматриваемой системы и оценить ее параметры.

В качестве исходных рассматриваются данные, полученные в ходе измерений магнитной активности мозга у здоровых и страдающих синдромом Паркинсона пациентов. Вычислительные процедуры тестировались также на модельных данных и реальных экспериментальных данных: записях электрической активности пищеварительной системы человека и нейронной активности обонятельной подсистемы моллюска вида *Limax Maximus*.

## Алгоритмы идентификации стохастической динамики

Алгоритмы идентификации динамических свойств временных рядов сводятся к модифицированным версиям методов [2] и включают вычисление корреляционной размерности аттрактора динамической системы, показателей Ляпунова и информационной энтропии сигнала.

Алгоритмы оптимизированы для эффективной обработки больших массивов экспериментальных данных. Их главные отличия от существующих основаны на следующих положениях. Вычислению размерности и энтропии предшествует вычисление корреляционного интеграла  $C(r, n)$  на сетке расстояний  $r_0 < r_1 < \dots < r_{l-1}$  ( $l$  – количество

узлов сетки расстояний). В результате за один шаг вычисляются  $l$  значений корреляционного интеграла  $C(r_0, n), C(r_1, n), \dots, C(r_{l-1}, n)$ . Таким образом, осуществляется перебор пар точек аттрактора не для каждого значения  $r$ , а только один раз для всех значений узлов сетки. Этим достигается ускорение работы алгоритма в  $l$  раз.

На его основе написаны и протестированы программы, вычисляющие корреляционную размерность, корреляционную энтропию и наибольший показатель Ляпунова аттрактора, восстанавливаемого по одномерному временному ряду данных. Для аттрактора динамической системы, заданной системой обыкновенных дифференциальных уравнений (или дискретным отображением), программы позволяют найти все показатели Ляпунова.

Использование метода выделения информативных участков в записях магнитных энцефалограмм (МЭГ) [3] позволяет эффективно использовать данный алгоритм в задаче идентификации динамического поведения в записи и классификации режимов функционирования (рис. 1).

### **Моделирование и параметрическая идентификация системы**

Ниже излагаются результаты моделирования сигналов, целью которого является получение качественного сходства с экспериментальными данными магнитной энцефалографии. Такие модельные сигналы помогут объяснить механизм перехода между паттернами в данных МЭГ. Моделирование сложных сигналов, которые являются комбинацией нескольких процессов, может быть полезно также для тестирования фильтров, которые будут использоваться для отделения полезного сигнала от шума и т.п. При этом применяются методы распознавания и классификации участков записей [3] и результаты корреляционного анализа.

Типичное поведение сигнала с переключениями между режимами приводится на рис. 1. Четко выделяются два режима – с высокой (спайки) и малой амплитудами, частота сигнала при этом также изменяется.

Для того чтобы получить более полное представление о поведении динамической системы, производилась реконструкция фазового пространства с помощью задержки по времени [2]. Объем фазового пространства, занимаемого аттрактором в режиме I, существенно меньше, чем в режиме II.

Предложена модель, описывающая переключение между режимами. Области повышенной спонтанной кратковременной активности описываются автогенератором Ван-дер-Поля, который используют при моделировании различных патологий, когда нормальная активность сменяется четкими квазигармоническими колебаниями. Для качественного описания нормальной работы мозга использовался генератор шума. Электрическая схема последнего (при включенном туннельном диоде) и генератора Ван-дер-Поля (с выключенным диодом) приводится на рис. 2а) и на рис. 2б) – картина генерируемого сигнала.

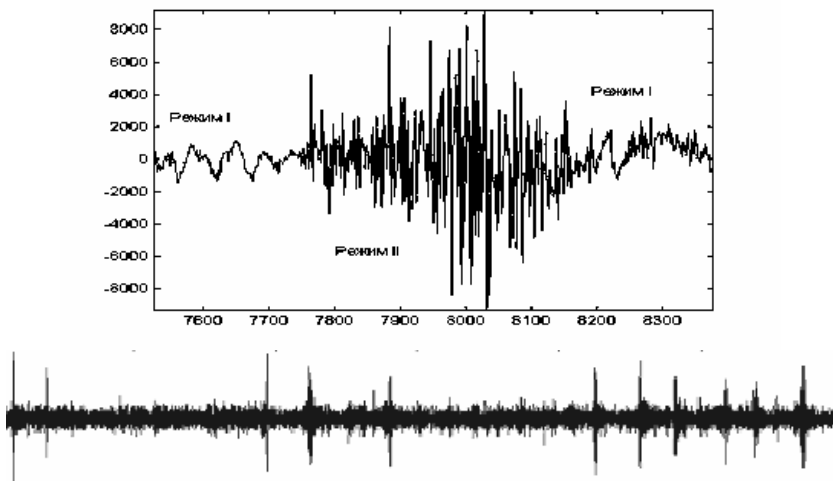


Рис.1. Запись МЭГ

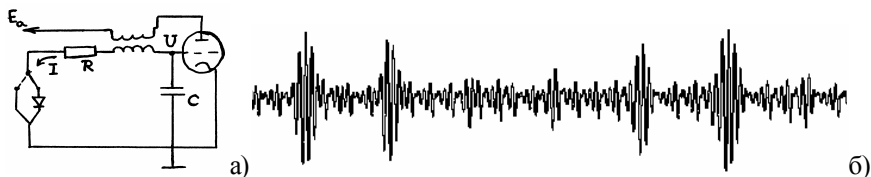


Рис.2. Электрическая схема системы переключения (модель) и ее выходной сигнал

Высокоамплитудный режим в каждом случае переключения имеет разную амплитуду. По этой причине, в системе, как видно на рис.2, переключение происходит нерегулярно, несмотря на периодический переключатель. Это можно объяснить различными 'начальными' условиями системы в моменты переключения.

Проводимые исследования выполняются при финансовой поддержке РФФИ (проекты 00-01-00417, 01-02-16127, 01-07-90317, 01-01-00893, 01-01-00894, 00-01-05000), проекта 107 6-го конкурса молодых ученых РАН, CRDF (грант RB1-2027).

### Литература

1. Гласс Л., Мэки М. От часов к хаосу: ритмы жизни. - М.: Мир, 1991.
2. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence. In: Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics, edited by D.A.Rand L.S.Young Heidelberg: Springer-Verlag, 366-381 (1981).
3. В.И. Сухарев, Ф.Ф.Дедус, М.Н. Устинин, С.А. Махортых. Классические ортогональные полиномы дискретной переменной: анализ и классификация временных записей магнитных энцефалограмм/ Настоящий сборник

# Вычисление гребневого расстояния между особенностями папиллярных линий для распознавания отпечатков пальцев

*А.И. Татарчук, А.В. Копылов, А.С. Ермаков, В.В. Моттль*

(Тула)

Автоматизированные дактилоскопические идентификационные системы (АДИС), позволяющие проводить поиск и сравнение отпечатков пальцев и их фрагментов в соответствующей базе данных, получили в настоящее время широкое распространение. При этом основой для идентификации отпечатков пальцев служат, как правило, некоторые детали строения папиллярных узоров, которые называют особыми точками. В криминалистической литературе приводятся различные классификации особых точек. Чаще всего используются особенности двух типов - разветвление и окончание линии. Особенности задаются геометрическими координатами особых точек на отпечатке и матрицей попарных расстояний между ними, а также направлением линий папиллярного узора в этих точках.

Наличие различных искажений и несоответствие масштабов отпечатков при их регистрации приводят к трудностям выбора геометрических координат на отпечатках, необходимые для привязки особенностей. В данной работе предлагается использовать гребневые расстояния вместо геометрических. Под гребневым расстоянием понимается число пересечений папиллярных линий отпечатка пальца с прямой линией, проведенной между двумя особыми точками. Подобное измерение расстояния приводит к инвариантности системы измерения расстояния по отношению к геометрическим искажениям изображения отпечатка. Гребневой счет является важным средством повышения надежности работы АДИС.

Идея подсчета числа пересечений сводится к анализу структуры сигнала, выделенного из изображения отпечатка специальным образом.

Исследуемый сигнал представляет собой последовательность значений уровня яркости дискретных элементов изображения отпечатка, которые пересекает проведенная прямая линия. После предварительной обработки сигнала за его нулевое значение принят средний уровень яркости элементов изображения, за положительные значения принимаются значения яркости элементов, соответствующие темным участкам изображения (гребням папиллярных линий), а за отрицательные, соответственно, значения яркости элементов светлых участков изображения (впадин между гребнями).

Полученный сигнал можно представить в виде скрытого двухуровневого сигнала и аддитивного шума. Скрытая составляющая представляет собой сигнал, образованный фрагментами с двумя чередующимися постоянными значениями, положительным и отрицательным, соответствующим папиллярным линиям и межпапиллярным впадинам. В случае отсутствия



шумов на отпечатке поиск гребней сводился бы к определению моментов перехода полученного сигнала из отрицательной области в положительную.

Однако наличие таких недостатков, как нечеткость изображения отпечатка, наличие неясных мест, шумов, неравномерность среднего локального уровня яркости изображения, а также дискретное представление изображения, вызывает трудности в решении поставленной задачи.

Дело в том, что двумерный растр плоского изображения отпечатка является приближением исходного непрерывного изображения. Этой особенностью пренебрегать нельзя, так как ширина папиллярной линии может быть соизмерима с размером нескольких точек растра. Сигнал, формируемый из точек растра, которые пересекает проведенная непрерывная прямая линия, скачкообразно изменяется на каждом шаге считывания яркости дискретного элемента изображения. К тому же, возможна ситуация, когда проведенная прямая пройдет почти вдоль папиллярной линии, и тогда, особенно при прохождении по ее краю (рис. 1), может появляться дребезг сигнала из-за того, что проведенная прямая пересекает точки изображения, значительно отличающиеся по уровню яркости, и эти изменения носят ярко выраженный колебательный характер. Для устранения дребезга значение сигнала в очередной точке принимается как значение некоторой функции от яркостей четырех соседних точек в плоскости растра. В данной работе были опробованы функции двух видов – среднее значение яркости четырех соседних точек и билинейная функция. Эксперименты показали, что использование билинейной функции значительно улучшает качество сформированного сигнала.

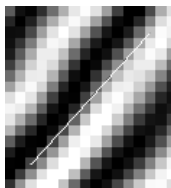


Рис. 1. Появление дребезга при считывании сигнала по краю папиллярной линии.

В данной работе каждый квазипостоянный фрагмент сигнала, полученный как сечение отпечатка в пределах одного гребня или одной впадины, понимается как отрезок реализации стационарного случайного процесса, а весь сигнал в целом – как чередование, вообще говоря, случайное, двух состояний, вплотную примыкающих друг к другу.

В качестве математической модели недоступного, скрытого для непосредственного наблюдения двухуровневого сигнала принята однородная марковская цепь  $H = (h_t, t = \dots, 0, 1, 2, \dots)$  с двумя состояниями  $h_t \in \{h_1, h_2\}$ , определяемая некоторой матрицей условных вероятностей переходов  $R = (r_{gh}), r_{gh} = P(h_t = h | h_{t-1} = g)$ . В качестве модели

анализируемого сигнала  $X = (x_t, t = \dots, 0, 1, 2, \dots), x_t \in R$ , рассматривается действительнозначный случайный процесс с независимыми значениями, положительными и отрицательными для двух разных состояний скрытого процесса.

Задача структурного анализа сигнала в данном случае сводится к задаче построения алгоритма его сегментации [1]. Говоря об алгоритме сегментации, необходимо принять специальное предположение о характере матрицы условных вероятностей переходов  $R = (r_{gh})$  скрытой марковской цепи  $H = (h_t)$ , реализация которой подлежит восстановлению. Марковская цепь только в том случае соответствует интуитивному представлению о скрытом вероятностном механизме, управляющем чередованием однородных фрагментов исследуемого сигнала, если диагональные элементы матрицы ее вероятностей переходов  $r_{gg}$  много больше недиагональных элементов  $r_{gh}, g \neq h$ . Только в этом случае для реализации марковской цепи характерны достаточно длинные участки с неизменным состоянием. Такое ограничение позволяет использовать подход к задаче построения алгоритма оценивания границ смены устойчивых состояний исследуемого сигнала основанный на том, что каждая такая граница является моментом скачкообразного нарушения стационарности наблюдаемых колебаний. Это позволило использовать для поиска границ смены состояния процедуру обнаружения разладки (скачкообразного изменения вероятностных характеристик), основанную на накоплении так называемой кумулятивной суммы и впервые предложенную Е. Пейджем [2]. Процедура Пейджа удовлетворяет требованиям вычислительной простоты и последовательности обработки. Алгоритм сегментации, основанный на этой процедуре, является алгоритмом реального времени и фактически представляет собой упрощенную реализацию алгоритма динамического программирования. Упрощение заключается в эксплуатации того факта, что при выполнении условия  $r_{gg} > r_{gh}$  интервалы между искомыми моментами изменения состояния скрытой марковской цепи столь велики, что практически всегда превосходят текущую задержку принятия решения в алгоритме реального времени, так что интервал еще не принятых решений вряд ли содержит более одного момента переключения, смены состояния.

Разработанная методика позволяет четко разграничить папиллярные линии и межпапиллярное пространство. На ее основе осуществляется подсчет папиллярных линий между двумя заданными опорными точками, что может быть использовано как для непосредственного измерения расстояния между особенностями отпечатка пальца, так и для автоматизации определения дактилоскопической формулы по существующей методике.

## Литература

1. Моттль В.В., Мучник И.Б. Скрытые марковские модели в структурном анализе сигналов. – М.: Физматлит, 1999, 352 с.
2. Page E.S. Continuous inspection schemes // *Biometrika*, 1954, V. 41, pp. 100-114.

## Теория распознавания и понимания изображений, базирующаяся на стохастической геометрии

*Н.Г. Федотов, Л.А. Шульга*

(Пенза)

В распознавании образов традиционно выделяют два этапа: формирование признаков и решающую процедуру. В кибернетической литературе исторически сложилось так, что подавляющее большинство работ по распознаванию образов посвящено решающим правилам и практически нет работ по формированию признаков. Этот этап по общепринятому мнению является эмпирическим и зависит от интуиции проектировщика распознающей системы.

Подход с позиций стохастической геометрии, развитый в работе [1], позволяет восполнить этот пробел и наряду с конструктивной теорией признаков дать практические методы генерации большого числа признаков распознавания изображений. Столь мощное смещение акцента с решающих правил на новые признаки распознавания дает основания говорить о новом понимании изображений и ведет к повышению интеллектуальности распознающих систем.

В докладе рассмотрена система распознавания образов, основанная на новом классе признаков распознавания, независимых от движений изображений, а также от их линейной деформации, иначе говоря, от аффинных преобразований. Отличительной чертой группы рассматриваемых признаков является представление каждого из них в виде последовательной композиции трех функционалов

$$\Pi(F) = \Theta \circ P \circ T(F \circ l(\theta, p, t)).$$

Каждый функционал  $\Theta$ ,  $P$ ,  $T$  действует на функции одной переменной  $\theta, p, t$  соответственно. Для каждого из трех функционалов легко можно придумать десятки и разных конкретизации, удовлетворяющих требуемым условиям. Следовательно, сразу получаем тысячи новых признаков, инвариантных к движениям: это дает возможность распознавать очень большое число изображений, например идеограмм.

Рассмотрим формирование триплетных признаков. На сканирующей прямой  $l(\theta, p)$  бинарное изображение  $F$  оставляет след - бинарную функцию. На прямой имеется естественная одномерная система координат

(переменная  $t$ ), поэтому можно вычислить функционал  $T$  (Тгесе-функционал). Результат вычислений зависит от двух параметров  $\theta$  и  $p$ . Направим ось  $0\theta$  горизонтально и ось  $Op$  - вертикально. В каждой точке  $(\theta, p)$  интенсивность цвета отметим в качестве функционала  $T$ . Получим Тгесе-трансформанту бинарного изображения. В дискретном варианте ей соответствует Тгесе-матрица. Тгесе-трансформанта представляет собой промежуточный образ на листе Мебиуса при сканировании ненаправленными прямыми или на цилиндре при сканировании направленными прямыми. Тгесе-трансформанта представляет собой удобный инструмент для изучения движения объектов и масштабных их изменений. При повороте изображений объектов Тгесе-трансформанта сдвигается вдоль оси  $0\theta$ , при трансляции объектов столбцы Тгесе-матрицы претерпевают волнообразные смещения, как одно целое, вдоль оси  $Op$ . При масштабах преобразования изображения с коэффициентом  $k > 1$  Тгесе-трансформанта расширяется, при  $k < 1$  – сжимается.

Следующей операцией является обработка столбцов с помощью диаметального (Diameter) функционала  $P$ . Результатом является периодическая кривая, называемая цирком. Она обладает тем примечательным свойством, что сдвиг ее пропорционален повороту исходного изображения.

И, наконец, на последнем шаге с помощью кругового  $\Theta$  - функционала определяем число - признак изображения  $\Pi(F)$ .

Структура признаков в виде композиции трех функционалов позволяет даже при небольшом числе вариантов функционалов получить большое количество новых конструктивных признаков распознавания. В настоящее время выявлено свыше 200 функционалов из различных областей математики: статистики, фрактальной геометрии и т.д., позволяющих формировать новые признаки.

Большое число признаков, особенно важно при решении задач распознавания с большим алфавитом образов, например, идеограмм и биологических микрообъектов.

Важной особенностью предлагаемого подхода является возможность автоматической генерации и селекции признаков на основе их различающей силы.

Рассмотренные триплетные признаки распознавания  $\Pi(F)$  могут быть вычислены в высшей степени распараллеленном процессе, что позволит добиться высокого быстродействия формирования признаков в однородных вычислительных средах. Подобно признакам, формируемым нейронными сетями, данные признаки не имеют наперед заданного смысла. Отбор

информативных признаков осуществляется автоматически в ходе машинного эксперимента, принимая во внимание исключительно лишь их полезность для классификации.

Достоинством подобных признаков является их независимость от аффинных преобразований распознаваемых изображений, что позволяет существенно повысить и надежность систем распознавания, в которых они используются.

Предложенный подход отличается универсальностью, и применим при распознавании бинарных, полутоновых и цветных изображений.

Построенные на основе предложенной теории системы распознавания в настоящее время проходят опытную эксплуатацию в различных областях медицинской и технической диагностики.

В качестве направления последующих исследований следует отметить дополнение математического аппарата морфологическим анализом.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ, проекты N 00-01-00421, N 01-01-06021.

### Литература

1. Федотов Н. Г. Методы стохастической геометрии в распознавании образов. М: Радио и связь, 1990. - 144 с.
2. Kadyrov A.A. and Fedotov N.G., "Triple Features". Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications, 1995, Vol. 5, No.4, pp. 549-559.
3. Федотов Н.Г., Кадыров А.А., "Новые методы формирования признаков распознавания образов с позиций стохастической геометрии", Автометрия, 1996, N1, с.88-92.
4. Федотов Н.Г., Кадыров А.А., "Новые признаки изображений, инвариантные относительно группы движений и аффинных преобразований", Автометрия, N4, 1997, с.65-79.
5. Федотов Н.Г. Теория признаков распознавания образов, основанная на стохастической геометрии, Искусственный интеллект, Національна академія України. Інститут проблем штучного інтелекту, Донецьк, 2000.
6. Федотов Н.Г., Шульга Л. А. Новые методы формирования признаков распознавания образов с позиций стохастической геометрии, III Международная конференция по мягким вычислениям и измерениям SCM'2000, вероятностные методы в обработке информации, Санкт-Петербург, 2000.
7. Шульга Л. А. Методы генерации признаков изображений, основанных на стохастической геометрии и функциональном анализе, Материалы Международной конференции студентов и аспирантов по фундаментальным наукам "Ломоносов-2000, Москва, 2000, с. 169-170.

8. Nikolay G. Fedotov, Luydmila A. Shulga, New Ways to Form Features for Pattern Recognition on the Basis of Stochastic Geometry, Proc. of the 12th Scandinavian Conference on Image Analysis, Bergen, 2001, pp.686-690.

## **Информационные технологии в подборе рецептов для жидкой фазы в гетерогенных системах**

*И.В. Фоменко, А.П. Жабко, А.М. Киселев, В.А.Климов*  
(Санкт-Петербург)

Характерным примером данных объектов являются технологические системы красильно-отделочных производств (КОП) текстильной промышленности. В этих системах твердую фазу представляет собой окрашиваемый субстрат, а жидкую - красильный раствор, в общем случае, смесовой.

Функционирование рассматриваемых производств, как и других, в современных условиях происходит в рыночной среде. Необходимость в рыночном маневрировании заставляет КОП крупных предприятия уменьшать размеры партий своей продукции. При выпуске таких малых партий всерьез встают вопросы автоматизации подбора состава красителей и рецептов крашения для удовлетворения жестких требований заказчиков к колористическим параметрам окрашиваемого сырья и полуфабрикатов (особенно тканей - обеспечения соответствия их заданному образцу). Одновременно решается задача эффективного управления процессом крашения для обеспечения требуемой стабильности этих колористических параметров, несмотря на естественные колебания концентраций красителей и изменения других факторов.

Вопрос не простой. Красители, как правило, имеют сложные спектры, степень окрашивания субстрата зависит от их концентрации нелинейно. Также возможно химическое взаимодействия разных красителей с субстратом и между собой. Поэтому возникающую в связи с автоматизацией КОП задачу экспериментально - теоретического моделирования процессов крашения традиционно относят к классу трудноформализуемых. Вместе с тем, хотя по этой проблеме выполнено большое количество работ, вопрос далек от своего окончательного решения.

В предлагаемом подходе, рассматриваемом авторами как развитие изложенного в [1], решение задачи основывается на построении ряда связанных многофакторных моделей, сохраняемых в виде многомерных массивов в специальной базе данных (БД). Для сокращения объема сохраняемой информации используется сжатие, основанное на разложении по специальному базису ортогональных функций. Подбор базиса - самостоятельная сложная задача, в значительной степени определяющая качество модели. В ее решении предполагается использование специально

экспертной системы (ЭС), реализующей выбор базиса на основе анализа исходных экспериментальных характеристик.

Для повышения точности модели и обеспечения ее адаптивности к постоянно меняющимся условиям функционирования системы предполагается хранение моделей двух типов: базовых, построенных на основе лабораторно-экспериментальных исследований, и рабочих, формируемых и накапливаемых непосредственно в процессе эксплуатации автоматизированной системы управления (АСУ) и контроля процессов крашения на производстве.

При выполнении экспериментально-теоретических исследований предполагается использование прогностических процедур, в том числе, с применением интеллектуализации обработки информации о процессах крашения и по оценке готовой продукции по целому набору показателей.

Последнее положение лишь дополнительно подчеркивает необходимость ориентации на большой объем классов объектов КОП, определяемых, в общем случае, исходной информацией о красителях, по свойствам субстрата и показателям качества выходного продукта.

Заметим особо, что состав красителей, даже с одними реквизитами и полученные от одного поставщика (производителя) могут несколько отличаться по своему составу и свойствам. Это необходимо учитывать для обеспечения выполнения жестких требований к качеству продукции. Это же относится и к сырью. Кроме того, в современных рыночных условиях работы предприятиям приходится иметь дело с разными поставщиками, как сырья, так и красителей и часто их менять. Поэтому возникает задача их предварительной идентификации. Она может решаться с использованием методов распознавания образов на основе анализа как организационно-технической информации (от поставщика), так и результатов предварительного лабораторного эксперимента, в том числе и по спектральным характеристикам.

Несмотря на упоминавшуюся возможность сжатия информации за счет специальных ортогональных базисов, рассмотренные модели вероятно потребуют значительных вычислительных ресурсов и объемов памяти (прежде всего внешней). Поэтому эффективное решение рассмотренных задач предполагает решение их в комплексе с другими задачами АСУ предприятия (планирования, учета готовой продукции), с использованием единой распределенной информационной системы, развитой вычислительной сети и мощной серверной поддержки.

### Литература

1. Акопджян Г.М., Червяков В.В. Алгоритмическое обеспечение автоматизированной системы первоначального подбора рецептур крашения трикотажного полотна прямыми красителями. - Межвуз. сб. науч. тр. /СПГУТД, -СПб.: 1994.

# Использование функций зрительного анализатора при распознавании стандартных символов и графосемантических элементов

*Г.В. Цепков А.В. Лефтеров*

(Киев)

В современных системах цифровой обработки изображений, используются элементы дискретной техники и наиболее быстродействующие алгоритмы, которые поддерживаются тактовой частотой процессоров не ниже  $10^9$  Гц.

В биосистемах глаз выдаёт анализатору за секунду 3-5 «кадров» каждый из которых преобразуется в последовательность нервных импульсов, предельная частота следования которых 465 Гц. Таким образом, даже весьма насыщенный информативными компонентами «кадр» может быть представлен кодом, содержащим не более 155 импульсов.

Следовательно, эффективность работы зрительного анализатора обусловлена мощным сокращением избыточных данных и достигается это, прежде всего, не аналитическими операциями, а организацией межнейронных связей в рецепторном и последующих отделах. Обнаруженные так называемые латеральное торможение [1], рецептивные поля и некоторые сведения о морфологии глаза [2] дают (хоть и скудный) материал для его использования в технических разработках.

Кроме того, известно [3], что в нервных структурах и тканях может осуществляться дифференцирование сигнала путём «вычисления» конечных разностей не ниже второго порядка, причём на возбуждение ткани влияет не столько величина производных, сколько моменты изменения их знака. Это перекликается с данными психофизиологических экспериментов [4]: саккадические и следящие движения глаза связаны с поиском в изображении участков наибольшей крутизны, особенно изломов.

Перечисленные выше сведения о зрительном анализаторе в некоторой мере использованы в модели рецепторного отдела зрительного анализатора. Модель обеспечивает: центрирование, контрастирование, определение координат изображения. Далее производится (за счёт организации или связей между светочувствительными элементами) разложение образа на компоненты (отрезки горизонтальных, вертикальных, наклонных линий, изломы, пересечения), кодирование их, измерение размеров и количества линий. Набор этих данных, пригодных для классификации и распознавания формируется моделью путём применения ограниченного числа операций типа «вычитание». Модель предназначена для анализа изображений печатных символов русского и латинского алфавитов, арабских цифр, а также для распознавания графосемантических элементов японских иероглифов.



Символы русского и латинского алфавитов просты, но для решения задачи распознавания понятий требуется избыточность выходных данных - составление слова, словосочетаний.

Выбор графосемантических элементов иероглифики в качестве объекта распознавания обусловлен тем, что авторов интересует конечная цель распознавания – понятие, которым оперирует мозг (или имитирующий его функции автомат).

С этой точки зрения иероглифика имеет преимущества, поскольку образ любого из базовых графосемантических элементов (на основе их строится вся система иероглифики) содержит в себе понятие в компактном виде.

Кроме того, иероглифика содержит весь спектр необходимых для использования в качестве теста ингредиентов при обработке алгоритма распознавания (толщина линий, центрирование/децентрирование, угол наклона элементов, масштабирование элементов и т.п.).

#### **Литература**

1. Hartline Н.К., Wagner Н.С., Ratliff F. Inhibition in the eye of limulus // *J. Gen. Physiol.* –v39, 1956. P. 651-673.
2. Хьюбел Д. Глаз, мозг, зрение // М. Мир, 1990. –239с.
3. Цепков Г.В. Влияние формы сигнала на возбудимость нервной ткани // *Кибернетика и выч. техника.* –вып.14, 1972. С. 16-20.
4. Распознавание образов // М. Мир, 1970. –288с.

### **Вейвлет-преобразования для подготовки банков фильтров в моделях многоканальных систем для текстурной сегментации**

*Д.А. Цымбал, Г.М. Емельянов, А.Н. Сергеев*  
(Великий Новгород)

В данной публикации рассматривается применение вейвлет-преобразований для расчета параметров фильтров для банков фильтров, использующихся при многоканальной фильтрации. Не останавливаясь только на фильтрах Габора, изучается эффективность схем многоканальной сегментации, основанных на использовании различных фильтров, включая и фильтры Габора.

На рисунке показана схема, которую мы будем использовать для сегментации многотекстурных изображений.

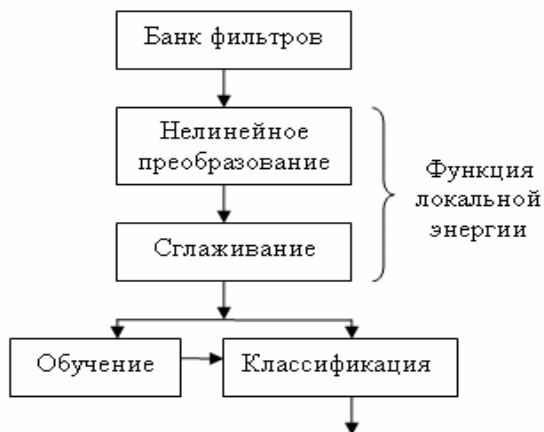


Рисунок 1. Диаграмма текстурного сегментирования

Банк фильтров состоит из множества частотных фильтров с заданной частотой и ориентацией, которые задают диапазон выборки. Функция локальной энергии используется для преобразования областей в каждом канале таким образом, чтобы там, где основная частота канала доминирует, получить высокий уровень яркости, иначе – низкий уровень яркости.

После применения функции локальной энергии мы получаем вектор изображений, одно изображение на фильтр в банке фильтров. Этот вектор изображений с выделенными текстурными признаками и подаются на вход классификатора.

В качестве классификатора мы предлагаем использовать самоорганизующуюся карту признаков Кохонена.

Различные варианты использования фильтров Габора имеют или большую вычислительную сложность, или неудовлетворительное качество классификации для некоторых наборов текстур и некоторого круга приложений.

Для тщательно отобранных банков фильтров проблема избыточности решена и качество сегментации сравнимо с фильтрами Габора.

В предлагаемой модели мы использовали двухуровневый древовидный банк фильтров (по аналогии с вейвлет-преобразованием). Тщательно отобранный банк фильтров имеет наилучшее восстановление, если возможно восстановить входной сигнал из набора выходных сигналов.

Используемый алгоритм исключительно прост в реализации, к тому же очень быстр - и на разложение, и на восстановление требуется порядка  $cN$  операций, где  $c$  - длина фильтра. Например, быстрое преобразование Фурье требует  $N\log(n)$  операций.

В итоге нами была проведена оценка различных типов фильтров, использующихся в многоканальной фильтрации, и произведено сравнение с

некоторыми подходами по использованию фильтров Габора. Экспериментально было показано, что применение фиксированных банков фильтров дает неплохие результаты, по сравнению с альтернативным подходом, когда параметры фильтров рассчитываются, но только в случае фильтрации детерминированных типов изображений.

### **Литература**

1. P. Weldon, F. Dunn "Designing multiple Gabor filters for multi-texture image segmentation" // Optical Eng. 1999.
2. F. Farokhnia, Multi-channel Filtering techniques for texture segmentation and surface quality inspection. // PhD thesis, Michigan State University, 1990.
3. T. Chang and C. J. Kuo, Texture analysis and classification with tree structured wavelet transform // IEEE Trans. Image Processing, vol. 2, no. 4, 1993.
4. Bruce MacLennan. "Gabor Representation of Spatiotemporal Visual Images" // TR CS-91-144. University of Tennessee, 1991.
5. Н.М. Астафьева. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения. // Успехи физических наук, том 166, № 11 - 1996.
6. В.И. Воробьев, В.Г. Грибунин, Теория и практика вейвлет-преобразования // С.-Петербург 1999

## **Применение алгебраического подхода к задачам выделения трендов**

**Ю.В. Чехович**

(Москва)

Рассматриваются конечные множества точек на плоскости. Таким множествам могут соответствовать различного рода временные ряды, результаты измерений параметров физических процессов, ценовые и объемные характеристики биржевых торгов и тому подобное. Будем называть такие множества конечными плоскими конфигурациями (КПК). Не исключено, что подобные конфигурации обладают "плохой", в некотором смысле, структурой. Например, точки могут быть равномерно распределены в некоторой прямоугольной области и не подтверждать наличия какой-либо зависимости исследуемой величины от времени даже при экспертном анализе. Но, как правило, при решении прикладных задач существует уверенность в том, что положение точек соответствует некой достаточно "просто устроенной" кривой. Под простотой при этом подразумевается малое количество экстремумов относительно числа точек КПК.

При этом именно выявление положения экстремумов на аппроксимирующей кривой, как правило, является основным результатом изучения исходного множества. Поведение же кривой на участках монотонности обычно не представляет существенного интереса. В силу

этого тенденцией изменения или трендом исследуемого процесса будем называть промежуток монотонности на аппроксимирующей кривой и соответствующий этому промежутку фрагмент КПК.

Разбиение исходной КПК на тренды производится путем решения задачи классификации, причем каждой точке исходного множества сопоставляется номер определенного класса, интерпретируемого, скажем, как «класс максимумов», «класс минимумов», «класс точек монотонности»

Очевидно, что задача выделения трендов в исходных множествах такого рода не имеет, вообще говоря, единственного решения. При содержательном анализе КПК границы трендов могут выбираться экспертом достаточно произвольно. Более того, для одной и той же выборки в зависимости от собственных представлений, типа анализа или какой-либо внешней информации выделенные экспертом тренды могут быть существенно различными. Этим обстоятельством определяется целесообразность изучения задачи синтеза алгоритмов выделения трендов, настраиваемых на определенный тип анализа.

В докладе исследована возможность применения алгебраического подхода к задаче построения обучаемых алгоритмов выделения трендов. Изложены начальные этапы построения проблемно-ориентированной теории данной предметной области. А именно, формально описаны пространства начальных информаций (входы алгоритмов), финальных информаций (выходы алгоритмов), вид прецедентов и дополнительных ограничений, получены критерии разрешимости и регулярности. Также исследована проблема локальности в задачах построения алгоритмов выделения трендов. Получены критерии локальной разрешимости и локальной регулярности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов: 99-01-00562 и 01-01-00575).

## **Выбор алфавита моделей звуков русской речи для системы распознавания**

*В.Я. Чучупал, К.А. Маковкин, А.В. Чичагов*  
(Москва)

### **1. Введение**

При создании систем распознавания слитной речи, основанных на моделировании звуков речи, необходимо осуществить выбор множества таких моделей. Количество моделей должно соответствовать объему обучающего материала, требованиям к точности распознавания и вычислительным ресурсам. Для распознавания слитной речи на персональном компьютере мы были ограничены алфавитом примерно 1000 звуков, для которых должны были строиться модели. Остальные звуки

должны были представляться моделями близких по качеству звуков, представленных в алфавите.

В качестве технологии для синтеза алфавита моделей использовался алгоритм бинарных решающих деревьев.

## 2. Правила построения решающего дерева

В нашем случае начальным множеством корневых узлов дерева являлись контексто-независимые фонемы: гласные звуки, согласные, пауза. Всего было 68 корневых узлов.

Вопросник содержал более 80 вопросов, относящихся, в основном, к качеству левого и правого контекстов звука. Ниже приведены примеры вопросов их сокращенным обозначением:

Левый контекст мягкий?	(L_Soft ?)?
Правый контекст мягкий?	(R_Soft ?)
Левый контекст – губной согласный?	(L_ConLips ?)
Правый контекст – губной согласный?	(R_ConLips ?)
Правый контекст -передний гласный?	(R_Forw ?)
Левый контекст – передний гласный?	(L_Forw ?)
Правый контекст – лабиализован?	(R_Labial ?)
Правый контекст - гласный низкого подъема?	(R_Low ?)
Правый контекст – гласный среднего подъема?	(R_Mid ?)
Правый контекст гласный высокого подъема?	(R_High ?)
Правый контекст – согласный заднего ряда?	(R_Back ?)
Правый контекст - гласный?	(R_Vow?)

Алгоритм синтеза дерева был основан на процедуре последовательного разделения листьев. В каждый момент времени выбирается очередная возможная пара (предварительный выбор), состоящая из листа (родительского узла) и вопроса (из вопросника). Вопрос разбивает выборку данных для данного узла на два подмножества, относящихся, соответственно, к положительному и отрицательному ответам на вопрос. Оба подмножества соответствуют двум новым дочерним листьям дерева. Затем оцениваются параметры модели для каждого из дочерних узлов и, по вновь вычисленным параметрам, вычисляется выигрыш (если он есть) в правдоподобии данных от замены одной родительской модели на две новые. Выигрыш вычисляется в форме логарифма правдоподобия:

$$dL(q,n) = L(q,n) + L(!q,n) - L(n),$$

где  $L(n)$  оценка логарифма правдоподобия наблюдений принадлежащих родительскому узлу  $n$ ,  $L(q,n)$  оценка логарифма правдоподобия наблюдений принадлежащих дочернему узлу  $n$ , который соответствует положительному ответу на вопрос  $q$ ,  $L(!q,n)$  – оценка логарифма правдоподобия наблюдений принадлежащих дочернему узлу  $n$ , который соответствует положительному ответу на вопрос  $q$ .

В результате цикла по всем узлам и вопросам выбирается такая пара (q,n) для действительного разделения узла n на два дочерних узла n<sub>a</sub> и n<sub>b</sub>, для которой выигрыш dL(q,n) для этой пары является максимальным (по всем возможным парам и вопросам: (q<sub>i</sub>,n<sub>i</sub>) of nodes {n<sub>i</sub>} and questions {q<sub>i</sub>}).

Процесс разделения останавливался при достижении заданного числа узлов или если величина выигрыши становилась слишком маленькой.

### 3. Речевой материал и его преобработка

Для синтеза дерева была использована сегментированная часть русской речевой базы данных для телефонных применений [1]. Эта часть состояла примерно из 6 часов отсегментированной вручную читаемой речи – фонетически сбалансированных текстов из 3060 предложений.

Разметка речевого материала была пересмотрена с тем, чтобы сократить полное число меток с 91 к примерно 68, так как некоторые метки встречались в материале редко.

Процессор преобработки данных конвертировал входной сигнал в PCM-формате в 3 вектора параметров: спектр, дельта-спектр и энергию, вычисленные в 16 частотных полосах, эквидистантных по шкале мелов.

### 4. Ранжирование вопросов по важности

Ниже представлены некоторые из результатов экспериментов. Тридцать первых по важности вопросов представлены в таблице внизу. Центральный фон изображен в колонке “Фон”, вопрос приведен в следующей колонке, выигрыш в правдоподобии – в колонке “Δ”.

Фон	Вопрос	Δ	Фон	Вопрос	Выиг.	Фон	Вопрос	Δ
A	R_Sof	866	k	R_Low	216	a0	R_Sof	144
e^	R_Sof	434	o^	R_Sof	213	i^	R_Sof	142
a^	R_Sof	382	a	R_Plos	200	sh	R_Vow	139
l	R_Sof	322	l'	R_Vow	181	x	R_Low	129
N	R_Vow	318	s	R_Plos	172	ch	R_Vow	129
r	R_Vow	276	wl	R_Sof	169	v	R_Vow	117
m	R_Vow	244	l	R_Vow	167	u^	L_Sof	88
al	R_Sof	240	j'	R_Vow	157	t'	L_Labial	88
u	R_Sof	231	s'	R_Vow	154	e	L_Sof	82
t	L_Labial	218	p	L_Low	147	wl	R_Sof	82

Следующая таблица содержит список 10 наиболее важных в среднем вопросов (независимо от того к какому фону они относились) и величину соответствующего выигрыша от их использования.

R_Sof	3547	L_Sof	218
R_Vow	2245	L_Low	186

L_Labial	490	L_High	175
R_Plos	429	R_Forw	110
R_Low	422	R_Mid	83

## 5. Заключение

Отметим следующие свойства алгоритма, которые существенно влияют на его характеристики.

Процесс порождения новых узлов имеет тенденцию к выравниванию количества наблюдений для узлов дерева. То есть, для создания полезных множеств моделей и корректного отображения новых фонов корпус данных должен быть достаточно представлен и статистика для звукосочетаний должна соответствовать реальной речи.

Важность вопросов, полученная объективным путем в основном соответствует предположениям, основанным на фонетических знаниях. Например, вопросы о правом контексте с точки зрения выигрыша в правдоподобии оказались более важными, чем вопросы о левом контексте и это соответствует фонетическим знаниям. Влияние мягких согласных на последующий гласный также является очень заметным с точки зрения фонетических знаний.

Работа была выполнена при поддержке гранта РФФИ 00-01-00648.

### Литература

1. Design and implementation of the Russian telephone speech database. В Трудах Межд.семинара "Speech and Computer", SPECOM'99, Москва, 1999, стр.179-181.

## Индикаторы устойчивого развития и качества жизни социально-экономических систем

*В. В. Шакин*

(Москва)

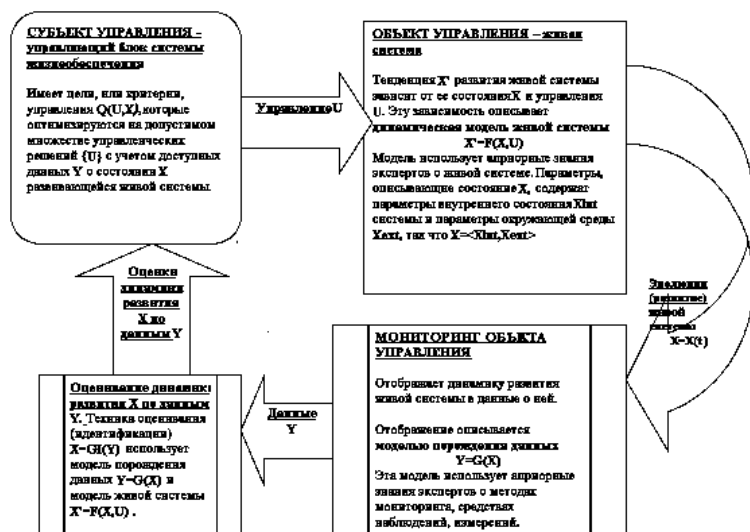
Рассматриваются математические модели и статистические индикаторы (индексы), относящиеся к проблемам "устойчивого развития" и "качества жизни" [1,3,4]. Ключевая проблема заключается в том, способна ли рассматриваемая социально-экономическая система, приближаясь к экстремальным состояниям, сохранить достойное качество жизни и гарантировать устойчивое развитие. К анализу социально-экономических систем, их демографических и экологических аспектов применяется подход, развитый при изучении биосистем, или живых систем [2]. Живые системы рассматриваются в рамках относительно простой математической модели живой системы в виде динамической системы общего вида. Живая система отображается в соответствующее фазовое пространство динамической системы, которое содержит ограниченную область ("экологическую нишу"

этой системы), ассоциируемую с достойными условиями жизни. Граница этой экологической ниши ассоциируется с экстремальными условиями, то есть со сравнительно тонким слоем переходных, (бифуркационных) состояний рассматриваемой системы, промежуточных между жизнью (внутри экологической ниши) и смертью (вне экологической ниши). В этих модельных предположениях рассматриваются две основные проблемы, связанные с риском смерти живой системы.

Первая проблема - это оценивание риска. Она связана с распознаванием экстремальных состояний живой системы. Эта проблема решается с использованием сравнительно общего свойства, которое присуще живым системам. Предполагается, что живая система адаптируется к экстремальным условиям, мобилизуется для того, чтобы выжить, становясь при этом жесткой. Это значит, что живая система теряет некоторое количество степеней свободы, или размерность, по мере приближения к границе своей экологической ниши. Чтобы оценивать количество степеней свободы системы, разработаны различные методы [2,4].

Вторая рассматриваемая проблема - это управление риском. Она состоит в том, чтобы улучшить условия жизни и обеспечить устойчивое развитие рассматриваемой системы. В качестве инструмента для управления качеством жизни рассматривается система жизнеобеспечения, или СЖО (См. Рис. 1).

**Рис.1. СИСТЕМА ЖИЗНЕОБЕСПЕЧЕНИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ**



Это - система управления с обратной связью, которая целенаправленно минимизирует риск смерти живой системы, избегая экстремальных ситуаций. В этих терминах находит естественную интерпретацию структура



(иерархия) индикаторов качества жизни [1], содержащая три уровня: (1) уровень первичных данных, или базовых индикаторов, (2) уровень фазовых переменных состояния рассматриваемой системы и их оценок, а также (3) уровень оптимизируемых критериев. Устойчивое развитие живой системы интерпретируется в терминах задачи об устойчивости системы управления с обратной связью (Рис.1), причем можно показать, что система управления устойчива по Лагранжу при достаточно общих свойствах отображений  $Q, F, G$ .

В качестве приложения данного подхода рассмотрена иерархия индикаторов, предназначенная для мониторинга качества жизни Российских регионов. Особое внимание уделено экологическим аспектам.

Работа поддержана грантом РФФИ 00-01-00197 "Критерии качества жизни и устойчивого развития для социально-экономических систем в экстремальных условиях"

### Литература

1. Айвазян С.А. Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении и межрегиональных сопоставлениях. – М.: ЦЭМИ РАН, 2000. – С. 56.
2. Биосистемы в экстремальных условиях. - М.: ВЦ РАН, 1996, 8 п.л.
3. Шакин В.В. Устойчивое развитие и качество жизни в России. - В кн.: Экологическая парадигма: выбор России в III тысячелетии: "Научные труды МНЭПУ". Вып.2. Серия "Материалы конференций". - М.: Изд-во МНЭПУ, 1998, с. 70 -78.
4. Shakin V.V. Global Environmental Assessment, Sustainable Development Criteria and Mathematical Modeling of Living Systems under Extreme Conditions. Encyclopedia of Life Support Systems Publisher, Ltd. - Proceedings of the International Conference on Environmental Indices/ System Analysis Approach (INDEX-97). London, U.K., 1998, pp. 202-220.

## **Комплексный подход к задаче многокритериального многопараметрического выбора общих габаритных и электрических данных, геометрических и электромагнитных характеристик элементов приводных двигателей переменного тока на основе применения информационных технологий с учетом конкретного назначения электрических машин**

*А.Л. Шапошников, А.П. Жабко*

(Санкт-Петербург)

Комплексный подход к указанной задаче многокритериального многопараметрического выбора  $M_k M_n B$  для простоты терминологии будем

именовать как подход к  $M_k M_{пВ}$  элементов приводных двигателей переменного тока и рассмотрение его выполним на примере намоточных устройств, используемых в различных технологических процессах, например, в производстве химических волокон в намоточных устройствах (НУ)

В указанных НУ обычно выделяют две взаимосвязанные части – намоточный механизм (НМ) и приводной двигатель (ПД), в качестве которого используется электрический двигатель. При этом в общем случае схемно-конструктивные решения для каждой из указанных частей и их параметры должны в совокупности рассматриваться как единый комплекс с неизвестными, подлежащими выбору в ходе проектирования.

Данное требование следует рассматривать как совпадающее с утвердившимся сейчас положением о том, что приводной двигатель необходимо проектировать самостоятельно под каждую конкретную задачу, т.е., если говорить иначе, каждый раз должны учитываться достаточно существенно свойства приводимого объекта, в данном случае намоточного механизма.

Комплексный подход к задаче  $M_k M_{пВ}$  элементов приводных двигателей переменного тока базируется на современной постановке экспериментально-теоретического моделирования (ЭТМ) намоточных устройств, которое стало возможным в настоящее время вследствие следующих двух способствующих факторов:

1. накоплен значительный объём информации по свойствам НУ,
2. получили принципиальное развитие вычислительная техника и информационные технологии.

Применительно к рамкам данной работы современные аспекты информационных технологий могут характеризоваться следующими отличительными признаками:

- а) использованием в качестве теоретической базы
  - методов решения трудноформализуемых задач;
  - численно-аналитических методов оценки качества сложных систем;
- б) использованием в качестве приёмов выхода при проектировании на требуемые характеристики НУ современных методов  $M_k M_{пВ}$ .

В числе используемых методов решения трудноформализуемых задач следует указать

- в первую очередь методы распознавания образов [1], к которым можно отнести и метод линейных направлений - согласующих функций («ЛН-СФ») [2];
- методы интеллектуализации обработки информации.

Как следует из предыдущего, создание НУ есть в целом задача  $M_k M_{пВ}$  при рассмотрении совместно формирования двух его частей – ПД и НМ, с учётом того, что проблематика выхода на решение здесь получается в конечном итоге единой (комплексной).

Общая постановка задачи  $M_k M_n B$  отличается столь высокой размерностью, что не может ставиться вопрос о её разрешимости даже с учётом возможностей современной вычислительной техники. Данную проблему предполагается решать путём разработки приемлемой структуры решения задачи.

Содержание комплексного подхода к решению задачи соответствует в обобщенном виде следующим позициям:

1. Опора на идеологию теории распознавания образов и, в первую очередь, предусматриваемое теорией деление объектов рассмотрения, в самом начале, на классы, а в последующем, возможно и на подклассы.

2. В целях создания основы для первоначального этапа введения классов для НУ оформление базы знаний по схемно-конструктивным решениям (СКР) для ПД и НМ. Учитывая фактическую ситуацию, будем говорить о СКР для трёх частей НУ – статора ПД, ротора ПД и НМ. Уместно также употреблять более мягкую терминологию и говорить об общих рисунках статора ПД, ротора ПД и НМ.

3. Создание для каждого класса НУ комплекта расчётно-информационных баз данных (РИБД) на основе выбранных СКР для трёх частей рассматриваемого НУ.

#### **Литература**

1. Журавлев Ю.И. "Распознавание образов", в книге "Избранные научные труды", издательство "Магистр", М., 1998.
2. Романов В.Е., Саакян Р.Р., Червяков В.В., Климов В.А., Сигачева В.В., Лукичев С.И. Прогнозирование свойств исследуемых объектов на основе формирования аналитической зависимости многих переменных по данным пассивного эксперимента с применением методов линейных направлений и согласующих функций.// Доклады 1-й Всероссийской конференции "Спектральные методы обработки информации в научных исследованиях" ("Спектр-2000"), институт математических проблем биологии РАН, Российский фонд фундаментальных исследований – РФФИ, М. - 2000.

### **Прогнозирование динамики взаимодействия приводного электрического двигателя и рабочего органа при условии нестандартной функции нагружения привода**

*А.Л. Шапошников, В.А. Климов, Д.Н. Клименко*  
(Санкт-Петербург)

В настоящее время признано, что приводной двигатель необходимо проектировать для каждого конкретного варианта применения с учетом требований, предъявляемых к двигателю со стороны рабочего органа и технологического процесса.

Современный подход должен предусматривать выбор параметров как двигателя, так и рабочего органа, так как только в этом случае можно обеспечить качественное функционирование системы.

В качестве примера рассматриваемых систем будем иметь в виду приёмно-намоточный механизм (ПНМ), применяемый в производстве химических волокон.

Оборудование, обеспечивающее технологический процесс производства химических волокон представляет собой сложный комплекс узлов и механизмов. Одним из основных узлов этого комплекса как раз и является приёмно-намоточный механизм (ПНМ), который состоит из двух главных составляющих: *намоточного устройства* и *электрического двигателя*, приводящего это устройство во вращение.

Для приёмно-намоточных устройств химических волокон в качестве электропривода применяются синхронно-реактивные двигатели, отличительными чертами которых являются, с одной стороны, принципиальная возможность поддерживать при нагрузке, но медленно меняющейся, постоянную скорость вращения, а с другой - сложность конструкции и сложность зависимости характеристик двигателя от его параметров. Кроме того, на процессы, происходящие в двигателе, влияют и параметры намоточного устройства (нагрузки).

В качестве рабочего органа рассмотрено намоточное устройство рычажного типа.

Одной из основных проблем проектирования ПНМ является прогнозирование динамики взаимодействия указанного двигателя с намоточным устройством.

В целом задача прогнозирования динамики взаимодействия может рассматриваться как многокритериальная многопараметрическая и, соответственно, решать ее предлагается оптимизационными методами.

Задача может быть разбита на несколько последовательных, например следующих, этапов:

- математическое и компьютерное моделирование процессов, происходящих в синхронно-реактивном двигателе (СРД);
- математическое и компьютерное моделирование поведения намоточного устройства;
- подбор параметров СРД для обеспечения плавных пусковых процессов при постоянной нагрузке (идеально круглой паковке без смещения центра тяжести и оси вращения);
- подбор параметров намоточного устройства для обеспечения плавного перехода из установочного положения в установившийся динамический режим;
- анализ поведения двигателя в установившемся режиме при нестандартной нагрузке (некруглой паковке со смещенным центром тяжести и осью вращения);

- анализ взаимного влияния двигателя при нестандартной нагрузке и намоточного устройства.

Задача осложняется тем, что основной параметр СРД – скорость вращения – зависит от характеристик намоточного устройства. Следовательно, независимый подбор параметров двигателя, вообще говоря, не гарантирует его корректную работу с конкретным намоточным устройством.

В связи с этим на начальных этапах многокритериального многопараметрического выбора параметров ПНМ оказалось целесообразным принимать скорость двигателя постоянной и не зависящей от намоточного устройства. При этом оказалось чрезвычайно важным правильно подобрать параметры упругого и демпфирующего элементов, оказывающих значительное влияние на процесс колебаний намоточного устройства как в процессе перехода из установившегося положения в установившийся динамический режим, так и в самом динамическом режиме.

На последующих этапах выбора вводятся коэффициенты влияния, которые постепенно наращиваются вплоть до построения полной модели взаимодействия двигателя и намоточного устройства в динамике.

#### **Литература**

1. Математическое моделирование динамики электрических машин переменного тока. Учебное пособие. Под ред. Климова В.А., Санкт-Петербург, Издательство Санкт-Петербургского университета., 1995.
2. Мазин Л.С., Диагностирование состояния намоточных устройств машин для производства синтетических нитей. В книге "Техническая диагностика машин текстильной и легкой промышленности. Под ред. Климова В.А., М., Легкая и пищевая промышленность, 1982.

### **Прогнозирование динамики пусковых характеристик привода переменного тока, определяющих одно из требований в задачах многокритериального многопараметрического выбора параметров приводного устройства**

*А.Л. Шапошников, В.Г. Роот, И.А. Шпехт, А.В. Смирнов*  
(Санкт-Петербург, Благовещенск)

В общем случае при пуске в электродвигателе (приводе) переменного тока возникают электромагнитные процессы, определяемые электромагнитной инерционностью обмоток двигателя переменного тока, и электромеханические переходные процессы, определяемые инерцией механической части электропривода.

Известно, что возникающие при пуске двигателя переменного тока пусковые (переходные) токи  $I_{\text{п}}$  в обмотках статора и ротора, протекают по

сложным колебательным зависимостям, а определяемый ими электромагнитный момент тоже имеет колебательный характер и является сложной функцией времени.

Пусковые характеристики оцениваются: кратностью пускового тока электрического двигателя -  $I_{\Pi}/I_{\text{НОМ}}$ , кратностью пускового момента электродвигателя  $M_{\Pi}/M_{\text{НОМ}}$ , временем пуска.

Момент двигателя в пусковом режиме может в несколько раз превосходить момент в статическом режиме из-за того, что пусковые токи статора и ротора могут значительно превосходить значения токов для статического режима.

Вид динамических (пусковых) характеристик двигателя определяется параметрами его обмоток, а также моментом нагрузки и моментом инерции электропривода. Анализ пусковых характеристик позволяет отметить, что при большом суммарном моменте инерции и моменте нагрузки кривые токов и момента двигателя в начале пуска имеют много типов, затухание которых происходит медленно, что может привести к нежелательным последствиям (перегрев обмоток, срабатывание защиты, невыход на установившийся режим и др.). Исправить ситуацию можно выбором (при проектировании) соответствующих параметров обмоток статора и ротора.

Собственно прогнозирование требуемых пусковых характеристик должно происходить на этапе проектирования двигателя. В целом процесс прогнозирования динамики пусковых характеристик привода переменного тока осуществляется в рамках задачи многокритериального многопараметрического выбора (МкМпВ) элементов приводных двигателей переменного тока.

В дальнейшем будем иметь в виду такой двигатель переменного тока как синхронно-реактивный двигатель (СРД), применяемый в производстве химических волокон в качестве приводного двигателя намоточного механизма.

В целях обеспечения информационно-алгоритмической благоприятности задачи МкМпВ желательно получить аналитические зависимости для кривых пусковых токов  $I_{\Pi}$  и пускового момента  $M_{\Pi}$ .

Для решения этой задачи были использованы возможности метода эффективных полюсов и нулей (МЭПН) [1], методология которого опирается на свернутые уравнения рассматриваемых по методу соответствующих систем уравнений объектов.

Будем опираться на преобразованную математическую модель двигателя (ПММД) [2]. Далее будем полагать, что на режиме пуска скорость ротора двигателя, ввиду малости, равна нулю на всем интервале пуска ( $\omega=0$ ). Кроме того, будем считать угол ротора равным начальному. Исходя из этих соображений было осуществлено свертывание электромагнитной части исходной системы ПММД в уравнение четвертого порядка для всех переменных при предварительной замене потокоцеплений на токи. При

этом искомыми параметрами в этих уравнениях выступили конструктивные параметры СРД.

Методику свертывания системы удобно представить следующими этапами: замена потокосцеплений для осей  $d, q, rd, rq$  в исходной системе на токи для осей  $d, q, rd, rq$ , замена токов для осей  $d, q, rd, rq$  на фазные токи, замена напряжений для осей  $d, q$  на напряжение сети, свертывание системы уравнений относительно какой либо переменной.

Таким образом коэффициенты  $a_i$  левых частей уравнений оказались функциями конструктивных параметров двигателя, а коэффициенты правых частей  $b_j$ , кроме того, получились функциями  $U$  - напряжение сети,  $\omega_c$  - частота сети,  $\alpha_0$  - начального угла сдвига,  $\gamma_0$  - начального угла поворота ротора.

Зависимость момента для  $M_n$  получилась в результате замены в его исходной зависимости токов фаз на выражения, полученные для этих переменных по МЭПН.

По полученным исходным материалам были выполнены процедуры МкМпВ при рассмотрении в качестве критериев переменных пускового режима.

### Литература

1. Климов В.А., Романов В.Е., Шапошников А.Л. и др. Математическое моделирование динамики электрических машин переменного тока // Издательство Санкт-Петербургского Университета. СПб, 1995.
2. Климов В.А., Лекус В.Д. и др. Проектирование и расчет динамических систем // Машиностроение. Ленинград, 1974.

## Вычисление коэффициентов сходства при принятии решений в распознающей системе ИМСЛОГ

*А.Е. Янковская, А.И. Гедике*

(Гомск)

### Введение

Проблема тестового распознавания образов не нова [1], но не потеряла своей актуальности.

Основой развиваемых нами подходов [2] к тестовому распознаванию образов является нетрадиционная матричная модель представления знаний, включающая матрицы описаний и различений [3].

В рамках логико-комбинаторного подхода допускается использовать для описания объектов троичные признаки, принимающие значения из множества  $\{0, 1, -\}$ , где символ "-" означает, что значением может быть как 0, так и 1. В этом случае соответствующий троичный вектор интерпретируется как интервал в булевом пространстве, содержащий  $2^k$  двоичных векторов (где  $k$  – число значений "-" в троичном векторе), задающих описания  $2^k$

объектов. Отметим также, что на этапе принятия решения компонентам каждого двоичного (троичного) вектора сопоставлены признаки, вошедшие в один из минимальных безусловных диагностических тестов, построенных при выявлении (по матрицам описаний и различений) закономерностей, присущих изучаемым объектам.

Принятие решения о принадлежности распознаваемого объекта тому или иному  $i$ -му образу ( $i=1, \dots, l$ , где  $l$  – число выделенных образов), основано на анализе коэффициентов сходства объектов внутри каждого образа ( $S_i$ ) и коэффициентов сходства распознаваемого объекта с каждым образом ( $S_i^x$ ).

Для вычисления  $S_i$  и  $S_i^x$  выведены формулы [4], основанные на подсчете числа совпадающих значений компонент (нулевых или единичных) соответственно при попарном сравнении векторов, задающих описание  $i$ -го образа, и при поочередном сравнении вектора, задающего описание распознаваемого объекта, с векторами, задающими описание  $i$ -го образа.

Однако, при увеличении: 1) размерности признакового пространства, 2) числа образов, 3) числа векторов, задающих описание каждого образа, существенно возрастает объем вычислений по указанным формулам, что весьма затрудняет их практическое применение.

В данной работе предлагается эффективная итерационная процедура, основанная либо на прямом вычислении коэффициентов  $S_i$  и  $S_i^x$ , либо на применении при каждом сравнении очень простых формул для вычисления добавок к текущим значениям искомых коэффициентов, что позволяет значительно снизить объем вычислений.

### Описание итерационной процедуры

Поскольку коэффициенты  $S_i$  и  $S_i^x$  вычисляются отдельно по каждому образу, для простоты изложения будем рассматривать один образ.

Пусть  $n$  – число векторов, задающих описание образа, а  $m$  – число компонент в каждом векторе.

Поскольку для каждого троичного вектора необходимо учитывать сходство всех соответствующих ему двоичных векторов, то на процедуру вычисления коэффициента  $S_i$  влияют как число и типы векторов (тип может быть двоичным или троичным), задающих описание образа, так и типы векторов в очередной паре сравниваемых векторов.

Поэтому, будем различать следующие случаи:

- 1)  $n=1$ , вектор – двоичный;
- 2)  $n=1$ , вектор – троичный;
- 3)  $n>1$ , векторы – двоичные и троичные.

В первом случае коэффициент  $S_i$  устанавливается равным 1.



Во втором случае коэффициент  $S_i$  вычисляется без попарного сравнения двоичных векторов, соответствующих данному троичному вектору, а на основе ряда достаточно очевидных соображений, вытекающих из вышеприведенного определения троичного вектора. Пусть  $k$  – число значений "-" в заданном троичном векторе. Тогда: число двоичных векторов, соответствующих данному троичному вектору, равно  $2^k$ ; число пар, образованных двоичными векторами –  $h_k = 2^{k-1}(2^k - 1)$ ; вклад компонент, принимающих нулевые и единичные значения, –  $t = m - p$ ; вклад компонент, принимающих значения "-", –  $t_k = 2h_{k-1} = 2^{k-1}(2^{k-1} - 1)$ , и после несложных преобразований получаем формулу:

$$S_i = 1 - \frac{k(1 - \frac{2^{k-1} - 1}{2^k - 1})}{m}$$

В третьем случае вычисление коэффициента  $S_i$  выполняется за два этапа. На первом этапе вычисляется вклад  $S_i^1$  троичных векторов (усредненный по их числу) по правилам, приведенным для второго случая. На втором этапе определяется вклад  $S_i^2$  по результатам попарного сравнения всех векторов (усредненный по  $h_n$ , где  $h_n = 2^{n-1}(2^n - 1)$  – число сравниваемых пар). С этой целью для каждой пары вычисляется число компонент ( $m_1$ ), принимающих в сравниваемых векторах одинаковые (нулевые или единичные) значения, и число компонент ( $m_2$ ), принимающих в сравниваемых векторах комбинацию значений 0 и "-" (1 и "-" или "-" и "-"), а также соответствующие им добавки  $t_1 = m_1 2^k$  и  $t_2 = m_2 2^{k-1}$ , где  $k$  – суммарное число значений "-" в сравниваемой паре векторов. Далее текущее значение коэффициента  $S_i^2$  увеличивается на величину суммарной добавки  $t_1 + t_2$  (усредненной по  $m$ ). Выполнение второго этапа завершается, когда будут учтены добавки для вех сравниваемых пар векторов. Итоговое значение коэффициента  $S_i = S_i^1 + S_i^2$ .

Коэффициент  $S_i^x$  вычисляется аналогично этапу 2 случая 3.

В общем случае итерационная процедура применяется последовательно для каждого образа, а при наличии нескольких минимальных безусловных диагностических тестов – повторяется для каждого теста, что дает возможность организовать голосование по результатам распознавания на множестве тестов, повышающее качество принимаемых решений.

### Заключение

Предлагаемая итерационная процедура вычисления коэффициента  $S_i$  особенно полезна при пополнении базы знаний новыми объектами,

поскольку позволяет вычислять только добавки к коэффициенту сходства объектов внутри каждого образа, порождаемые включением новых объектов, что существенно сокращает переборные процессы.

Изложенная итерационная процедура реализована в интеллектуальной распознающей системе ИМСЛОГ [5] и апробирована на реальных задачах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 01-01-00772 и № 01-01-01050).

### Литература

1. Журавлев Ю.И., Гуревич И.Б. Распознавание образов и распознавание изображений //Распознавание. Классификация. Прогноз. Выпуск 2. М.: Наука, 1989. № 2. С.5-72.
2. Янковская А.Е. Тестовое распознавание на базе сочетания различных подходов// Математические методы распознавания образов (ММРО-9). Доклады IX Всероссийской конференции. Москва, 1999. С. 131- 133.
3. Янковская А.Е. Алгоритмы спуска при решении некоторых задач синтеза дискретных устройств и их приложения// Теория дискретных управляющих устройств (междунар. сборник). Москва, 1982. С. 206-214.
4. Yankovskaya A.E. Minimization of Orthogonal Disjunctive Normal Forms of Boolean Function to be Used as a Basis for Similarity and Difference Coefficients in Pattern Recognition Problems// Pattern Recognition and Image Analysis. - 1996. - Vol. 6, No 1. - pp. 60-61.
5. Янковская А.Е., Гедике А.И., Аметов Р.В., Блейхер А.М., Гергег О.М., Муратова Е.А., Кузоваткин А.Н. Интеллектуальная система ИМСЛОГ// Новые информационные технологии в исследовании дискретных структур. Доклады 3-й Всероссийской конференции с международным участием. Томск, 2000. С. 169-175.

# ОГЛАВЛЕНИЕ

## I. Математическая теория распознавания ..... 3

*Айдарханов М.Б., Ла Л.Л.*

О групповых нечетких классификациях ..... 3

*Алиев М.В., Чернов В.М., Чичева М.А.*

Дискретные ортогональные преобразования с мультиэкспоненциальным базисом ..... 5

*Бериков В.Б.*

Байесовский подход к определению качества распознавания ..... 6

*Бирюков А.С.*

Решение задачи таксономии, основанное на анализе одномерных признаков покрытий ..... 9

*Блоконенков А.Н.*

Об одном методе оценки степени зависимости величин ..... 11

*Вайнцивайг М.Н., Полякова М.П.*

Моделирование процессов организации поведения ..... 14

*Вальков А.С.*

Задачи распознавания с отношением соседства на объектах. Критерии разрешимости и регулярности ..... 17

*Васильев В.И.*

Обнаружение и моделирование закономерностей сходства, равенства и порядка ..... 20

*Ветров Д.П., Рязанов В.В.*

О минимизации признакового пространства в задачах распознавания ..... 22

*Викентьев А.А., Коренева Л.Н.*

Модельный подход к вероятностным высказываниям экспертов ..... 25

*Витушко М., Гуров Н., Переверзев-Орлов В.*

Синдромное прогнозирование изменчивости ..... 28

*Геппенер В.В., Экало С.А.*

Модельный подход и инвариантность в системах распознавания сигналов ..... 31

*Горелов Ю.И.*

О разрешимости и регулярности задач управления, решаемых в рамках теории распознавания образов ..... 33

*Гуров С.И.*

Точечные оценки ошибок распознавания ..... 34

<i>Двоенко С.Д.</i> Распознавание образов в массивах взаимосвязанных данных .....	37
<i>Дедус Ф.Ф., Махортых С.А., Устинин М.Н.</i> Обобщенный спектрально-аналитический метод достижения и перспективы ...	40
<i>Докукин А.А.</i> Индуктивный метод синтеза корректного алгоритма в алгебрах над моделью вычисления оценок для задач распознавания .....	43
<i>Дюкова Е.В., Инякин А.С.</i> Задача таксономии и тупиковые покрытия целочисленной матрицы .....	44
<i>Дюкова Е.В., Песков Н.В.</i> О дискретных процедурах распознавания, основанных на построении покрытий классов .....	48
<i>Дьяконов А.Г.</i> Эффективная реализация логических алгоритмов распознавания .....	51
<i>Емельянов Г.М., Михайлов Д.В.</i> Вопросы моделирования семантической связанности для систем автоматизированного тестирования знаний. ....	53
<i>Жданов С.А., Иванова Е.И.</i> Методы построения распознающих алгоритмов .....	56
<i>Животников Г.С., Пытьев Ю.П.</i> Теоретико-возможностные модели распознавания .....	56
<i>Жучко О.В., Пытьев Ю.П.</i> Теоретико-возможностные методы восстановления функциональных зависимостей по данным измерений с ошибками .....	57
<i>Ильин А.А.</i> Быстрые алгоритмы классификации и распознавания образов на основе цифровых согласованных фильтров .....	57
<i>Кацуба О.А., Пахомов Ю.Ю.</i> Оценивание параметров линейной динамической модели прогнозирования .....	61
<i>Кельманов А.В., Хамидуллин С.А.</i> Апостериорное совместное обнаружение и оценивание квазипериодически повторяющегося фрагмента числовой последовательности при заданном числе повторов .....	62
<i>Кирсанов А.А., Рудаков К.В.</i> Алгебраические методы обучения функционалов оценки качества конечных метрических конфигураций .....	65
<i>Кобылкин К.С.</i> Комитетные свойства несовместных систем линейных неравенств на плоскости .....	66

<i>Костин А.А., Копылов А.В., Красоткина О.В., Моттль В.В.</i> Алгоритмы динамического программирования для оценивания моделей нестационарных сигналов .....	68
<i>Котельников И.В.</i> Синдромальный метод кластеризации объектов на основе оптимальных тупиковых нечётких тестов .....	71
<i>Красоткина О.В.</i> Парно-сепарабельное квадратичное программирование в задачах анализа нестационарных сигналов .....	74
<i>Кропотов Д., Сенько О.В.</i> Метод группировки объектов, основанный на оптимальных разбиениях ....	77
<i>Ланко А.В., Ланко В.А.</i> Рандомизированный метод оптимизации непараметрических алгоритмов распознавания образов.....	79
<i>Лбов Г.С.</i> Критерий качества группировки объектов в случае разнотипных характеристик.....	82
<i>Лучицва Т.И.</i> Метод нахождения логических закономерностей в проблемах распознавания образов .....	84
<i>Майсурадзе А.И.</i> О некоторых нетривиальных базисах в пространствах метрических конфигураций.....	87
<i>Матросов В.Л.</i> Методы оценки емкости классов решающих алгоритмов.....	90
<i>Мясников В.В.</i> О байесовском классификаторе с дискретными независимыми признаками	91
<i>Неделько В.М.</i> Асимптотическое оценивание статистической устойчивости критериев качества кластеризации .....	93
<i>Неймарк Ю.И., Теклина Л.Г.</i> Решение задачи распознавания многомерных временных рядов на основе редукции размерности .....	96
<i>Никитов Г.В.</i> Один метод классификации и распознавания образов, как технология data mining.....	99
<i>Нишанов А.Х., Хусаинов Н.О.</i> О одном методе построения пространства $\ell$ -информативных признаков при ограниченных ресурсах.....	100

<i>Обухов А.С., Рязанов В.В.</i> Применение релаксационных алгоритмов при оптимизации линейных решающих правил .....	102
<i>Окольнишникова Л.В.</i> О мощности множества проверяемых гипотез в задачах апостериорной обработки квазипериодических последовательностей.....	105
<i>Панкратов А.Н., Дедус Ф.Ф.</i> Идентификация математических моделей спектрально-аналитическим методом .....	107
<i>Прохоров С.В., Рогожина И.Е., Рязанов В.В.</i> Обобщение знаний в моделях с логическими закономерностями .....	108
<i>Пытьев Ю.П.</i> Стохастические модели возможности .....	111
<i>Ровный А.С.</i> Методы оптимизации проблемно-ориентированных метрических описаний в задачах анализа потоков потребления ресурсов .....	112
<i>Рудаков К.В.</i> Построение проблемно-ориентированных теорий на основе алгебраического подхода к задачам распознавания образов.....	113
<i>Рязанов В.В., Челноков Ф.Б.</i> О склеивании нейро сетевых и комбинаторно-логических подходов в задачах распознавания .....	115
<i>Рыбин А.И.</i> О свойствах матриц порождаемых несовместными системами ограничений... 118	118
<i>Рыбина Е.В.</i> Постановка задачи распознавания структурированных объектов .....	120
<i>Саакян Р.Р.</i> Гармоническая взаимосвязка входных величин при формировании функций многих переменных .....	123
<i>Сатимов Н.Ю., Акбаралиев Б.Б.</i> К оценке некоторых областей целочисленных точек .....	125
<i>Сенько О.В., Кузнецова А.В.</i> Динамические модели сложных систем, основанные на процедурах голосования .....	126
<i>Середин О.С., Костин А.А., Киттлер Дж., Моттль В.В.</i> Процедура скользящего контроля для выбора смещения разделяющей гиперплоскости при обучении распознаванию образов по методу опорных векторов.....	128

<i>Середин О.С., Моттль В.В.</i> Концепция и решающие правила беспризнакового распознавания образов в гильбертовом пространстве .....	131
<i>Синицын И.Н., Шайкин М.Е.</i> Об одном обобщении теории канонических разложений Пугачева .....	134
<i>Стрижов В.В., Шакин В.В.</i> Согласование экспертных оценок .....	137
<i>Ступина Т.А.</i> О критерии качества решающей функции предсказания многомерной переменной .....	138
<i>Тумило-Денисович Е.В.</i> Многовариантные Прогнозы .....	141
<i>Угольникова Б.З., Матросов В.Л.</i> Об одном алгоритме коррекции оценок. ....	143
<i>Фурсов В.А.</i> Теоретические и вычислительные аспекты построения алгоритмов распознавания по малому числу наблюдений .....	144
<i>Хамидуллин С.А.</i> Верхняя граница ошибки обнаружения подпоследовательностей в квазипериодической последовательности .....	146
<i>Хачай М.Ю.</i> Об одной игре с природой, связанной с принятием решений большинством голосов .....	149
<i>Чернов В.М.</i> О некорректности некорректных (эвристических) алгоритмов распознавания .....	153
<i>Шибзухов З.М., Шауцукова Л.З.</i> Конструктивное обучение сигма-пи нейронных сетей распознавания и классификации .....	155
<i>Юдаев П.В.</i> О некоторых свойствах локальных алгоритмов упрощения дизъюнктивных нормальных форм .....	157
<i>Юрьев Д.Н.</i> Тритная система распознавания образов. ....	160
<i>Юрьев Д.Н., Постнов С.С.</i> Тритный перцептрон .....	161

## **II. Прикладные задачи и системы распознавания ..... 163**

*Апраушева Н.Н., Сидорова Е.Е., Торхова Н.А.*

О статистическом подходе к прогнозированию цен акций..... 163

*Артюхин И.В., Бритенков А.К.*

Динамическое управление портфелем ценных бумаг на основе оптимального прогноза вектора наблюдений..... 165

*Артюхин И.В., Бритенков А.К.*

Описание, анализ и прогнозирование котировок ценных бумаг с помощью обобщенного спектрально-аналитического метода для динамического управления портфелем ценных бумаг ..... 167

*Бирюков А.С., Виноградов А.П., Долгих Н.А., Рязанов В.В., Рязанов И.В.*

Оперативная обработка данных дистанционного зондирования в целях прогнозирования ..... 169

*Ботуз С.П.*

Математические модели идентификации объектов и субъектов промышленной собственности в сети internet ..... 172

*Ботуз С.П., Четверов С.Ю.*

Методы и средства автоматизированного контроля состояния интерактивных систем управления физико-химическими и информационными процессами в сети internet ..... 174

*Васин Ю.Г., Лебедев Л.И., Морозов В.А.*

Модификация двухуровневого алгоритма распознавания последовательностей графических изображений..... 176

*Вежневцев В.П.*

Использование контурных моделей для выделения черт лица на фронтальном изображении ..... 179

*Вежневцев В.П.*

Локализация человеческого лица на цветном растровом изображении ..... 181

*Воронцов К.В., Янпольский М.М.*

Распознавание инвестиционных стратегий участников биржевых торгов.. 183

*Ганебных С.Н., Кошелев В.Н., Крыжановский Б.В., Ланге М.М.*

О проблеме сортировки фрагментов цифрового поля ..... 185

*Геппенер В.В., Крамаренко С.В., Соколов М.А., Экало С.А.*

Распознавание сигналов в геолокации..... 188

*Глаз А.Б., Шлямов Ю.В., Ярцева С.Д.*

Применение нейронных сетей для распознавания лиц..... 190

*Глазкова Т.Г., Якунин С.Н., Веснин В.Г.*

Метод построения оптимальной разделяющей гиперплоскости и его применение в задачах медицины ..... 191



<i>Городничев И.С.</i> Алгебраический подход к задачам распознавания на примере проблемы выделения ключевых слов.....	193
<i>Дергузов А.В., Махортых С.А.</i> Аппроксимация и классификация пространственных данных магнитной энцефалографии.....	196
<i>Дергузов А.В., Махортых С.А.</i> Неинвазивная диагностика состояния одномерных механических систем.	198
<i>Дюкова Е.В., Песков Н.В.</i> Информативность признаков, отдельных значений признаков и фрагментов описаний объектов .....	201
<i>Донской В.И., Лопата В.П.</i> Программный комплекс для решения задач классификации на основе парных сравнений объектов .....	205
<i>Ермаков А.С., Копылов А.В., Моттль В.В.</i> Построение поля направлений папиллярных линий для распознавания типа узора отпечатков пальцев .....	207
<i>Жарких А.А.</i> Проблемы криптоанализа как проблемы распознавания образов .....	209
<i>Жарких А.А., Зубова Ю.В., Столоногов О.С., Яковлев Г.Г.</i> Перестановочные алгоритмы для защиты цифровых и аналоговых сообщений .....	212
<i>Жукова Л.Т., Климов В.А., Саакян Р.Р.</i> Об информационных технологиях в формировании свойств и характеристик легированных сталей и сплавов .....	215
<i>Журавлев Ю.И., Чернявский Г.М., Рязанов В.В., Виноградов А.П.</i> Разработка системы оперативного прогнозирования сельскохозяйственного урожая на территории РФ .....	217
<i>Климов В.А., Фоменко И.В.</i> Информационные технологии в подборе рецептур для жидкой фазы в гетерогенных системах .....	219
<i>Копылов А.В., Ермаков А.С., Киттлер Дж., Моттль В.В.</i> Измерение сходства фотопортретов для безпризнаковой идентификации личности .....	221
<i>Корякин А.В.</i> Комплексное распознавание трехмерных объектов по разнородной видовой информации с использованием теории коллективных решений .....	225

<i>Корякин А.В.</i>	
Синтезированное описание трехмерных сцен на основе совместно обработки разноспектральных изображений.....	228
<i>Костин А.А., Киттлер Дж., Мотиль В.В.</i>	
Метод опорных векторов в задаче идентификации личности по фотопортрету .....	231
<i>Кошелев В.Н., Крыжановский Б.В., Ланге М.М.</i>	
Две модели быстрой классификации изображений с использованием решающих деревьев.....	235
<i>Ланге М.М., Ланге А.М.</i>	
Решающее дерево для древовидно-структурированных изображений на основе $\epsilon$ -сети эталонов и префиксного кодирования .....	238
<i>Латишин А.А.</i>	
Применение математических методов прогнозирования в техническом анализе.....	242
<i>Литвинчук В.Л., Шапошников А.Л., Клименко Д.Н.</i>	
Оценка колеблемости сложных по форме переходных процессов динамических систем методами современных информационных технологий.....	242
<i>Маежов Е.Г., Жабко А.П., Климов В.А.</i>	
Математическое моделирование динамики движущейся гибкой нити с учётом её взаимодействия с ограничителями и формирова телями движения - элементами технологического оборудования .....	245
<i>Марков В.А., Устинин М.Н., Дедус Ф.Ф.</i>	
Разработка спектроанализатора для распознавания сигналов металлодетектора .....	247
<i>Местецкий Л.М.</i>	
Векторизация бинарных растровых изображений на основе аппроксимации....	249
<i>Местецкий Л.М., Рейер И.А.</i>	
Построение скелета области с кусочно-гладкой границей на основе полигональной аппроксимации .....	252
<i>Мухамедгалиев А.Ф., Мухамедгалиев И.А., Осанов С.Р.</i>	
Обработка спектрзональных данных дистанционного зондирования с использованием методов классификации .....	256
<i>Назипова Н.Н., Панюков В.В., Устинин М.Н.</i>	
Тестирование программ распознавания белок-кодирующих областей в генах .....	258
<i>Никифоров М.А.</i>	
Применение методов распознавания в оптимизации тарифных планов .....	259

<i>Ниязов А.Х., Худайбердиев М.Х., Раджабов С.С.</i>	
Об одном алгоритме распознавания узбекского машинописного текста ...	260
<i>Новиков С.О.</i>	
Предварительное описание сцен: кластеризация контурных диполей.....	261
<i>Ольшевец М.М., Устинин М.Н.</i>	
Современные методы спектрального анализа в применении к данным магнитной энцефалографии.....	264
<i>Панюков В.В., Сорокин А.А., Сельков А.Е.</i>	
Распознавание функциональных свойств белков по их первичной структуре... 266	
<i>Пешехонов А.Н., Угнич К.А., Кацуба О.А.</i>	
Математическое моделирование пространственно-временной эволюции биоэлектрических процессов в сердце .....	268
<i>Полынцева О.В.</i>	
О некоторых вопросах применения алгебраического подхода к задачам распознавания в системах дистанционного обучения .....	271
<i>Пономарёва И.Д.</i>	
Адаптивные секвенты в задачах анализа данных .....	273
<i>Прокопчук Ю.А.</i>	
Построение систем диагностики и прогнозирования на основе модульной технологии .....	274
<i>Пиеничников Б.С.</i>	
Об экспериментах по выявлению волн Эллиота в точечных конфигурациях... 277	
<i>Пытьев Ю.П., Сёмин А.В., Успенский И.О.</i>	
О быстром алгоритме морфологического анализа .....	278
<i>Романов В.Е.</i>	
Системный подход в расширении, за счет использования современных информационных технологий, сферы решаемых задач экспериментально-теоретического моделирования .....	282
<i>Романов В.Е., Литвинчук В.Л., Дедус Ф.Ф., Жабко А.П., Климов В.А.</i>	
Вычислительные обоснования по методу идеальных предположений решаемости информационных задач и распознающие базы данных для классов укороченных ортогональных базисов .....	284
<i>Романов В.Е., Маежов Е.Г., Золина А.М.</i>	
Информационные технологии в трудных для реализации задачах размещения .....	286

<i>Романов В.Е., Саакян Р.Р., Климов В.А., Жабко Л.Е.</i> Взаимодействие в информационных технологиях адаптированных классических математических моделей динамики гибкой нити для многоопорной кинематической схемы ее движения и коэффициентов этих моделей, зависящих от их частоты, уровня и сложности проходящих по нити сигналов возбуждения.....	288
<i>Романов В.Е., Фоменко И.В.</i> Интеллектуальные технологии комплектования производственных потоков....	290
<i>Рудаков К.В., Воронцов К.В.</i> Применение алгебраического подхода в имитационном моделировании клиентских сред .....	292
<i>Рыбалов Е.Г., Мельников С.Д., Чехович Ю.В.</i> Об одной задаче распознавания и прогнозирования рядов макроэкономических показателей .....	295
<i>Слободяник Е.Ю.</i> Повышение точности стабилизации летательного аппарата при зондировании с него земной поверхности .....	297
<i>Сухарев В.И., Дедус Ф.Ф., Устинин М.Н., Махортых С.А.</i> Классические ортогональные полиномы дискретной переменной: анализ и классификация временных записей магнитных энцефалограмм .....	299
<i>Устинин М.Н.</i> Идентификация стохастической динамики и режимы магнитной активности мозга.....	301
<i>Татарчук А.И., Копылов А.В., Ермаков А.С., Моттль В.В.</i> Вычисление гребневого расстояния между особенностями папиллярных линий для распознавания отпечатков пальцев.....	304
<i>Федотов Н.Г., Шульга Л.А.</i> Теория распознавания и понимания изображений, базирующаяся на стохастической геометрии .....	307
<i>Фоменко И.В., Жабко А.П., Киселев А.М., Климов В.А.</i> Информационные технологии в подборе рецептур для жидкой фазы в гетерогенных системах .....	310
<i>Цепков Г.В., Лефтеров А.В.</i> Использование функций зрительного анализатора при распознавании стандартных символов и графосемантических элементов.....	312
<i>Цымбал Д.А., Емельянов Г.М., Сергеев А.Н.</i> Вейвлет-преобразования для подготовки банков фильтров в моделях многоканальных систем для текстурной сегментации.....	313
<i>Чехович Ю.В.</i> Применение алгебраического подхода к задачам выделения трендов .....	315

<i>Чучупал В.Я., Маковкин К.А., Чичагов А.В.</i>	
Выбор алфавита моделей звуков русской речи для системы распознавания.....	316
<i>Шакин В. В.</i>	
Индикаторы устойчивого развития и качества жизни социально-экономических систем .....	319
<i>Шапошников А.Л., Жабко А.П.</i>	
Комплексный подход к задаче многокритериального многопараметрического выбора общих габаритных и электрических данных, геометрических и электромагнитных характеристик элементов приводных двигателей переменного тока на основе применения информационных технологий с учетом конкретного назначения электрических машин .....	321
<i>Шапошников А.Л., Климов В.А., Клименко Д.Н.</i>	
Прогнозирование динамики взаимодействия приводного электрического двигателя и рабочего органа при условии нестандартной функции нагружения привода .....	323
<i>Шапошников А.Л., Рюм В.Г., Шехт И.А., Смирнов А.В.</i>	
Прогнозирование динамики пусковых характеристик привода переменного тока, определяющих одно из требований в задачах многокритериального многопараметрического выбора параметров приводного устройства .....	325
<i>Янковская А.Е., Гедике А.И.</i>	
Вычисление коэффициентов схождения при принятии решений в распознающей системе ИМСЛОГ .....	327

Научное издание

ДОКЛАДЫ X ВСЕРОССИЙСКОЙ КОНФЕРЕНЦИИ  
**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСПОЗНАВАНИЯ  
ОБРАЗОВ**

Подписано в печать 7.10.2001 г. Формат 60x90/16.  
Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Усл.печ.л. 17. Тираж 1000 экз. Заказ 4815. Изд. № 94

107066, Москва, 1-ый Басманный пер., 12.  
Издательство «АЛЕВ-В»